

東京大学大学院新領域創成科学研究科  
人間環境学専攻

平成 27 年度

修士論文

動的有限要素解析のための  
改良粒子フィルタに基づく逐次データ同化

2016 年 2 月 4 日提出

指導教員 奥田 洋司 教授 印

学生証番号 47-146705

相良 光志

# 目次

第 1 章 序論 .....	1
1.1. 研究背景 .....	1
1.2. 研究目的 .....	4
1.3. 論文の構成 .....	4
第 2 章 従来の時系列フィルタリング .....	5
2.1. 時系列フィルタリングの概要 .....	5
2.2. カルマンフィルタ .....	6
2.3. 粒子フィルタ .....	16
2.4. 融合粒子フィルタ .....	18
第 3 章 有限要素モデルを用いた逐次データ同化 .....	21
3.1. 逐次データ同化 .....	21
3.2. 有限要素モデルへの適用 .....	22
第 4 章 改良粒子フィルタ .....	25
第 5 章 数値検証 .....	28
5.1. 片持ち梁モデルによる検証 .....	28
5.2. 桁橋モデルによる検証 .....	37
第 6 章 結論 .....	44
謝辞 .....	46
参考文献 .....	47

# 第1章 序論

## 1.1. 研究背景

今日まで有限要素法を用いた構造解析は工学分野で盛んに行われており、有限要素法では一般的に物性値や境界条件、荷重条件、形状等を入力することで、構造の挙動を再現する。特に動的有限要素解析では、時々刻々の結果を取得することが可能である。しかし、物性値や境界条件、荷重条件、形状等の設定に不確実性を含むことがある。例えば、既存構造物や、地盤や海岸といった自然物に不確実性が発生することが多い。そのような不確実性によりシミュレーション結果と実際の現象とで乖離が発生するおそれがある。例えば、不明確な地盤の物性値を一意的にユーザによって決定した上で建築予定の構造物の地震応答解析を実施し、その結果をもとに構造物を建てた場合を考える。そのような構造物に対してシミュレーションと同様の地震が実際に発生した場合、解析結果と別の挙動となり、構造物が倒壊する危険性もある。しかし、コンピュータハードウェアや並列アルゴリズムの進歩により、確率統計学的手法（例：モンテカルロシミュレーション）が工学分野にも用いられるようになった[1]。それに伴い、既存構造物のメンテナンス、地盤の物性値推定や海岸の潮流推定等を目的として、不確実性を考慮した解析が行われるようになった[6][7][20]-[31]。有限要素解析に関してはパラメータを確率変数に置き換えパラメータのばらつきを考慮したアプローチ[3]と実際に得られた観測値を利用するアプローチ[28][31]が取られた。

前者の代表的な手法として確率有限要素法[2][32]が挙げられる。当該手法は境界条件や物性値などの不確実性を含むパラメータに対して、平均値を入力した上で解析を行い、平均値からのずれを分布として出力することで不確実性を考慮していた。しかし、平均値を決定する際にユーザの知識が必要となり、また、比較的小さい変動にしか対応できないという問題があった[3][5]。一方、観測値を利用するアプローチとしてカルマンフィルタ有限要素法が挙げられる。当該手法はカルマンフィルタにおける状態遷移を有限要素解析に対応付け、観測された情報（変位や速度等）から所望の情報（他の節点の変位や物性値等）をカルマンフィルタによって推定する手法である。これまで海岸の潮流推定やトンネル地山熱定数の推定[36]等、利用方法が検討されてきた[35]-[38]。しかし、カルマンフィルタの行列計算を多く行うため計算負荷が大きく、カルマンフィルタの特性により適用対象に制約があった[4][21]。

いずれのアプローチも一長一短であるが、近年、人工衛星やセンサ等の観測システムの発達によって、大量の観測データが取得されるようになったことから、観測値を利用したシミュレーションが盛んに行われるようになった。特に気象学・海洋学の分野では「データ同化」と呼ばれる方法論として確立されている[8]。データ同化とは、不確実性を含むシステム全体の状態を部分的な観測値から推定する方法である。その中でも特に一定時間毎に推定する方法を「逐次データ同化」という。構造解析の分野にも応用されるようになり、有限要素モデルに対して逐次データ同化を適用し、構造物の信頼性解析[9][10][11]や橋梁ヘルスマニタリング[12]等が行われている。

逐次データ同化における状態推定は時系列フィルタリングにより行われる。時系列フィルタリングには、カルマンフィルタや拡張カルマンフィルタ、アンサンブル

カルマンフィルタ，粒子フィルタ等がある。カルマンフィルタ，拡張カルマンフィルタ，アンサンブルカルマンフィルタは計算時間がかかる，適用できるシステムに制約がある，といった問題がある[13]。その一方で，粒子フィルタはサンプリングを用いた時系列フィルタリングであり，観測の線型性やガウス分布等の仮定を必要としない。そのため，粒子フィルタはデータ同化に適用するシステムに対して汎用性が高いと言われている[14]。当該手法は毎時刻，観測値を用いて各サンプルがどれだけデータに適合しているかを評価する。その評価値に応じてサンプルを複製・破棄することで状態を推定する。サンプルを複製・破棄する処理のことをリサンプリングという。リサンプリングを繰り返すうちに，評価値が高いものにサンプルが集中し，サンプルの多くが同一もしくは近い値をとるようになる。そのような現象が発生すると，サンプルの多様性が失われ，状態推定の精度が劣化するという問題がある[15]。特に動的有限要素解析による状態の更新は他のシステムモデルと比較して緩やかであり，なおかつ非定常性の強い外力が加わることがあるため，有限要素モデルを用いた場合ではこの問題は顕著である。[46]

この問題を解決するため，粒子フィルタにもとづく様々な手法が提案されてきたが，構造解析の分野では遺伝的アルゴリズムと組み合わせた粒子フィルタ[16][17]や融合粒子フィルタ[12]が適用された。前者は，リサンプリング前に遺伝的アルゴリズムを実施することでサンプルの多様性を確保する。交叉の方法や突然変異数等，遺伝的アルゴリズムの設定の自由度が高く，問題毎にチューニングが必要となる。一方，融合粒子フィルタは，評価値に応じた確率によりサンプルを複数回生成し，重み付き和を取ることでサンプル集合の生成を実施する。しかし，当該手法には計算時間が多くかかり，また，非定常性の強い外力が発生した場合，サンプルが観測値にフィットせず，推定値と真値に大きな乖離が発生してしまう[12]。

## 1.2. 研究目的

本研究では有限要素モデルに対する逐次データ同化の精度向上を目的とし、改良粒子フィルタを提案する。改良粒子フィルタでは、リサンプリング前に各サンプルの前時刻の評価値を考慮してノイズを加える。付加するノイズの分散は評価値が低いほど大きくなるように設定する。当該処理を行うことで、データに適合していない場合、サンプルの移動量が大きくなり、データに近い値を取りやすくなることを期待する。逐次データ同化による加速度応答による変位応答推計により、改良粒子フィルタの特性を評価する。

## 1.3. 論文の構成

本稿は準備として、第2章で逐次データ同化の状態推定に用いられる時系列フィルタリング、第3章で有限要素モデルを用いた逐次データ同化について紹介する。その後、第4章で改良粒子フィルタについて述べる。第5章では有限要素モデルと改良粒子フィルタを用いたデータ同化の数値検証を実施した結果を述べる。最後に第6章で全体の結論について述べる。

## 第2章 従来の時系列フィルタリング

本章では準備として、これまで逐次データ同化に用いられてきた時系列フィルタリングについて紹介する。まず第 2.1 節では時系列フィルタリングの概要について説明する。その後、第 2.2 節で初歩的なフィルタとしてカルマンフィルタを紹介し、第 2.3 節でカルマンフィルタをもとに提案された粒子フィルタ、第 2.4 節で改良粒子フィルタの比較対象でもあり、粒子フィルタの欠点を修正した融合粒子フィルタについて紹介する。

### 2.1. 時系列フィルタリングの概要

時系列フィルタリングとは、式(2.2)によって得られる観測値 $\mathbf{y}_t$ から、式(2.1)で更新される状態 $\mathbf{x}_t$ を推定する手法全般をさす。

$$\mathbf{x}_t = \text{func}(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{y}_t = h(\mathbf{x}_t, \mathbf{w}_t) \quad (2.2)$$

ここで式(2.1)の $\mathbf{x}_t$ は時刻 $t$ における全体の状態を表すベクトル（状態変数ベクトル）で、 $\mathbf{v}_t$ はシステムにかかるノイズである。一方、 $\mathbf{y}_t$ は観測値を表すベクトル（観測ベクトル）、 $\mathbf{w}_t$ が計測器の特性等によって観測する際に発生するノイズとなる。時系列フィルタリングの適用対象となるシステムの概念図を図 2.1 に示す。図中で

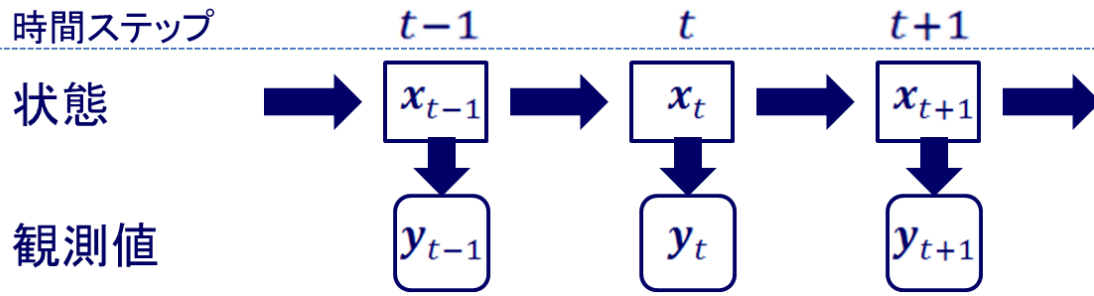


図 2.1 時系列フィルタリングの適用対象となるシステム概念図

$x_{t-1}$ から $x_t$ ,  $x_{t-1}$ から $x_t$ にかかる矢印が式(2.1)による処理,  $x_t$ から $y_t$ にかかる矢印が式(2.2)による処理となる。

## 2.2. カルマンフィルタ

カルマンフィルタは式(2.1), 式(2.2)で表されるシステムを線形なシステム (式(2.3), 式(2.4)) と仮定し, 推定値の誤差の分散が最低値になるように計算することで推定を行うフィルタである[33][34]。図 2.2 における $F_t$ は状態遷移行列と呼ばれ 1 ステップ前の状態値の影響を決定する行列,  $G_t$ は駆動行列と呼ばれノイズに対して加わる行列,  $H_t$ は観測行列と呼ばれ状態値を観測値に変換する行列となる。状態値に対して加わるノイズ $v_t$ は多変数正規分布 $N(0, Q_t)$ , 観測する際に加わるノイズ $w_t$ は多変数正規分布 $N(0, R_t)$ で与えられるものとする。ここで $Q_t$ ,  $R_t$ は分散共分散行列を表

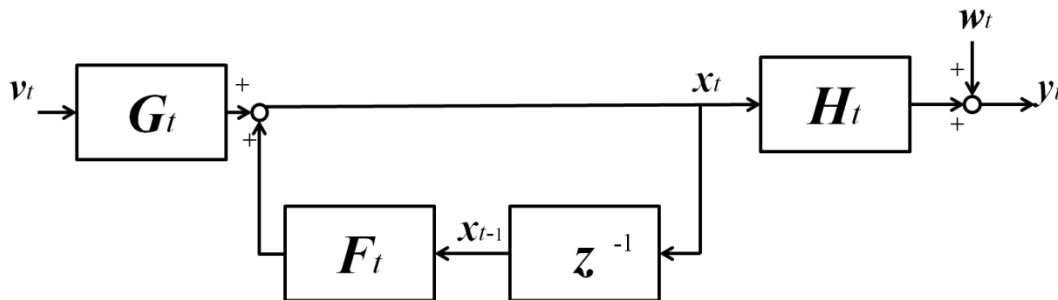


図 2.2 カルマンフィルタに適用するシステム



す。分散共分散行列とは、対角成分にベクトルの成分自身の分散、その他の成分に成分間の共分散を持つ行列である。以上のシステムより状態値 $\mathbf{x}_t$ は式(2.3), 観測値 $\mathbf{y}_t$ は式(2.4)で表される。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{F}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{G}_t \mathbf{v}_t \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad (2.4)$$

カルマンフィルタでは推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_{t|t}$ , 観測残差 $\mathbf{e}_t$ , 観測残差の共分散 $\mathbf{S}_t$ , 推定誤差共分散行列 $\hat{\mathbf{P}}_{t|t}$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}$ を以下の式で定義する。

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} = \mathbf{F}_t \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{y}_t - \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} \quad (2.6)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t} = \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{e}_t \quad (2.7)$$

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{V}[\mathbf{e}_t] \quad (2.8)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t} = \mathbf{V}[\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t}] \quad (2.9)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} = \mathbf{V}[\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}] \quad (2.10)$$

ここで、 $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}$ の添字 $t|t-1$ は時刻 $(t-1)$ から推定した時刻 $t$ の変数を意味しており、式中の $\mathbf{K}_t$ はフィルタの係数（カルマンゲイン）である。また、 $\mathbf{V}[\cdot]$ はベクトル群の分散共分散行列を表しており、例えば、式(2.8)の場合、以下のように表される。

