

コースティングを含んだ低推力軌道のモデル化とVILMへの応用

学生証番号 47146045 氏名 小倉 聡司
(指導教員 川勝 康弘 准教授)

Key Words : VILM (V-Infinity Leveraging Maneuver), Low thrust, Coasting, Modelling, Analysis solution

1. 序論

近年、高比推力で大きな軌道変更を可能とする電気推進が実用化され、深宇宙探査で活発に用いられている。「はやぶさ」では、世界でも先駆けて低推力を用いたVILM (V-Infinity Leveraging Maneuver)が実施され、「ベピ・コロombo」や「DESTINY応用ミッション」, 「次期ソーラー電力セイル」などでも低推力を用いたVILMの活用が検討されている。

1-1 VILM (V-Infinity Leveraging Maneuver)

VILMとは「推力による小さな増速で軌道変更を行い、効率的に惑星スイングバイを実施し、大きな増速を得る手法」である。現在、低推力を用いたVILMはDCNLPを用いた数値的軌道最適化によって設計するのが主流である。しかし、DCNLPによる軌道最適化には、大規模で複雑なコーディング、求めている解が得られない、最適化計算に長い時間を要する、解空間がわからない、等の問題がある。

1-2 研究目的

本研究では「コースティングを含んだ低推力プロファイルのモデル化により、VILMの解析解を求める」ことを目的とする。先行研究では「フルスラスト」の場合でのみ解析解が求められているが、コースティングを含んだVILMの定式化は未だに試みられていない。この研究により、先に上げたDCNLPによる最適化の問題が解決されるだけでなく、「VILMの特性解析」が可能となる。

1-3 研究対象と手法

以降では、軌道上の全区間でスラストするVILMを「フルスラスト」、コースティングの間でスラスト区間を1つ含むVILMを「シングルスラスト」、コースティングの間でスラスト区間を2つ含むVILMを「ダブルスラスト」と、それぞれ称す。本研究ではHill方程式を用いるため、天体から遠く離れる「2年同期」等のVILMは対象外とする。「低推力プロファイルのモデル化」と「運動方程式の接続」により、ダブルスラスト以上のVILMの解析解を求める。

2. 求解

2-1 Hill方程式

Hill方程式は、円運動する天体を座標原点に置き、

その近傍における相対運動を記述するための方程式である。式(1)にHill方程式を示す。

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 3\omega_0^2 x + 2\omega_0 \dot{y} + a_x \\ \ddot{y} &= -2\omega_0 \dot{x} + a_y \\ \ddot{z} &= -\omega_0^2 z + a_z\end{aligned}\quad (1)$$

ω_0 は円運動する天体の角速度で、 a_x などは外力の各成分である。Hill方程式の適用範囲は「天体の軌道は真円に限られる」、「天体の近傍での運動に限られる」となっていることを注意する。本研究では簡単のため、XY平面内での運動を考える。

2-2 低推力プロファイルのモデル化

Hill方程式を用いるため、回転座標系で外力をモデル化する。DCNLPを用いた最適解より、回転座標系では「大きさが一定で、一方向に回転する」ような推力プロファイルとなることがわかり、角度変化は1次関数(切片 θ_0 , 傾き $-k$)でモデル化する。

$$\begin{aligned}a_x &= a \cos(\theta_0 - kt) \\ a_y &= a \sin(\theta_0 - kt)\end{aligned}\quad (2)$$

a は推力の大きさである。

2-3 シングルスラスト解析解

式(2)を式(1)に代入し、初期条件(位置 $[0, 0]$, 速度 $[\dot{x}_0, \dot{y}_0]$)のもとで運動方程式を解くことでシングルスラストの解析解を得る。解析解は割愛する。フルスラスト解析解のパラメータは全部で7個($\omega_0, a, k, \theta_0, t, \dot{x}_0, \dot{y}_0$)あるが、 ω_0 は天体の角速度、初速度 (\dot{x}_0, \dot{y}_0) は再帰条件から値が決まる。そのため、自由度は4個(a, k, θ_0, t)となる。

2-4 運動方程式の接続とシングルスラスト解析解

シングルスラストで運動方程式の接続を説明する。軌道上をコースティング区間、スラスト区間、コースティング区間に3分割する。コースティング区間の運動方程式を解いて得た解の終端での状態変数を初期条件としてスラスト区間の運動方程式を解き、その解の終端での状態変数を初期条件としてコースティング区間の運動方程式を解く。このように、境界条件によって運動方程式を接続し、コースティングの間でスラスト区間を1つ含むVILMの解析解を得る。解析解は割愛する。図1では、細線区間でコースティング、太線区間でスラストを表している。