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}_t &= V[\mathbf{e}_t] \\
&= E[(\mathbf{e}_t - E[\mathbf{e}_t])(\mathbf{e}_t - E[\mathbf{e}_t])^T]
\end{aligned}
\tag{2.11}$$

ここで、 $E[\cdot]$ は期待値を表しており、時刻 $t = T_1$ 時までの $\mathbf{e}_t$ の期待値 $E[\mathbf{e}_t]$ は以下のように計算される。

$$E[\mathbf{e}_t] = \frac{1}{T_1} \sum_{k=1}^{T_1} \mathbf{e}_k
\tag{2.12}$$

以上より、 $n$ 次元のベクトル $\mathbf{e}_t = (e_{t1}, e_{t2}, \dots, e_{tn})^T$ 、 $E[\mathbf{e}_t] = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_n)^T$ として、 $\mathbf{S}_t$ の $i$ 行 $j$ 列の成分 $s_{ij}$ は以下の式で表される。

$$s_{ij} = \frac{1}{T_1} \sum_{k=1}^{T_1} (e_{ki} - \bar{e}_i)(e_{kj} - \bar{e}_j)
\tag{2.13}$$

カルマンフィルタでは式(2.8)～(2.10)を毎時刻求めるため、右辺を変形し、時刻 $t$ と一つ前の時刻 $(t - 1)$ における情報のみを利用した式より計算する。式(2.8)は分散共分散行列の定義より式(2.11)となる。 $\mathbf{e}_t$ は真の平均値と統計量によって得られる平均値が等しい値（不偏推定量）を取るため、 $E[\mathbf{e}_t] = \mathbf{0}$ となり、式(2.11)は以下のように変形される。

$$\mathbf{S}_t = E[\mathbf{e}_t \mathbf{e}_t^T]
\tag{2.14}$$

一方，式(2.6)の $\mathbf{y}_t$ に式(2.4)を代入すると以下の式になる。

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_t &= (\mathbf{H}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t) - \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} \\ &= \mathbf{H}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) + \mathbf{w}_t\end{aligned}\tag{2.15}$$

式(2.14)に式(2.15)を代入すると，以下の式となる。

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_t &= \mathbb{E} \left[ (\mathbf{H}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) + \mathbf{w}_t) (\mathbf{H}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) + \mathbf{w}_t)^T \right] \\ &= \mathbb{E} \left[ (\mathbf{H}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})) (\mathbf{H}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}))^T \right] \\ &\quad + \mathbb{E} \left[ (\mathbf{H}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})) \mathbf{w}_t^T \right] + \mathbb{E} \left[ \mathbf{w}_t (\mathbf{H}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}))^T \right] \\ &\quad + \mathbb{E} [\mathbf{w}_t \mathbf{w}_t^T] \\ &= \mathbf{H}_t \mathbb{E} \left[ (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})^T \right] \mathbf{H}_t^T + \mathbf{H}_t \mathbb{E} [(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) \mathbf{w}_t^T] \\ &\quad + \mathbb{E} \left[ \mathbf{w}_t (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})^T \right] \mathbf{H}_t^T + \mathbb{E} [\mathbf{w}_t \mathbf{w}_t^T]\end{aligned}\tag{2.16}$$

式(2.16)の第2項，第3項について， $(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})$ と $\mathbf{w}_t$ とは独立であるため， $\mathbf{0}$ となる。一方，第1項中， $\mathbb{E} \left[ (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})^T \right]$  は定義より式(2.9)となる。第4項は定義より $\mathbf{R}_t$ となる。これらのことから式(2.16)は以下の式となる。

$$\mathbf{S}_t = \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t\tag{2.17}$$

式(2.9)について変形する。式(2.9)の $\hat{\mathbf{x}}_{t|t}$ にまず式(2.7)を代入する。その式を以下に示

す。

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t} = V[\mathbf{x}_t - (\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{e}_t)] \quad (2.18)$$

式(2.18)の $\mathbf{e}_t$ に式(2.15)を代入する。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_{t|t} &= V\left[\mathbf{x}_t - \left(\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t(\mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) + \mathbf{w}_t)\right)\right] \\ &= V[\mathbf{x}_t - (\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) + \mathbf{K}_t \mathbf{w}_t)] \\ &= V[\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) - \mathbf{K}_t \mathbf{w}_t] \\ &= V[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}) - \mathbf{K}_t \mathbf{w}_t] \\ &= V[(\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})] + V[\mathbf{K}_t \mathbf{w}_t] \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)V[(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})](\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)^T + \mathbf{K}_t V[\mathbf{w}_t] \mathbf{K}_t^T \end{aligned} \quad (2.19)$$

ここで、 $V[(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1})]$ は式(2.10)より $\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}$ となり、 $V[\mathbf{w}_t]$ は定義より $\mathbf{R}_t$ となるため、以下の式で表される。

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)^T - \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \quad (2.20)$$

式(2.10)について変形する。式(2.10)の $\mathbf{x}_t$ に式(2.3)、 $\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}$ に式(2.7)を代入すると以下の式となる。

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} &= V[\mathbf{F}_t \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{G}_t \mathbf{v}_t - \mathbf{F}_t \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1}] \\ &= V[\mathbf{F}_t(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1}) + \mathbf{G}_t \mathbf{v}_t] \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
&= V[\mathbf{F}_t(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1})] + V[\mathbf{G}_t\mathbf{v}_t] \\
&= \mathbf{F}_t V[(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1})] \mathbf{F}_t^T + \mathbf{G}_t V[\mathbf{v}_t] \mathbf{G}_t^T
\end{aligned}$$

$V[(\mathbf{x}_{t-1} - \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1})]$ は式(2.17)より  $\hat{\mathbf{P}}_{t-1|t-1}$  となり,  $V[\mathbf{v}_t]$ は定義より  $\mathbf{Q}_t$  となるため, 以下の式となる。

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} = \mathbf{F}_t \hat{\mathbf{P}}_{t-1|t-1} \mathbf{F}_t^T + \mathbf{G}_t \mathbf{Q}_t \mathbf{G}_t^T \quad (2.22)$$

次にカルマンゲイン  $\mathbf{K}_t$  によってベクトル  $(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_{t|t})$  の各成分における分散の和 ( $\text{tr}(\hat{\mathbf{P}}_{t|t})$ ) を最小にすることを考える。具体的には以下の式となる。

$$\frac{\partial \text{tr}(\hat{\mathbf{P}}_{t|t})}{\partial \mathbf{K}_t} = \mathbf{0} \quad (2.23)$$

カルマンゲイン  $\mathbf{K}_t$  はこの問題を解くように設定される。その準備として式(2.20)を以下のように変形する。

$$\begin{aligned}
\hat{\mathbf{P}}_{t|t} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)^T + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \\
&= (\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}) (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t)^T + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \\
&= (\hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}) (\mathbf{I} - \mathbf{H}_t^T \mathbf{K}_t^T) + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \\
&= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{K}_t^T - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{K}_t^T + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \quad (2.24) \\
&= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - (\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{K}_t^T \\
&\quad + \mathbf{K}_t \mathbf{R}_t \mathbf{K}_t^T \\
&= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - (\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t (\mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t) \mathbf{K}_t^T
\end{aligned}$$

この式に式(2.17)を代入すると以下の式となる。

$$\hat{\mathbf{P}}_{t|t} = \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - (\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T \quad (2.25)$$

式(2.25)の第1項は $\mathbf{K}_t$ で微分すると $\mathbf{0}$ となり、第2項はトレースの場合、第3項と同じになるため、式(2.23)の左辺を以下のように変形する。

$$\frac{\partial \text{tr}(\hat{\mathbf{P}}_{t|t})}{\partial \mathbf{K}_t} = -2 \frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})}{\partial \mathbf{K}_t} + \frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T)}{\partial \mathbf{K}_t} \quad (2.26)$$

ここで、 $\mathbf{A} = \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}$ として、 $\mathbf{A}$ の*i*行*j*列の成分を $a_{ij}$ と表す。 $\mathbf{K}_t$ の*i*行*j*列の成分を $k_{ij}$ として、第1項の $\text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{A})$ を成分で表した式を以下に示す。ただし、 $\mathbf{K}_t$ 、 $\mathbf{A}$ は $N \times N$ の行列とする。

$$\text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{A}) = \sum_{c=1}^N \sum_{d=1}^N k_{cd} a_{dc} \quad (2.27)$$

$\text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{A})$ を $\mathbf{K}_t$ の成分 $k_{ij}$ で微分した式を以下に示す。

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{A})}{\partial k_{ij}} = a_{ji} \quad (2.28)$$

このことから、式(2.28)の第1項は以下の式となる。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \widehat{\mathbf{P}}_{t|t-1})}{\partial \mathbf{K}_t} &= \frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{A})}{\partial \mathbf{K}_t} \\
&= \mathbf{A}^T \\
&= (\mathbf{H}_t \widehat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T \\
&= \widehat{\mathbf{P}}_{t|t-1}^T \mathbf{H}_t^T \\
&= \widehat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T
\end{aligned} \tag{2.29}$$

一方、式(2.26)の第2項 $\text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T)$ について成分で表した式を以下に示す。

$$\text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T) = \sum_{b=1}^N \sum_{c=1}^N \sum_{d=1}^N k_{bd} s_{dc} k_{bc} \tag{2.30}$$

$\text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T)$ を $\mathbf{K}_t$ の成分 $k_{ij}$ で微分した式を以下に示す。

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T)}{\partial k_{ij}} = 2k_{ij} s_{ji} + \sum_{c=1}^{j-1} s_{jc} k_{ic} + \sum_{c=j+1}^N s_{jc} k_{ic} + \sum_{d=1}^{j-1} k_{id} s_{dj} + \sum_{d=j+1}^N k_{id} s_{dj} \tag{2.31}$$

ここで $\mathbf{S}_t$ は共分散行列であるため、転置行列( $s_{ij} = s_{ji}$ )である。このことを式(2.31)に適用し変形した式を以下に示す。

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T)}{\partial k_{ij}} = 2k_{ij} s_{ji} + \sum_{c=1}^{j-1} k_{ic} s_{cj} + \sum_{c=j+1}^N k_{ic} s_{cj} + \sum_{d=1}^{j-1} k_{id} s_{dj} + \sum_{d=j+1}^N k_{id} s_{dj} \tag{2.32}$$

$$= 2 \sum_{c=1}^n k_{ic} s_{cj}$$

このことから，式(2.26)の第2項は以下の式となる。

$$\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T)}{\partial \mathbf{K}_t} = 2 \mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \quad (2.33)$$

以上のことから式(2.31)は以下の式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{tr}(\hat{\mathbf{P}}_{t|t})}{\partial \mathbf{K}_t} &= \mathbf{0} \\ -2 \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T + 2 \mathbf{K}_t \mathbf{S}_t &= \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_t \mathbf{S}_t &= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \end{aligned} \quad (2.34)$$

この式よりカルマンゲイン $\mathbf{K}_t$ は以下の手順で求められる。

$$\mathbf{K}_t = \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{S}_t^{-1} \quad (2.35)$$

また，式(2.34)を用いることで，式(2.20)が簡略化される。式(2.34)の両辺に $\mathbf{K}_t^T$ をかけた式を以下に示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T &= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \mathbf{H}_t^T \mathbf{K}_t^T \\ &= (\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T \end{aligned} \quad (2.36)$$



式(2.20)を展開した式(2.25)に式(2.36)を代入すると以下の手順に従い簡略化される。

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{P}}_{t|t} &= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - (\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t \mathbf{S}_t \mathbf{K}_t^T \\
 &= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - (\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} + (\mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1})^T \\
 &= \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1} \\
 &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \hat{\mathbf{P}}_{t|t-1}
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

カルマンフィルタに基づき時刻 $t$ の観測値 $\mathbf{y}_t$ より推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t}$ を出力するシステムを図 2.3 に示す。カルマンフィルタによって推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t}$ は以下の手順で求められる。初期状態は $\hat{\mathbf{x}}_{0|-1} = \bar{\mathbf{x}}_0$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_{0|-1} = \bar{\mathbf{P}}_0$ としてユーザにより決定される。

- i. 観測残差 $\mathbf{e}_t$ を式(2.6)より算出
- ii. 観測残差の共分散 $\mathbf{S}_t$ を式(2.17)より算出
- iii. カルマンゲイン $\mathbf{K}_t$ を式(2.35)より算出
- iv. 同時刻の推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{t|t}$ を式(2.7)より算出
- v. 同時刻の推定誤差共分散行列 $\hat{\mathbf{P}}_{t|t}$ を式(2.37)より算出
- vi. 次時刻の推定値 $\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t}$ を式(2.5)より算出

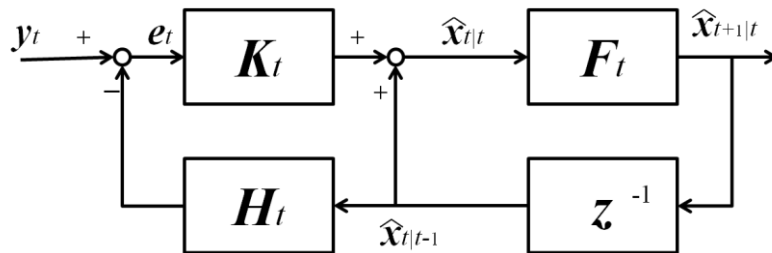


図 2.3 カルマンフィルタにより推定値を出力するシステム

- vii. 次時刻の推定誤差共分散行列 $\hat{\mathbf{P}}_{t+1|t}$ を式(2.22)より算出
- viii. 時刻を更新 ( $t \leftarrow t + 1$ ) して手順 i に戻る。

### 2.3. 粒子フィルタ

粒子フィルタ (Particle Filter) はノイズを含む観測値 $\mathbf{y}_t$ から対象の状態 $\mathbf{x}_t$ を推定する手法 (時系列フィルタ) の一種である[39][40]。初歩的な時系列フィルタとしてカルマンフィルタ (Kalman Filter : KF) が挙げられるが、カルマンフィルタは予測分布 $P(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{t-1})$ が正規分布に従うと仮定していたため、線形システムにしか適用できなかったが、粒子フィルタはサンプリングを用いることで非線形システム (式(2.1), 式(2.2)) にも対応可能となった。粒子フィルタには二種類のサンプル集合 $\mathbf{S}_{t|t-1} = \{\mathbf{s}_{t|t-1}^1, \mathbf{s}_{t|t-1}^2, \dots, \mathbf{s}_{t|t-1}^N\}$ ,  $\mathbf{S}_{t|t} = \{\mathbf{s}_{t|t}^1, \mathbf{s}_{t|t}^2, \dots, \mathbf{s}_{t|t}^N\}$  (サンプル数 :  $N$ ) を用いる。 $\mathbf{S}_{t|t-1}$ は確率分布 $P(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{t-1})$ ,  $\mathbf{S}_{t|t}$ は確率分布 $P(\mathbf{x}_t|\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_t)$ に従うサンプル集合として定義する。以下の手順 i~vii が粒子フィルタの具体的なアルゴリズムとなる。また粒子フィルタの概念図を図 2.4 に示す。

- i. 時刻 $t = 1$ として初期確率分布 $P(\mathbf{x}_0)$ に従いサンプル集合 $\mathbf{S}_{0|0} = \{\mathbf{s}_{0|0}^1, \mathbf{s}_{0|0}^2, \dots, \mathbf{s}_{0|0}^N\}$ を生成
- ii. ノイズ $\mathbf{v}_t$ をあらかじめ設定された分布に従いサンプルごとに生成し、以下の式に従い予測サンプル集合 $\mathbf{S}_{t|t-1}$ を生成

$$\mathbf{s}_{t|t-1}^i = \text{func}(\mathbf{s}_{t-1|t-1}^i, \mathbf{v}_t) \tag{2.38}$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

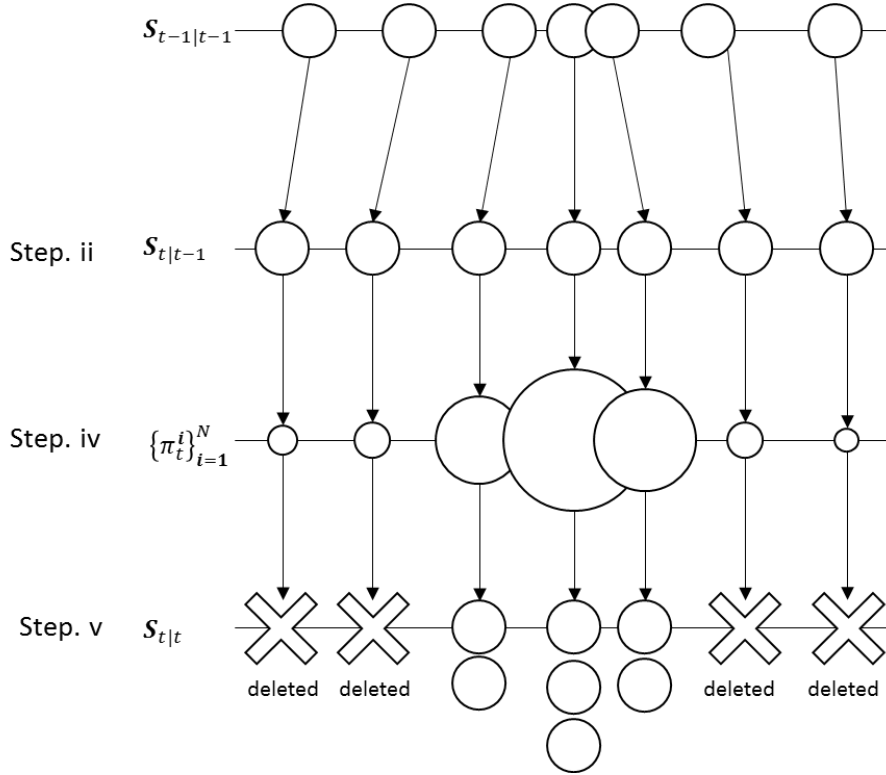


図 2.4 粒子フィルタの概念図

iii. 式(2.39)に従い, 各予測サンプル $\mathbf{s}_{t|t-1}^i$ について評価値 $\pi_t^i$ を算出

$$\pi_t^i = \frac{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t = \mathbf{s}_{t|t-1}^i)}{\sum_{i=1}^N p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t = \mathbf{s}_{t|t-1}^i)} \quad (2.39)$$

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t = \mathbf{s}_{t|t-1}^i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |\mathbf{R}_t|}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{y}_t - h(\mathbf{s}_{t|t-1}^i))^T \mathbf{R}_t^{-1} (\mathbf{y}_t - h(\mathbf{s}_{t|t-1}^i))}{2}\right) \quad (2.40)$$

$\mathbf{R}_t$  : 観測ノイズの共分散行列

iv. 予測サンプル集合 $\mathbf{S}_{t|t-1}$ からそれぞれ $\mathbf{s}_{t|t-1}^i$ を評価値 $\pi_t^i$ に比例する割合で $N$ 個抽出し, サンプル集合 $\mathbf{S}_{t|t}$ とする (リサンプリング)

v. 推定値 $\hat{\mathbf{x}}_t$ を以下の式より算出

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_{t|t}^i \quad (2.41)$$

vi.  $t := t + 1$ として手順 ii に戻る。

## 2.4. 融合粒子フィルタ

前述で紹介した粒子フィルタにはリサンプリングが繰り返されるうちにサンプルの多様性が失われ、状態推定の精度が劣化するという問題がある。このような背景から、融合粒子フィルタが提案された[15]。融合粒子フィルタは、 $l \times N$ 回 ( $l > 2$ ) サンプルを確率的に取得し、 $l$ 個の重み付き和としてリサンプリングすることでサンプルの多様性を担保した手法である[18]。以下の手順 i~vii が融合粒子フィルタの具体的なアルゴリズムとなる。

- i. 時刻  $t = 1$  として初期確率分布  $P(\mathbf{x}_0)$  に従いサンプル集合  $\mathbf{S}_{0|0} = \{\mathbf{s}_{0|0}^1, \mathbf{s}_{0|0}^2, \dots, \mathbf{s}_{0|0}^N\}$  を生成
- ii. ノイズ  $\mathbf{v}_t$  をあらかじめ設定された分布に従いサンプルごとに生成し、以下の式に従い予測サンプル集合  $\mathbf{S}_{t|t-1}$  を生成

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{t|t-1}^i &= \text{func}(\mathbf{s}_{t-1|t-1}^i, \mathbf{v}_t) \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2.42)$$

iii. 以下の式に従い，各予測サンプル  $\mathbf{s}_{t|t-1}^i$  について評価値  $\pi_t^i$  を算出

$$\pi_t^i = \frac{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t = \mathbf{s}_{t|t-1}^i)}{\sum_{i=1}^N p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t = \mathbf{s}_{t|t-1}^i)} \quad (2.43)$$

iv. サンプル  $\mathbf{s}_{t|t-1}^i$  が評価値  $\pi_t^i$  の確率で選ばれるようにサンプルを  $l \times N$  個再生成し，

サンプル集合  $\hat{\mathbf{S}}_{t|t} = \{\hat{\mathbf{s}}_{t|t}^{(1,1)}, \dots, \hat{\mathbf{s}}_{t|t}^{(l,N)}\}$  を構成

v. サンプル集合  $\hat{\mathbf{S}}_{t|t}$  をもとに以下の式に従い，サンプル集合  $\mathbf{S}_{t|t} = \{\mathbf{s}_{t|t}^1, \mathbf{s}_{t|t}^2, \dots, \mathbf{s}_{t|t}^N\}$  を生成

$$\mathbf{s}_{t|t}^i = \sum_{j=1}^l \kappa_j \hat{\mathbf{s}}_{t|t}^{(j,i)} \quad (2.44)$$

vi. 推定値  $\hat{\mathbf{x}}_t$  を以下の式より算出

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_{t|t}^i \quad (2.45)$$

vii.  $t := t + 1$  として手順 ii に戻る。

つまり融合粒子フィルタでは，第 2.3 節の粒子フィルタに手順 iv を行う代わりに手順 iv，手順 v を実施する。ここで，手順 v における  $\kappa_j$  は重み付き和の重みとなる。重みは以下の条件を満たすように設定する。

$$\sum_{j=1}^l \kappa_j = 1 \quad (2.46)$$

$$\sum_{j=1}^l \kappa_j^2 = 1 \quad (2.47)$$

これまでの研究より， $\kappa_1$ を1に近い値，残りを0に近い値を設定することで多様性が担保しやすく，モデルの次元数に対して粒子が少ない場合は $\kappa_1$ を1に近づけないよう設定することでよい推定結果が得られることが確認されている[15]。

## 第3章 有限要素モデルを用いた逐次データ同化

本章では第 2.1 節で逐次データ同化について紹介する。その後、第 2.2 節で有限要素モデルへの適用方法について説明する。

### 3.1. 逐次データ同化

気象学や海洋学の分野では、実際の地球システムの再現・解明・予測のため、物理法則などの法則に基づいたモデルによるシミュレーションが頻繁に行われている。その際、モデル化する際に損失する情報や初期条件・境界条件等のパラメータの与え方によって発生する不確実性により、現実の事象と乖離することがある。データ同化はそのような乖離を防ぐ方法論の一つである[47][48]。特にその中で 1 時間ステップごとにパラメータや状態を修正するものが「逐次データ同化」と呼ばれている。逐次データ同化では実システム、システムモデル、観測モデルの 3 つを取り扱う。実システムとは実際の解析対象のことを指す。実システムを偏微分方程式で近似表現した上で、コンピュータで計算可能となるよう、その偏微分方程式を空間的、時間的に離散化したものを「システムモデル」と呼ぶ。時刻  $t$  時の全格子の状態を格納したベクトルを  $\mathbf{x}_t$  とし、システムモデルは式(2.1)として表現される。ここで、 $\mathbf{x}_t$  は  $M$  個の格子点  $\{\xi_t^1, \xi_t^2, \dots, \xi_t^M\}$  の情報を持つベクトル  $\mathbf{x}_t = (\xi_t^{1T}, \xi_t^{2T}, \dots, \xi_t^{MT})^T$  となっている。例えば気象モデルの場合、各格子  $\xi_t^i$  は縦の格子数を  $J$  とし、図 3.1 に従い二次

$\xi_t^1$	$\xi_t^{J+1}$	...		
$\xi_t^2$				
$\vdots$			$\xi_t^i$	
$\xi_t^{J-1}$				$\xi_t^{M-1}$
$\xi_t^J$		...		$\xi_t^M$

$(T_t^i, S_t^i, U_t^i, V_t^i)$

図 3.1 データ同化における状態変数ベクトルの例

元的に配置され、温度 $T_t^i$ 、水蒸気量 $S_t^i$ 、風向風速を表す2次元ベクトル $(U_t^i, V_t^i)$ を持つもの ( $\xi_t^i = (T_t^i, S_t^i, U_t^i, V_t^i)^T$ ) とすると状態変数ベクトル  $\mathbf{x}_t = (T_t^1, S_t^1, U_t^1, V_t^1, T_t^2, S_t^2, U_t^2, V_t^2, \dots, T_t^M, S_t^M, U_t^M, V_t^M)^T$  に定義される。また、式(2.1)中のシステムノイズ $\mathbf{v}_t$ は実システムにおいて本質的に存在する誤差とシステムモデルを設定したことによって発生した誤差を表現している。観測モデルは格子点上の物理量の一部が観測されるものとし、観測時に非線形変換を受ける場合も考慮して、式(2.2)で表現される。システムモデルと観測モデルに対して、時系列フィルタリングを適用することで毎時刻、観測値から全体の状態を推定する。

### 3.2. 有限要素モデルへの適用

有限要素モデルに対して逐次データ同化を適用することで物性値やモデルの状態(変位や応力)等を推計することができる。ここでは加速度応答をもとにした変位応答の推計を紹介する。変位応答は橋梁の状態を知る上で重要な指標であるが、測定するには固定点が必要となるため、多大な労力・費用がかかり、場合によっては計測が困難となる。その一方、加速度計は低コストとなり、加速度応答からの変位