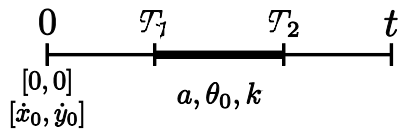


図1 シングルスラスト概略図

シングルスラスト解析解のパラメータは全部で9個 ($\omega_0, a, k, \theta_0, T_1, T_2, t, \dot{x}_0, \dot{y}_0$)あるが、天体の角速度と再帰条件から ($\omega_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$)が決まり、自由度は6個 ($a, k, \theta_0, T_1, T_2, t$)となる。

2-5 ダブルスラスト解析解

シングルスラスト解析解を「運動方程式の接続」で連結することにより、ダブルスラスト解析解を得る。このように、シングルスラスト解析解を接続していくことで、任意のコースティング区間とスラスト区間を含むVILMの解析解を得ることができる。

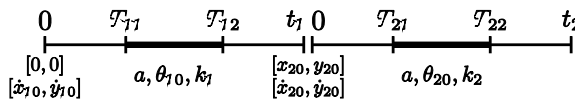


図2 ダブルスラスト概略図

ダブルスラスト解析解のパラメータは全部で14個 ($\omega_0, a, k_1, \theta_{10}, T_{11}, T_{12}, t_1, k_2, \theta_{20}, T_{21}, T_{22}, t_2, \dot{x}_0, \dot{y}_0$)あるが、天体の角速度と再帰条件から ($\omega_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$)が決まり、自由度は11個となる。

3. 解の比較・検証

3-1 比較条件

太陽を周回する地球で増速のOutbound loopのVILMを実施することを想定し、解の比較・検証を行った。月スイングバイで地球を脱出し、再会合後に火星へのホーマン軌道に遷移する、DESTINYの応用ミッションを想定した。重量や推力に関してもDESTINYを想定している。

3-2 DCNLPを用いた最適解

DCNLPを用いた軌道最適化の構成や制約条件は割愛する。

3-3 網羅的軌道生成

フルスラストからダブルスラスト解析解では、初期無限遠速度（初速度）と終端無限遠速度（終端速度）が他の自由度に依存しており、自由に値を決めることができない。そのため、自由度の値を振ることで網羅的に軌道を生成し、その中から目標とする初速度と終端速度を持った解を抽出する。

フルスラストとシングルスラストでは基本的に全ての自由度の値を振っているが、ダブルスラストでは自由度が多く、網羅的な解析を行うことが難しいため、一部天下りの値を決めることで自由度を減らしている。

3-4 解の比較

図3に全ての解のSteering Angleの履歴、表1に解を比較した結果を示す。

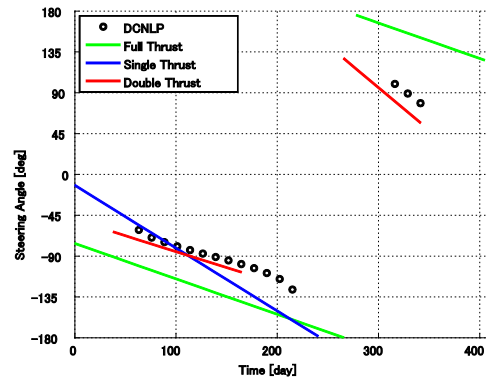


図3 Steering Angle

フルスラスト解析解では、余力を分散させるために効率の悪い方向にスラストする結果となっており、全区間でのスラストにより効率も低くなっている。シングルスラスト解析解では、近日点付近でスラストできない分、遠日点前後の効率の悪い区間でのスラストが長くなっているが、フルスラストよりも効率が改善する結果となった。最後に、ダブルスラスト解析解では、遠日点付近と近日点付近で効率的にスラストすることで、解析解の中では最もDCNLP最適解に近い効率となった。

4. 結論

シングルスラストとダブルスラストの解析解を導き、フルスラスト解析解よりも効率が向上し、よりDCNLP最適解に近くなることを示した。また、任意のスラスト区間とコースティング区間を含むVILMの解析解が得られることを示した。

課題としては、ダブルスラスト解析解を用いた最適解探索、解析的な最適解の導出、低推力を用いたVILMの特性解析、本研究手法の2年同期軌道への応用などが挙げられる。

表1 解の比較

項目	DCNLP最適解	フルスラスト解析解	シングルスラスト解析解	ダブルスラスト解析解
効率	2.069	1.007	1.719	1.834
消費燃料	12.80 [kg]	25.59 [kg]	15.35 [kg]	12.96 [kg]
初期無限遠速度	1500.00 [m/sec]	1511.97 [m/sec]	1501.40 [m/sec]	1567.50 [m/sec]
終端無限遠速度	3500.00 [m/sec]	3483.29 [m/sec]	3499.83 [m/sec]	3362.59 [m/sec]
増速量	966.6 [m/sec]	1958.07 [m/sec]	1162.60 [m/sec]	979.04 [m/sec]