応答推計が行われるようになった[42]-[45]。変位応答推計に逐次データ同化を用いることで、材料特性や外力等に不確実性を含む状況下においても高精度な推定が可能となる。逐次データ同化を用いた変位応答推計には以下の運動方程式を用いる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_t + \mathbf{K}\mathbf{u}_t = \mathbf{f}_t \quad (3.1)$$

ここで、 $\mathbf{M}$ は質量行列、 $\mathbf{C}$ は減衰行列、 $\mathbf{K}$ は剛性行列、 $\mathbf{u}_t$ は $N$ 次元の変位ベクトル、 $\mathbf{f}_t$ は $N$ 次元の荷重ベクトルである。有限要素モデルの状態 ( $\ddot{\mathbf{u}}_t$ ,  $\dot{\mathbf{u}}_t$ ,  $\mathbf{u}_t$ ) はニューマーク  $\beta$  法を用いて式(3.2)~(3.4)より求められる。ただし、 $T$ は1ステップの時間である。

$$\ddot{\mathbf{u}}_t = \left( \mathbf{M} + \frac{T}{2}\mathbf{C} + \beta T^2\mathbf{K} \right)^{-1} (\mathbf{f}_t + \mathbf{B}_c\mathbf{C} + \mathbf{B}_k\mathbf{K}) \quad (3.2)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_t = \dot{\mathbf{u}}_{t-1} + T \frac{\ddot{\mathbf{u}}_{t-1} + \ddot{\mathbf{u}}_t}{2} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{u}_t = \mathbf{u}_{t-1} + T^2\dot{\mathbf{u}}_{t-1} + \frac{T^2}{2}\ddot{\mathbf{u}}_{t-1} + \beta T^2(\ddot{\mathbf{u}}_t - \ddot{\mathbf{u}}_{t-1}) \quad (3.4)$$

ここで、 $\mathbf{B}_c$ ,  $\mathbf{B}_k$ は以下の式で求められる。

$$\mathbf{B}_c = -\mathbf{f}_{t-1} + \frac{T}{2}\ddot{\mathbf{u}}_{t-1} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B}_k = -\mathbf{u}_t + T\dot{\mathbf{u}}_{t-1} + \left( \frac{1}{2} - \beta \right) T^2\ddot{\mathbf{u}}_{t-1} \quad (3.6)$$

$L$ 個の観測点を $3N$ 次元の状態変数ベクトル $\mathbf{x}_t$  (式(3.7)) から指定するため、 $L \times 3N$ 次

元の  $0$  と  $1$  で構成される行列  $H$  と、 $L$  変量の観測誤差  $w(t)$  より観測値の予測分布  $y_t$  は式(3.8)として表現される。

$$\mathbf{x}_t = (\ddot{\mathbf{u}}_t^T, \dot{\mathbf{u}}_t^T, \mathbf{u}_t^T)^T \quad (3.7)$$

$$\mathbf{y}_t = H\mathbf{x}_t + \mathbf{w}_t \quad (3.8)$$

状態空間表現における式(3.8)を観測方程式、式(3.2)～(3.4)をシステムモデル  $\text{func}(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{v}_t)$  として、粒子フィルタを適用する。 $\mathbf{v}_t$  は有限要素モデルへの離散化や支持条件、荷重設定といったシミュレーションの不完備性を表す。逐次データ同化に粒子フィルタを採用した場合の変位推計の手順を図 3.2 に示す。

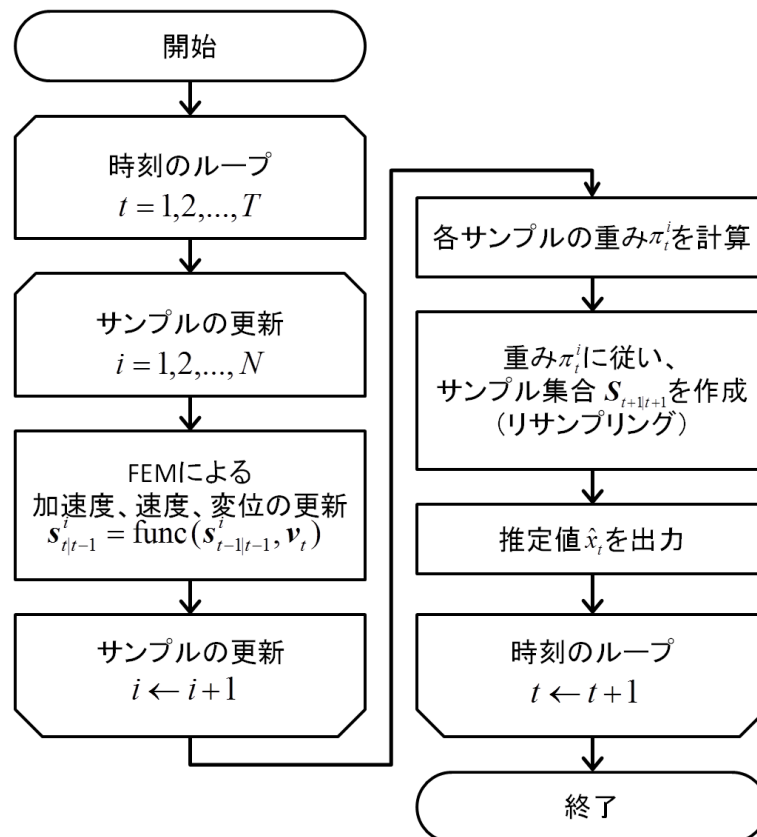


図 3.2 逐次データ同化を用いた加速度応答に基づく変位推計の手順

## 第4章 改良粒子フィルタ

粒子フィルタや融合粒子フィルタには、有限要素モデルに非定常性の強い外力が加わると、評価値 $\pi_t^i \approx 1/N$ となり、推計精度が下がってしまうという問題があった。そこで本研究では評価値の分母の値を元に分散を決定し、次時刻にその分散に従うノイズを加えることで観測値に近い値を取りやすくする粒子フィルタを提案する。具体的なアルゴリズムは以下の手順 i~vii となる。

- i. 時刻 $t = 1$ として初期確率分布 $P(\mathbf{x}_0)$ に従いサンプル集合 $S_{0|0} = \{s_{0|0}^1, s_{0|0}^2, \dots, s_{0|0}^N\}$ を生成
- ii. ノイズ $\mathbf{v}_t$ をあらかじめ設定された分布に従いサンプルごとに生成し、以下の式に従い予測サンプル集合 $S_{t|t-1}$ を生成

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{t|t-1}^i &= \text{func}(\mathbf{s}_{t-1|t-1}^i, \mathbf{v}_t) \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \tag{4.1}$$

- iii. 以下の式に従い、各予測サンプル $\mathbf{s}_{t|t-1}^i$ について評価値 $\pi_t^i$ を算出

$$\pi_t^i = \frac{p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t = \mathbf{s}_{t|t-1}^i)}{\sum_{i=1}^N p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t = \mathbf{s}_{t|t-1}^i)} \quad (4.2)$$

iv. サンプルにノイズ  $\boldsymbol{\gamma}_t$  を加える

$$\mathbf{s}_{t|t-1}^i \leftarrow \mathbf{s}_{t|t-1}^i + \boldsymbol{\gamma}_t \quad (4.3)$$

v. 予測サンプル集合  $\mathbf{S}_{t|t-1}$  からそれぞれ  $\mathbf{s}_{t|t-1}^i$  を評価値  $\pi_t^i$  に比例する割合で  $N$  個抽出し、サンプル集合  $\mathbf{S}_{t|t}$  とする (リサンプリング)

vi. 推定値  $\hat{\mathbf{x}}_t$  を以下の式より算出

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_{t|t}^i \quad (4.4)$$

vii.  $t := t + 1$  として手順 ii に戻る。

粒子フィルタとの違いは手順 iv の有無である。ここで手順 iv における  $\boldsymbol{\gamma}_t$  の分散共分散行列  $\mathbf{Q}_{\boldsymbol{\gamma}_t}^y$  の成分  $q_{ij,t}^y$  は式(4.2)で決定される。

$$q_{ij,t}^y = \alpha \left( 1 - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N P(\mathbf{y}_{t-1} | \mathbf{x}_{t-1} = \mathbf{s}_{t-1|t-2}^k) \right) \delta_{ij} \quad (4.5)$$

計算量を省くため、 $\boldsymbol{\gamma}_t$  の成分自身の分散のみを考慮するものとして式(4.2)には、ク

ロネッカーのデルタ  $\delta_{ij}$  を入れた。  $P(\mathbf{y}_{t-1} | \mathbf{x}_{t-1} = \mathbf{s}_{t-1|t-2}^k)$  の合計は評価値の計算中の分母となっており、サンプル集合全体がフィットしている度合いを表す数値となる。  $P(\mathbf{y}_{t-1} | \mathbf{x}_{t-1} = \mathbf{s}_{t-1|t-2}^k)$  は確率の定義より  $[0, 1]$  の区間の値をとるため、  $q_{ij,t}^y$  は  $[0, \alpha]$  の値をとる。また、評価値の計算で用いる値であるため、計算負荷が少ない。手順 iv の処理により、非定常性の強い外力が加わった際、サンプルが速やかに様々な値をとるため、融合粒子フィルタより乖離が生まれにくいと考えられる。

## 第5章 数値検証

### 5.1. 片持ち梁モデルによる検証

有限要素法により離散化した片持ち梁モデルを用いて、過渡応答解析と逐次データ同化を実施して改良粒子フィルタから得られる結果の妥当性を検証する。簡単な解析例として一般的に用いられる片持ち梁モデル[49]から、基本的な特性を評価する。この数値実験では、まず片持ち梁モデルに対して荷重条件を設定して 30000 ステップまで過渡応答解析を実施する。片持ち梁モデル（図 5.1）の要素数、節点数や物性値等の設定を表 5.1 に示す。図中の節点 A を(0, 0, 0)として、(10, 0.5, 0.5)の位置にある節点に 500 ステップ時、Z 軸負方向に 2.0[kgf]の荷重を加えた。当該解析

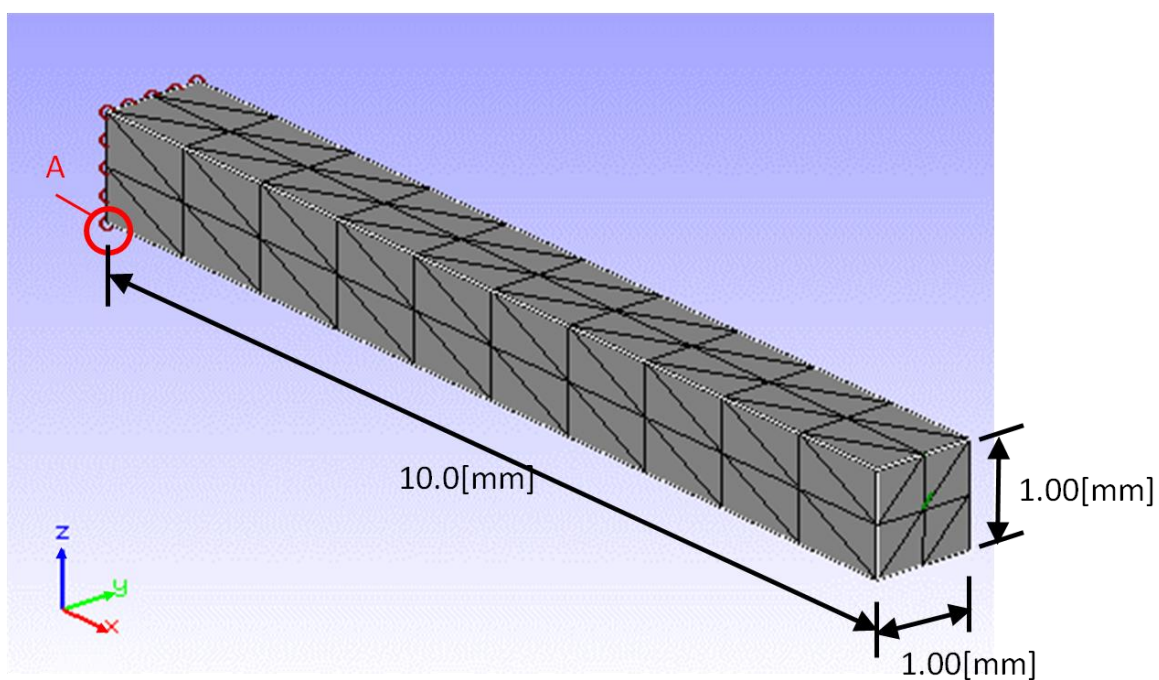


図 5.1 片持ち梁モデル

表 5.1 片持ち梁モデルの設定

パラメータ	値
節点数	525
要素数	240
要素	4面2次要素
ヤング率	4000[kgf/mm <sup>2</sup> ]
ポアソン比	0.3

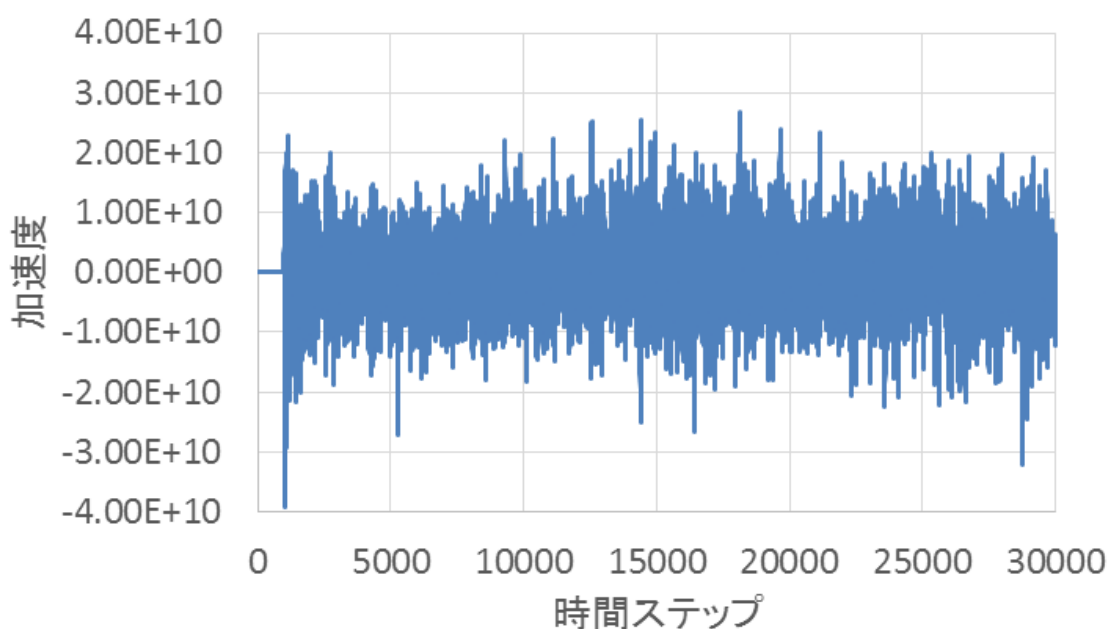


図 5.2 節点(10, 0.5, 1)におけるダミー観測値

より得られた加速度応答の時刻歴に対して分散 $1.0 \times 10^{-6}$ の正規分布に従うノイズを加えたものをダミー観測値とする。一例として節点(10, 0.5, 1)のダミー観測値を図 5.2 に示す。同様の片持ち梁モデルに対して、ダミー観測値を与え時系列フィルタリングを用いて変位応答推計を実施する。観測点には(1, 0.5, 1)-(10, 0.5, 1)間を等間隔にとった 5 点, 10 点の 2 種類の設定を用意する。推計には粒子フィルタ (PF),

融合粒子フィルタ (MPF), 改良粒子フィルタ (IPF) を適用した。ただし, 過去の文献[12][15]を参考に融合粒子フィルタは $\kappa_1 = 0.75$ ,  $\kappa_2 = (1 + \sqrt{13})/8 \cong 0.576$ ,  $\kappa_3 = (1 - \sqrt{13})/8 \cong -0.326$ , 観測ノイズの分散を参考に改良粒子フィルタは $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ ,  $1.0 \times 10^{-7}$ ,  $1.0 \times 10^{-6}$ の3種類に設定した。観測ノイズの分散と同じ値に $\alpha$ を設定することで, 適切なスケールで粒子が拡散されると考えられる。サンプル数は過去の文献[19]を参考に200とする。(10, 0.5, 0)にある節点のZ方向について, 事前に実施した過渡応答解析によって得られた変位応答時刻歴を真値として, 平均絶対誤差, 平均二乗誤差を算出する。ここで,  $T_1$ 時間ステップまで過渡応答解析を実施した際の平均絶対誤差 (Mean Absolute Error : MAE) と平均二乗誤差 (Mean Squared Error : MSE) は時刻 $t$ ステップの真値 $u_t$ と推定値 $\hat{u}_t$ を用いて式(5.1)式(5.2)により計算される。

$$\text{MAE} = \frac{1}{T_1} \sum_{i=1}^{T_1} |u_i - \hat{u}_i| \quad (5.1)$$

$$\text{MSE} = \frac{1}{T_1} \sum_{i=1}^{T_1} (u_i - \hat{u}_i)^2 \quad (5.2)$$

平均絶対誤差は工学分野で用いられることが多く, 真値に近い値のとりやすさが考慮される指標である[16]。一方, 平均二乗誤差は時系列フィルタリングの性能評価に用いられることが多く, 真値に近いだけでなく値のばらつきが考慮される指標である[40]。各手法の平均絶対誤差, 平均二乗誤差, 計算時間を観測点数別に表 5.2, 表 5.3 に示す。各手法の変位応答推計の時刻歴を観測点数別に図 5.3, 図 5.4 に示す。粒子フィルタは推計できていないことが視覚的に確認できる。粒子フィルタは



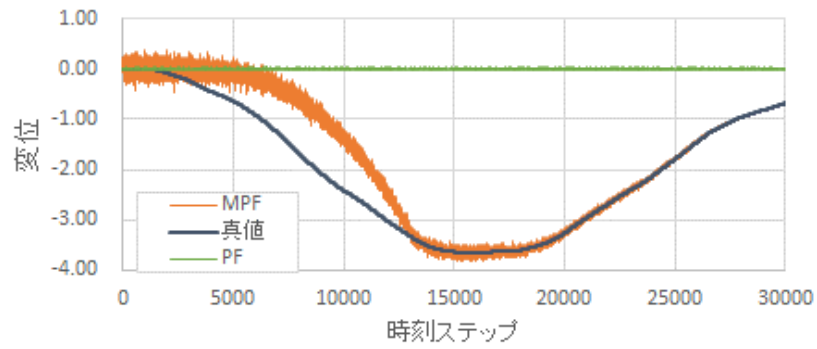
サンプル数を 400, 800 に設定しても改善されることがなかった。逐次データ同化におけるシステムモデルとして有限要素解析は変化が少なく、初期値に依存しており、サンプルがデータにフィットしなかったため、推計がうまくいかなかったということが考えられる。一方で融合粒子フィルタ、改良粒子フィルタは自身のアルゴリズム内でサンプルを変化させる。そのため、推計が可能となったと考えられる。特に改良粒子フィルタは推計結果の観測ノイズと同じ分散である  $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$  に設定した場合、乖離がなく、融合粒子フィルタと比べると、5 点の場合では、平均絶対誤差が 0.195 倍、10 点の場合では 0.276 倍に抑制された。平均二乗誤差についても観測点 5 点の場合 0.0234 倍、10 点の場合 0.0426 倍と小さくなっていることが分か

表 5.2 各手法の誤差・計算時間（片持ち梁(10, 0.5, 0), 観測点 5 点)

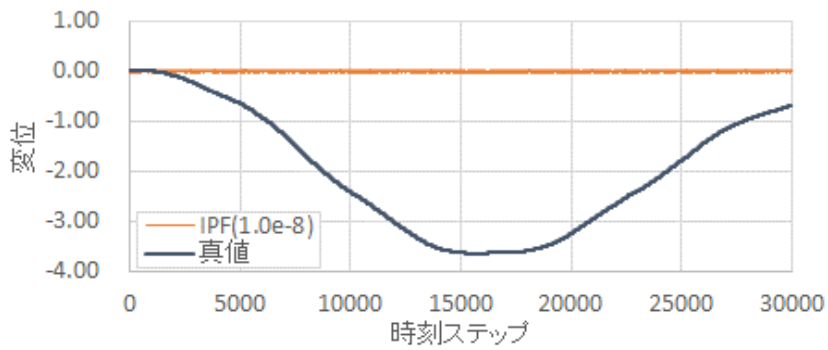
手法	平均絶対誤差	平均二乗誤差	計算時間[sec]
PF	2.01	5.56	46,141
MPF	0.277	0.220	78,799
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )	2.00	5.55	51,542
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )	0.104	3.27e-2	51,578
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )	5.40e-2	5.14e-3	51,612

表 5.3 各手法の誤差・計算時間（片持ち梁(10, 0.5, 0), 観測点 10 点)

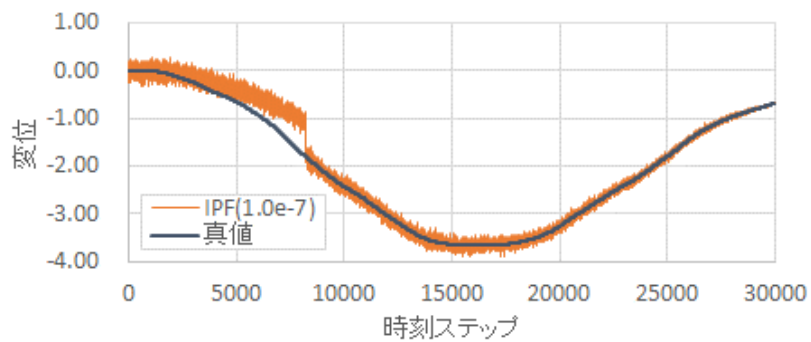
手法	平均絶対誤差	平均二乗誤差	計算時間[sec]
PF	2.01	5.56	46,362
MPF	0.182	0.105	78,812
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )	8.20e-2	3.48e-2	51,644
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )	6.79e-2	1.36e-2	51,541
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )	5.03e-2	4.47e-3	51,637



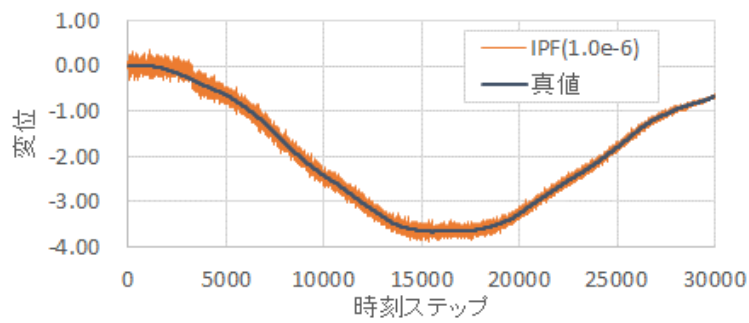
(a)PF, MPF



(b) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )

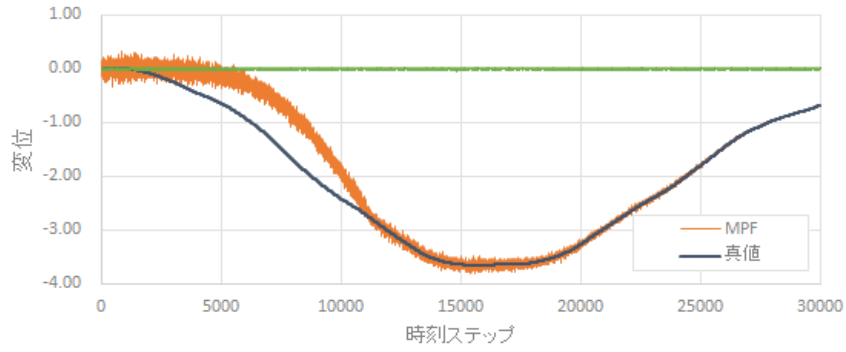


(c) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )

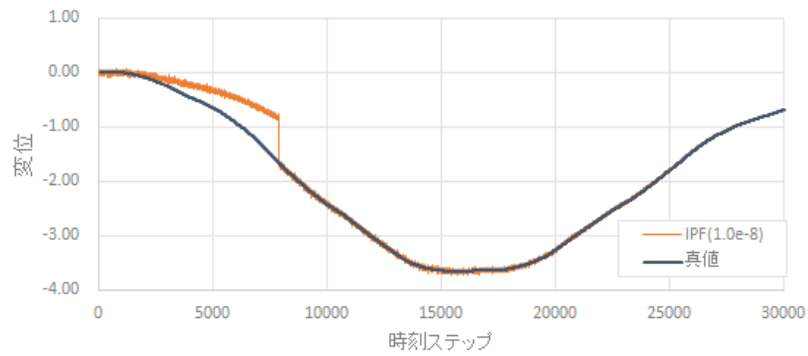


(d) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )

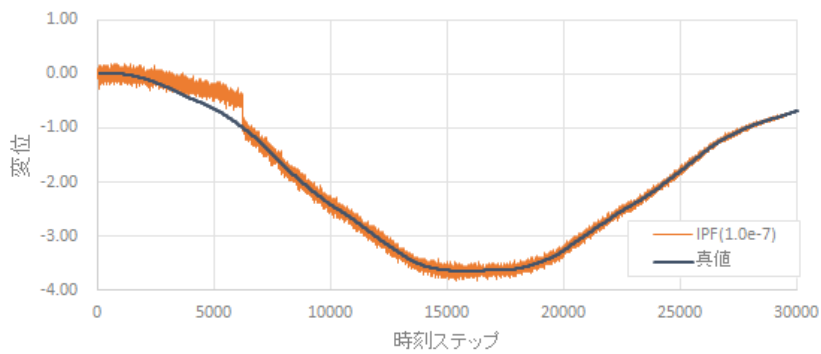
図 5.3 各手法による変位推計の時刻歴 (片持ち梁(10, 0.5, 0), 観測点 5 点)



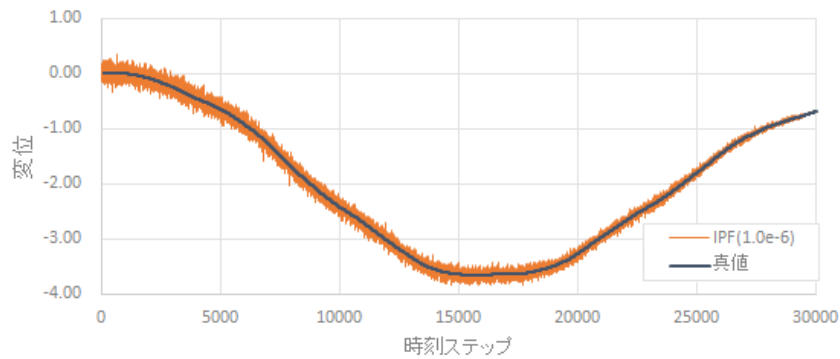
(a)PF, MPF



(b) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )

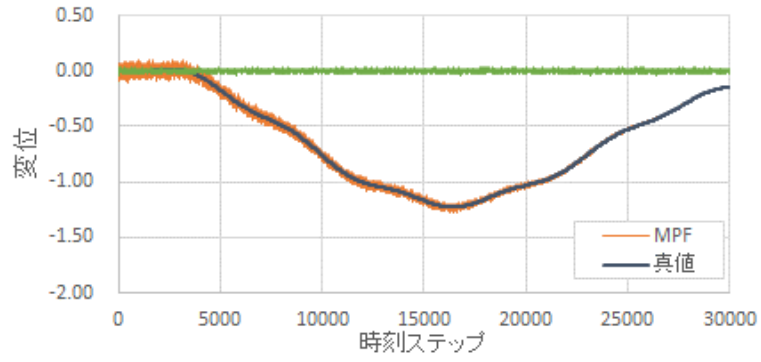


(c) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )

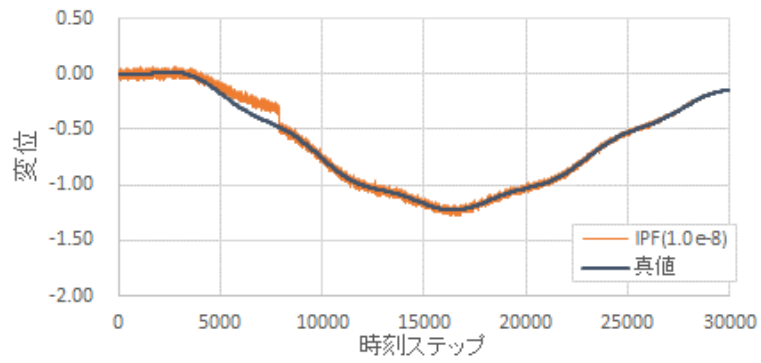


(d) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )

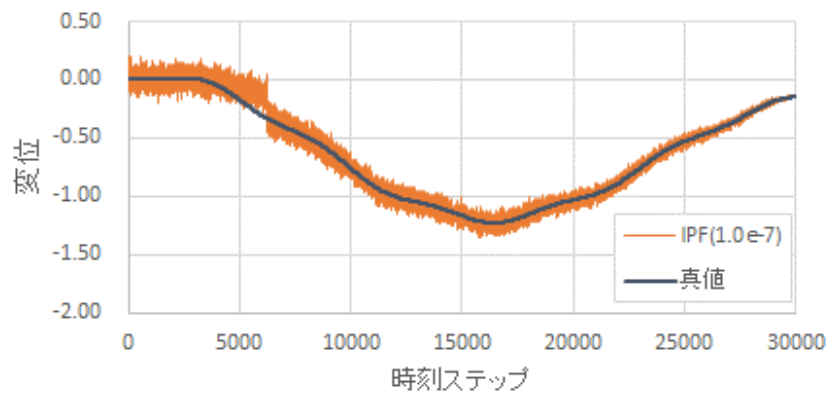
図 5.4 各手法による変位推計の時刻歴 (片持ち梁(10, 0.5, 0), 観測点 10 点)



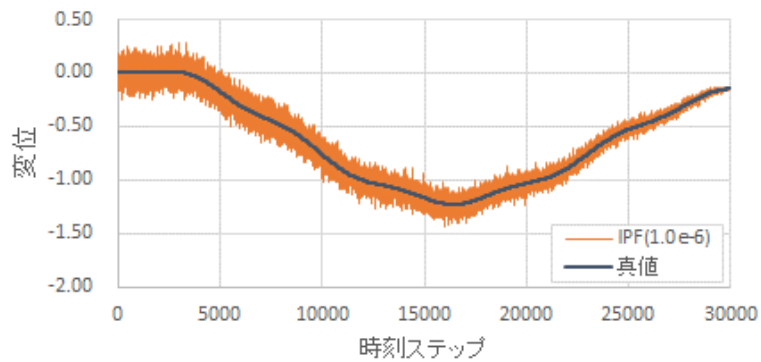
(a)PF, MPF



(b) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )

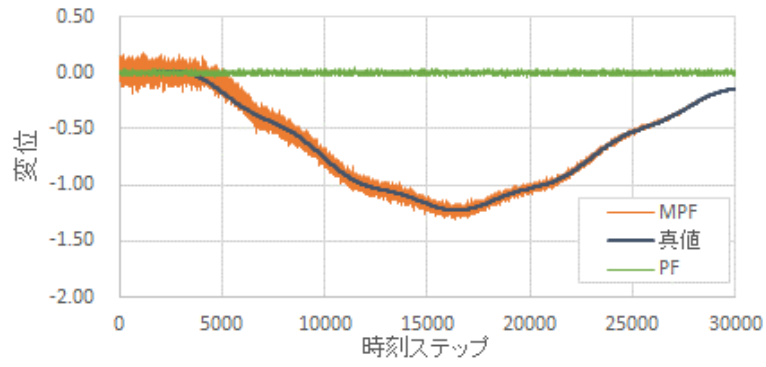


(c) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )

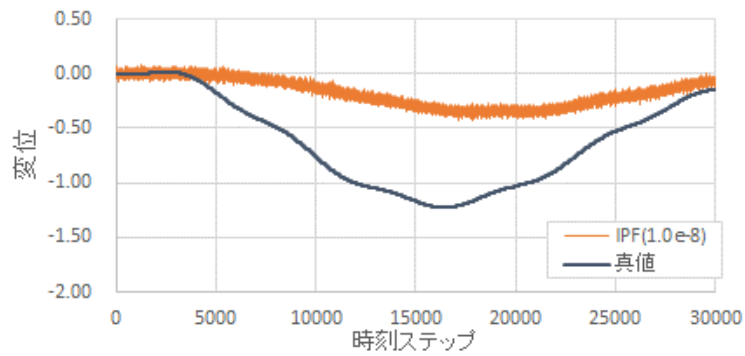


(d) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )

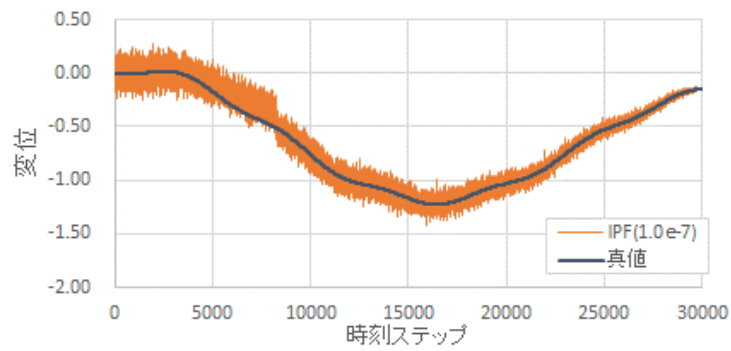
図 5.5 各手法による変位推計の時刻歴 (片持ち梁 5, 0.5, 0), 観測点 5 点)



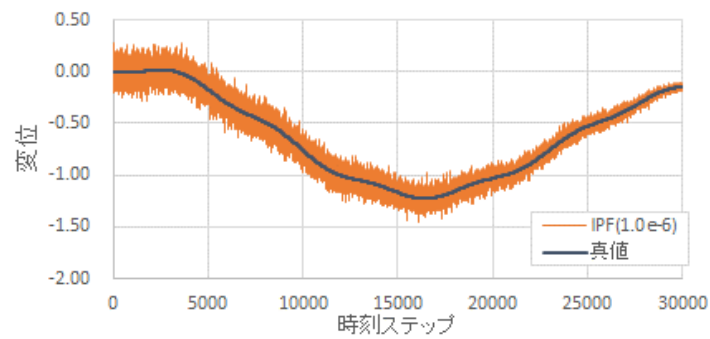
(a)PF, MPF



(b) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )



(c) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )



(d) IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )

図 5.6 各手法による変位推計の時刻歴 (片持ち梁(5, 0.5, 0), 観測点 5 点)

る。このことから、前時刻の評価値をもとにノイズを付加することでサンプルの多様性を確保できたといえる。ただし、観測点 5 点かつ  $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$  の場合では粒子フィルタ同様推計に失敗しており、観測点 10 点かつ  $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}, 1.0 \times 10^{-7}$  の場合、乖離が発生しているため、 $\alpha$  は大きくとる必要があることが分かった。具体的に  $\alpha$  の値をいくりに設定するかは今後の課題となる。また、(5, 0.5, 0) の節点の推計結果 (図 5.5, 図 5.6) を確認すると融合粒子フィルタは精度よく推計されていることから、片持ち梁の根元から修正されていると考えられる。一方、改良粒子フィ

表 5.4 各手法の誤差・計算時間 (片持ち梁(5, 0.5, 0), 観測点 5 点)

手法	平均絶対誤差	平均二乗誤差
PF	0.631	0.567
MPF	2.42e-2	1.31e-3
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )	0.456	0.300
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )	4.98e-2	4.77e-3
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )	4.92e-2	4.18e-3

表 5.5 各手法の誤差・計算時間 (片持ち梁(5, 0.5, 0), 観測点 10 点)

手法	平均絶対誤差	平均二乗誤差
PF	0.631	0.567
MPF	1.26e-2	3.36e-4
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ )	2.24e-2	1.67e-3
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-7}$ )	3.80e-2	3.01e-3
IPF ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ )	4.56e-2	3.67e-3

ルタ ( $\alpha = 1.0 \times 10^{-8}$ ,  $1.0 \times 10^{-7}$ ) に関しては(10, 0.5, 0)と同タイミングで乖離が修正されていることが分かる。サンプルが拡散したことでデータにフィットしたためと思われる。一方、 $\alpha = 1.0 \times 10^{-6}$ について誤差 (表 5.4, 表 5.5) について融合粒子フィルタと比べると、平均絶対誤差では 2.03 倍、平均二乗誤差では 3.19 倍となっている。これはサンプルの多様性を保つために加えたノイズによる影響と考えられる。以上より、改良粒子フィルタは安定性に課題が残るものの、推計結果の乖離を抑制する働きがあると思われる。

## 5.2. 桁橋モデルによる検証

従来研究[12]での解析結果との比較を行うため、有限要素法により離散化した桁橋モデル (図 5.7) を用いて第 5.1 節と同様に過渡応答解析と逐次データ同化を実施した。桁橋モデルについて、実際の桁橋は複線橋であるが、従来研究[41]より列車荷重の 9 割以上を荷重載荷側の主桁が支持する傾向が確認されていることから、挙動の再現が可能と考え床板構造は省略し、片側主桁のみの 2 次元有限要素モデルとなった。桁橋モデルの物性値等の設定を表 5.6 に示す。図 5.8 に示す列車が 117.2[km/h]の速度で通過することを想定して各節点に動的な荷重を加え、時間刻み 0.005[sec], 1000 ステップ (実時間で 5[sec]まで) の過渡応答解析を実施する。荷重は車輪が節点の示す位置に来た際に 100[kN]かかるものとする。以上の解析より得られた加速度応答の時刻歴に対して従来研究[12]の設定をもとに分散 0.1 の正規分布に従うノイズを加えたものをダミー観測値とする。一例として節点番号 13 のダミ

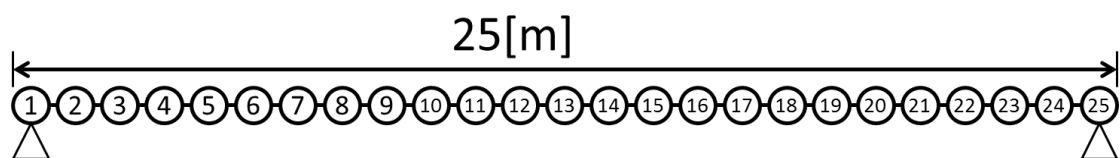


図 5.7 桁橋モデル

表 5.6 桁橋モデルの設定

パラメータ	値
節点数	25
要素数	24
要素	2次元梁要素
ヤング率	$2.50 \times 10^7 [\text{N/m}^2]$
断面積	$7.70 [\text{m}^2]$
断面2次モーメント	$4.72 [\text{m}^4]$
ポアソン比	0.3

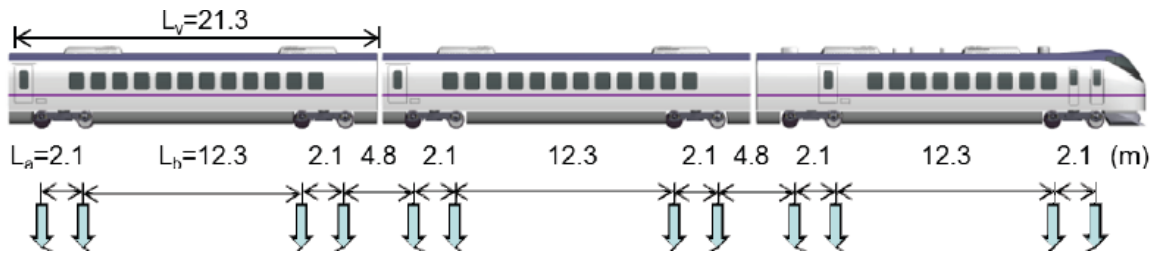


図 5.8 走行列車荷重モデル（全6両のうち3両を記載）[9]

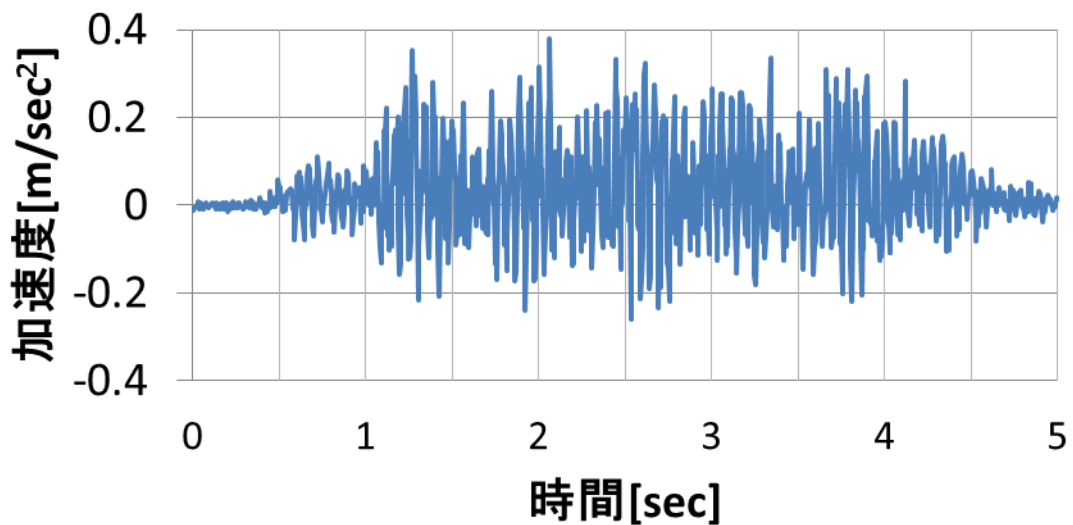


図 5.9 節点13におけるダミー観測値



一観測値を図 5.9 に示す。観測点は節点番号 5, 7, 9, 13, 17, 19, 21 (計 7 点) と節点番号 5, 9, 17, 21 (計 4 点) との 2 種類の設定を用意する。観測点 7 点が従来研究[12]の設定であり, 更なる検証のため, 本研究で観測点 4 点により変位応答推計を試みた。従来研究[12][15]より融合粒子フィルタは $\kappa_1 = 0.75$ ,  $\kappa_2 = (1 + \sqrt{13})/8 \approx 0.576$ ,  $\kappa_3 = (1 - \sqrt{13})/8 \approx -0.326$ とし, 改良粒子フィルタは観測値にかかるノイズの分散を参考に $\alpha = 0.001, 0.01, 0.1$ の 3 種類に設定した。サンプル数は従来研究[12][16][17]を参考に 200 とする。事前実施した過渡応答解析によって得られた節点番号 13 の鉛直方向の変位応答時刻歴を真値とし, 観測点を 7 点とした場合の, 各手法の推計結果の平均絶対誤差, 平均二乗誤差, 計算時間を表 5.7 に示す。各手法の変位応答推計の時刻歴を図 5.10 に示す。ここで融合粒子フィルタによる

結

表 5.7 各手法の誤差・計算時間の比較（桁橋，観測点 7 点）

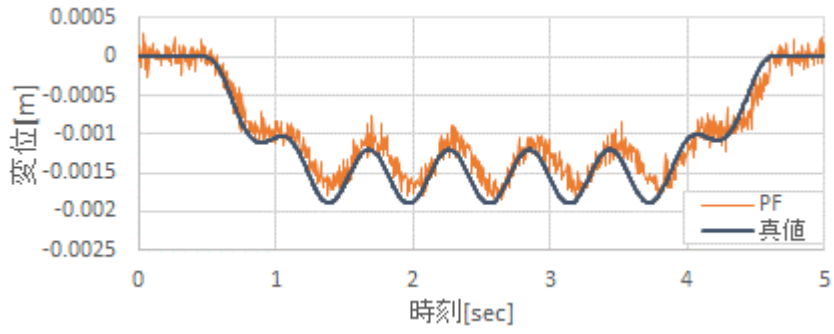
手法	平均絶対誤差	平均二乗誤差	計算時間[sec]
PF	1.29e-4	2.89e-8	1,522
MPF	8.11e-6	1.01e-10	2,584
IPF ( $\alpha = 0.001$ )	7.86e-6	9.69e-11	1,707
IPF ( $\alpha = 0.01$ )	2.48e-5	9.50e-10	1,693
IPF ( $\alpha = 0.1$ )	5.84e-5	5.37e-9	1,688

表 5.8 各手法の誤差・計算時間の比較（桁橋，観測点 4 点）

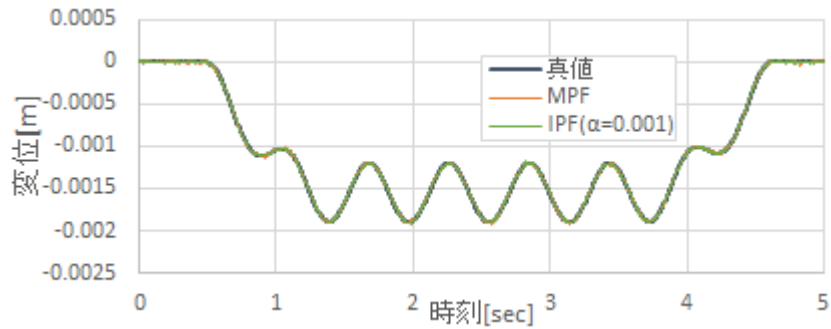
手法	平均絶対誤差	平均二乗誤差	計算時間[sec]
PF	1.04e-3	1.44e-6	1,451
MPF	2.47e-4	1.34e-7	2,342
IPF ( $\alpha = 0.001$ )	1.46e-4	5.27e-8	1,642
IPF ( $\alpha = 0.01$ )	9.93e-5	1.53e-8	1,591
IPF ( $\alpha = 0.1$ )	9.71e-5	1.51e-8	1,624

果が従来研究[12]の結果に相当する。変位の平均値  $1.08 \times 10^{-3}$  に対して誤差が  $10^{-5}$ ,  $10^{-6}$  に収まっているため、いずれの手法でも精度よく推計できているといえる。これは節点数が少なく、観測点が多いためと考えられる。ただし、融合粒子フィルタに比べ、改良粒子フィルタは誤差が大きくなっており、特に  $\alpha = 0.1$  の場合、平均絶対誤差が 7.20 倍になっている。改良粒子フィルタにおけるノイズによる影響と考えられる。一方で観測点 4 点とした場合の推計結果を表 5.8, 図 5.11 に示す。図より、粒子フィルタが推計不可能となり、融合粒子フィルタ、改良粒子フィルタ ( $\alpha = 0.001$ ) では乖離が発生している。そのため、平均絶対誤差、平均二乗誤差が他の手法・設定と比較して大きくなっている。一方で改良粒子フィルタ ( $\alpha = 0.01, 0.1$ ) では他の手法に比べ誤差も小さく、特に  $\alpha = 0.1$  の場合、融合粒子フィル

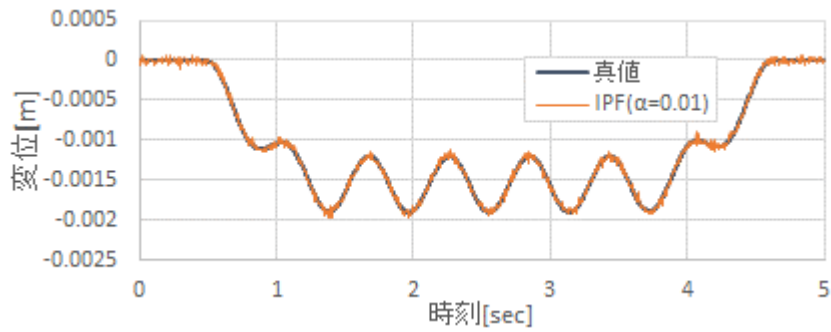
タと比較して平均絶対誤差は 0.113 倍となっている。また、観測点 4 点の平均絶対誤差について観測点 7 点の結果と比較した場合、融合粒子フィルタは 30.5 倍、改良粒子フィルタ ( $\alpha = 0.1$ ) では 1.66 倍大きくなった。誤差が大きくなった比率を考えると、改良粒子フィルタは観測点が少ない状況下では有効に機能する可能性があることが分かる。



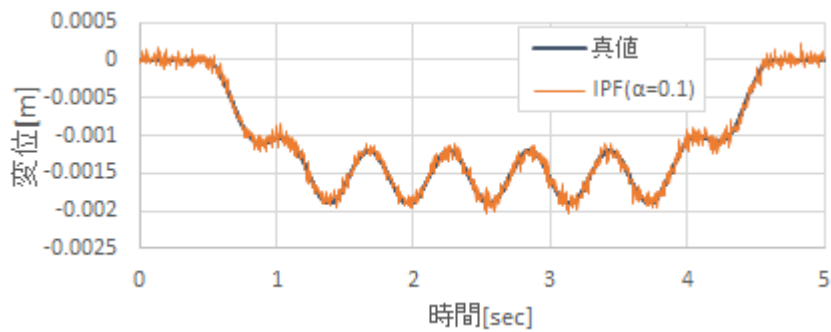
(a)PF



(b)MPF, IPF ( $\alpha = 0.001$ )

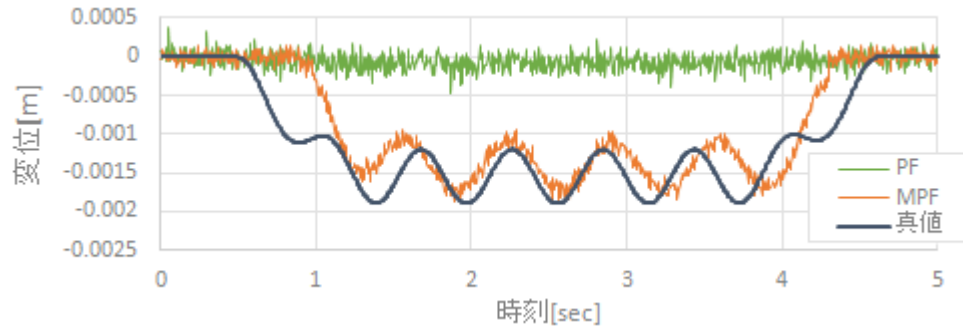


(c) IPF ( $\alpha = 0.01$ )

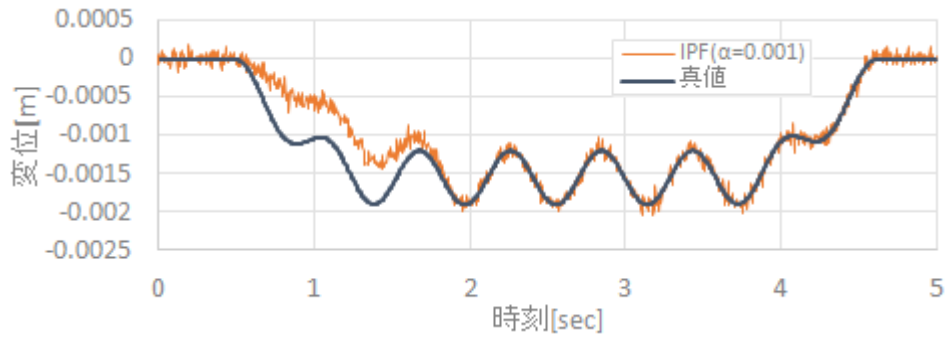


(d) IPF ( $\alpha = 0.1$ )

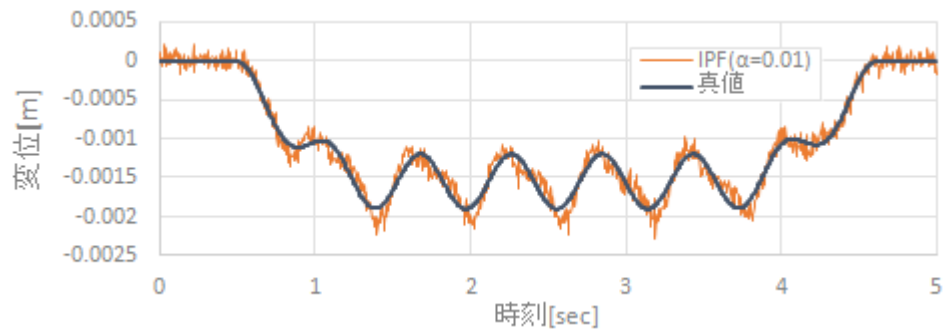
図 5.10 各手法による変位推計の時刻歴（桁橋，観測点 7 点）



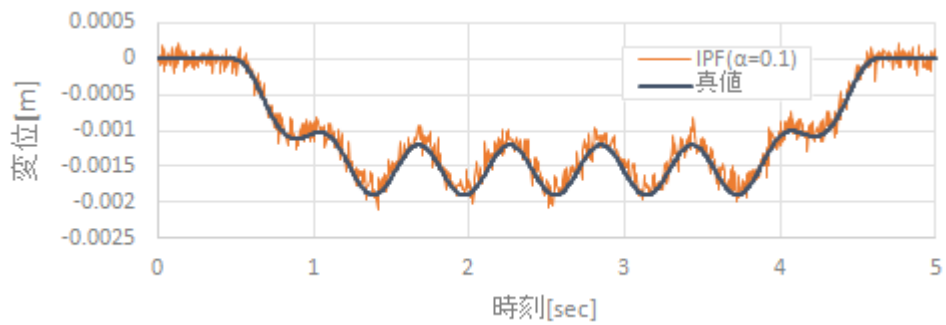
(a) MPF, PF



(b) IPF ( $\alpha = 0.001$ )



(c) IPF ( $\alpha = 0.01$ )



(d) IPF ( $\alpha = 0.1$ )

図 5.11 各手法による変位推計の時刻歴（桁橋，観測点 4 点）

## 第6章 結論

本研究では有限要素モデルに対する逐次データ同化の精度向上のため、改良粒子フィルタを提案した。これまで融合粒子フィルタや遺伝的アルゴリズムを用いて逐次データ同化の精度向上が行われてきたものの、非定常性の強い外力に対しては実際の事象と推計結果との乖離の発生していた。改良粒子フィルタではリサンプリング前にノイズを加えることでサンプルの多様性を担保し、推計結果の乖離を防ぐことを目指した。付加するノイズの分散を前時刻の評価値をもとに算出することによって、非定常性の強い外力が発生した際にサンプルが分散されデータにフィットされることを期待した。従来手法（粒子フィルタ、融合粒子フィルタ）と比較をすることで改良粒子フィルタの特性を評価するため、片持ち梁モデルと桁橋モデルを用いて加速度応答による逐次データ同化に基づく変位応答推計を実施した。片持ち梁モデルに対して各手法を適用した結果から、改良粒子フィルタによって推計結果の乖離を抑制できることが分かった。桁橋モデルに対して各手法を適用した結果より、観測点が少ない場合、融合粒子フィルタより改良粒子フィルタが精度よく推計できることが分かった。ただし、 $\alpha$ の与え方次第によっては推計がうまくいかない場合があり、また、十分に観測点が取れている場合や、節点によっては誤差が大きくなる部分があり、安定性について課題が残った。そのため、今後は節点数・要素数を増やした片持ち梁モデル・桁橋モデルや、地盤の物性値推定等の様々な問題に対して改良粒子フィルタを適用し、有効性を検証するとともに、有効な処理を検討し、

改良粒子フィルタの安定性を高めることを目指す。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり多くの方々にご指導，ご協力をいただきました。この場を借りて厚くお礼申し上げます。

修士論文指導教員である奥田洋司教授，橋本学講師には資料の提供，研究を進める上での助言，論文の添削，口頭発表練習等でお世話になりました。心から感謝いたします。

研究室秘書の渡辺夏美様にはティーチングアシスタントや遠征時の交通費等の申請のサポートをはじめ様々な場面でお世話になりました。誠にありがとうございます。

研究室のメンバーの皆様は助言していただき，また，研究以外にも研究室合宿や親睦会等で私にお付き合いしていただきました。心から感謝いたします。



## 参考文献

- [1] Mary Fortier, Alexander Karl, Patrick Koch, Ravira Nayak, Ramesh Rebba, Shih-Chung Tsai, *Stochastics and its Role in Robust Design*, NAFEMS, ISBN 978-1-874376-76-7, 2012.
- [2] Ben H. Thacker, *Why do Probabilistic Finite Element Analysis?*, NAFEMS, ISBN 978-1-874376-31-6, 2008.
- [3] 佐藤陽平, 奥田洋司, *Seed Methods* による確率有限要素法の効率化, 日本応用数理学会論文誌, Vol.19, No.1, 2009, pp. 39-55, 2009.
- [4] HOSHIYA Masaru, SUTOH Atsushi, *Kalman filter-finite element method in identification*. *Journal of Engineering Mechanics*, 119.2, pp.197-210, 1993.
- [5] Nakagiri S, Hisada T, *Stochastic finite element method developed for structural safety and reliability*, *Proceedings of the 3rd International Conference on Structural Safety and Reliability*, pp. 95-408, 1981.
- [6] Suga, Ryosuke, Mutsuto Kawahara, *Estimation of Tidal Current using Kalman Filter Finite-Element Method*, *Computers & Mathematics with Applications*, 52.8, pp.1289-1298, 2006.
- [7] 中村秀明, 浜田純夫, 田中周次, 秋元悟志, *拡張カルマンフィルタによるコンクリート構造物の熱特性値の推定*, *コンクリート工学年次論文*, Vol.14, No. 1, pp.1125-1130, 1992.

- [8] 中村和幸, 上野玄太, 樋口知之, データ同化: その概念と計算アルゴリズム, 統計数理, 第 53 巻, 第 2 号, pp.211-229, 2005.
- [9] 亀谷聡, 村上章, 西村伸一, 藤澤和謙, 珠玖隆行, 尾崎曹斗, 粒子フィルタによる地盤の弾塑性パラメータ同定, 農業農村工学会全国大会講演要旨集, pp. 622-623, 2009.
- [10] 新村隼人, 村上章, 大野進太郎, 藤澤和謙, 神戸空港島実施工観測値を用いた弾塑性モデル/パラメータ同定, 理論応用力学講演会講演論文集, 第 62 号, pp.207-208, 2013.
- [11] 珠玖隆行, 西村伸一, 村上章, 西村有希, 藤澤和謙, データ同化に基づいた信頼性解析法による土構造物の性能照査, 地盤工学ジャーナル, Vol. 6, No. 3, pp. 415-426, 2011.
- [12] 松岡弘大, 貝戸清之, 徳永宗正, 渡辺勉, 曾我部正道, 逐次データ同化を利用した列車走行時の橋梁加速度応答に基づく変位応答推計, 土木学会論文集 A1 (構造・地震工学), Vol. 69, No. 3, pp.527-542, 2013
- [13] 西山清, カルマンフィルタ, 電子情報通信学会知識ベース, 第 1 群 5 編 6 章, pp 1-23, 2011.
- [14] 加藤丈和, パーティクルフィルタとその実装法 (チュートリアル), 情報処理学会研究報告, pp.161-168, 2007.
- [15] 中野慎也, 上野玄太, 中村和幸, 樋口知之, Merging Particle Filter とその特性, 統計数理, Vol. 56, No. 2, pp.225-234, 2008.
- [16] 佐藤忠信, 梶啓介, モンテカルロフィルタを用いた構造同定, 土木学会論文集, No. 675, pp. 161-170, 2001.
- [17] 佐藤忠信, 田中庸平, モンテカルロフィルタを用いた効率的構造同定法の開発

- とその適用, 土木学会論文集 A, Vol. 62, No. 3, pp. 693-701, 2006.
- [18] NAKANO Shinya, UENO Genta, HIGUCHI Tomoyuki, Merging particle filter for sequential data assimilation, *Nonlinear Processes in Geophysics*, 14.4, pp.395-408, 2007.
- [19] NASRELLAH H. A., MANOHAR C. S., Particle filters for structural system identification using multiple test and sensor data: a combined computational and experimental study. *Structural Control and Health Monitoring*, Vol. 18, No. 1, pp.99-120. , 2011.
- [20] 田中正隆, 中村正行, 落合良, 拡張カルマンフィルタと境界要素法を用いた動弾性逆問題の解析手法, 機械学会論文集 (A 編), 59 巻 564 号, pp. 74-79, 1993.
- [21] 村上章, 長谷川高士, Kalman フィルター有限要素法による逆解析と観測節点配置. 土木学会論文集, 第 388 号, pp. 227-234, 1987.
- [22] 北川源四郎, モンテカルロ・フィルタおよび平滑化について, *統計数理*, Vol.44, No. 1, pp.31-48, 1996.
- [23] 藤本眞一郎, 中沢俊彦, 増田宏, 設計プロセス品質向上のための設計内部における不確実性の定量化, 第 16 回設計工学・システム部門講演会講演論文集, pp.246-247, 2006.
- [24] 大竹雄, 本城勇介, 地盤パラメータ局所平均を用いた空間的ばらつき簡易信頼性評価法の検証, 土木学会論文集 C (地圏工学), Vol. 68, No. 3, 475-490, 2012.
- [25] 鈴木祥之, 荒木時彦, 不確実性を有する建築構造物の耐震信頼度解析, 京都大学防災研究年報, 第 42 号, B-1, 2001.
- [26] Marta D'Elia, Max Gunzburger, Coarse-Grid Sampling Interpolatory Methods for Approximating Gaussian Random Fields, *SIAM/ASA J. Uncertainty Quantification*,

- 1-1, pp. 270-296, 2013.
- [27]A. Labovsky and Max Gunzburger, An Efficient and Accurate Method for the Identification of the Most Influential Random Parameters Appearing in the Input Data for PDEs, SIAM/ASA J. Uncertainty Quantification, 2-1, pp. 82-105, 2014.
- [28]梶木幸洋, 大上俊之, ニューラルネットワークによる物性値同定解析. 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, No.67, pp.137-138, 1997.
- [29]畑明仁, 志波由紀夫, 地盤物性の不確実性が地盤の地震応答特性に与える影響検討, 大成建設技術センター報, 第 43 号, No.11, pp.1-8, 2010.
- [30]川越健, 浦越拓野, 太田岳洋, 井浦智実, 砂質土地盤における地層区分を考慮した物性値の評価, 鉄道総研報告 特集: 防災技術, Vol. 23, No. 3, 2009.
- [31]藤田崇史, 越智達朗, 垂井敏三, FEM を用いた鋳造品の材質分布予測, 新日鉄技報, 第 386 号, pp. 54-58, 2007.
- [32]市川勇人, 中山隆弘, 構造信頼性理論と確率有限要素解析による河川堤防の浸透破壊確率の評価. 広島工業大学紀要研究編, 第 44 巻, pp. 69-76, 2010.
- [33]西山清, カルマンフィルタ, 電子情報通信学会知識ベース, 第 1 群 5 編 6 章, pp 1-23, 2011.
- [34]加藤寛一郎, 最適制御入門—レギュレータとカルマン・フィルター, 東京大学出版会, ISBN978-4-13-062089-5, 1987.
- [35]加藤有祐, 川原睦人, カルマンフィルタ有限要素法を用いた実問題の推定. 中央大学理工学研究所論文集, 第 11 号, pp. 75-88, 2005.
- [36]奥野哲夫, 鈴木誠, 不圧地下水を対象とした拡張カルマンフィルタによる透水係数の空間分布推定法. 土木学会論文集, 第 469 号, pp.93-102, 1993.
- [37]須藤敦史, 三上隆, 菑澤憲吉, 逆解析によるトンネル地山熱定数の推定, トン

- ネル工学研究論文報告書，第6巻，第2号，pp.77-82，1996.
- [38]中谷真英，カルマンフィルタ有限要素法を用いた地盤挙動に関する研究，中央大学大学院研究年報 理工学研究科篇，第28号，2011.
- [39]加藤丈和，パーティクルフィルタとその実装法（チュートリアル），情報処理学会研究報告，pp.161-168，2007.
- [40]矢野浩一，粒子フィルタの基礎と応用：フィルタ・平滑化・パラメータ推定，日本統計学会誌，第44巻，第1号，pp. 189-216，2014.
- [41]松本光矢，曾我部正道，谷村幸裕，渡辺勉，床式鉄道高架橋の動的特性と高速鉄道への適用性に関する検討，鉄道力学論文集，Vol. 13，pp. 70-76，2009.
- [42]大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1994.
- [43]モード解析ハンドブック編集委員会，モード解析ハンドブック，コロナ社，2000.
- [44]Yi, J. H., Cho, S. and Yun, C. B. , Two-Step Indirect Static Deflection Estimation of Bridges Based on Ambient Acceleration Measurements, Experimental Techniques, Vol. 37, No. 3, pp. 33-45, 2013.
- [45]吉岡勉，伊藤信，山口宏樹，松本泰尚，鋼トラス橋の斜材振動連成とモード減衰比変化を利用した構造健全度評価，土木学会論文集 A，Vol. 66，No. 3，pp. 516-534，2010.
- [46]Nasrellah, H. A. and Manohar, C. S. , Finite element method based Monte Carlo filters for structural system identification, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 26, pp. 294-307, 2011.
- [47]WUNSCH Carl, The ocean circulation inverse problem, Cambridge University Press, 1996.
- [48]DALEY Roger, Atmospheric data analysis, Cambridge university press, 1993.

[49]奥田洋司, 並列有限要素解析[II] 並列構造解析ソフトウェア FrontISTR を使い  
こなす, 培風館, 2008.