

東京大学大学院新領域創成科学研究科
社会文化環境学専攻

2015 年度
修 士 論 文

低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析

Numerical analysis of low-frequency noise propagation from
outdoor into house.

2016 年 1 月 25 日提出
指導教員 佐久間 哲哉 准教授

橋本 悌
Hashimoto, Dai

目次

第 1 章	序論	7
1.1	研究の背景	7
1.2	低周波音に関する基礎	8
1.2.1	低周波音に起因する苦情・影響	8
1.2.2	低周波音の発生源	9
1.2.3	低周波音問題の動向	9
1.2.4	低周波音の防止対策	10
1.3	関連の既往研究	12
1.4	数値解析手法の選定	13
1.5	研究の目的	16
1.6	論文の構成	17
第 2 章	有限要素法の基礎理論	19
2.1	はじめに	19
2.1.1	家屋構造体のモデル化について	19
2.1.2	積分方程式導出のための基礎事項	19
2.2	音場の数値解析理論	21
2.2.1	音場の基礎方程式	21
2.2.2	音場の境界条件	21
2.2.3	有限要素法による音場の解析	22
2.3	PML(Perfectly Matched Layer) の数値解析理論	29
2.3.1	PML の基礎方程式	29
2.3.2	PML と音響領域の連続条件と PML 終端の境界条件	30
2.3.3	有限要素法による PML の解析	30
2.4	弾性体振動場の数値解析理論	34
2.4.1	弾性体振動場の基礎方程式	34
2.4.2	有限要素法による弾性体振動場の解析	35
2.5	板振動場の数値解析理論	41
2.5.1	板振動場の基礎方程式	41

2.5.2	有限要素法による板振動場の解析	43
2.6	膜振動場の数値解析理論	49
2.6.1	膜振動場の基礎方程式	49
2.6.2	有限要素法による膜振動場の解析	49
2.7	音響振動連成系の取扱い	53
2.7.1	連成問題における弱形式積分方程式	53
2.7.2	音響系-振動系の結合	54
2.8	要素積分の評価	59
2.8.1	内挿関数とその微分形	59
2.8.2	Gauss-Legendre 積分による面積分・体積分の評価	65
第 3 章	低周波領域における家屋の数値解析モデルの構築	67
3.1	はじめに	67
3.1.1	本章で取り扱う低周波音源	68
3.1.2	解析モデル	69
3.1.3	家屋の遮音性の評価	70
3.1.4	解析プログラムの妥当性の検証	71
3.2	窓からの透過・伝搬に関する検討	73
3.2.1	窓の質量の影響	74
3.2.2	窓の剛性の影響	79
3.3	外壁からの透過・伝搬に関する検討	85
3.3.1	外壁の質量の影響	87
3.4	微小な隙間からの透過・伝搬に関する検討	93
3.4.1	窓開放の影響	93
3.4.2	換気口の影響	102
3.5	まとめ	111
第 4 章	模擬家屋を用いた低周波音に対する家屋の遮音性能の測定	113
4.1	はじめに	113
4.2	測定概要	114
4.2.1	模擬家屋	114
4.2.2	低周波音源	115
4.2.3	測定条件	116
4.2.4	測定方法	119
4.2.5	測定値の補正について	121
4.3	測定結果	123
4.3.1	算出指標	123
4.3.2	窓開放の影響	126

4.3.3	音源位置の影響	138
4.3.4	換気口（微小な開口部）の影響	139
4.4	数値解析との比較	143
4.4.1	解析モデル及び解析条件	143
4.4.2	算出指標	146
4.4.3	窓開放の影響	147
4.4.4	音源位置の影響	157
4.5	まとめ	165
第 5 章	総括	167
5.1	研究の成果	167
5.2	今後の課題	169
図目次		170
表目次		175
参考文献		177

第1章

序論

1.1 研究の背景

一般に 100 Hz 以下の音のことを低周波音といい、特にその中でも 20 Hz 以下の音のことを超低周波音 (infrasound) という。1970 年以降、国内で低周波音問題が発生して以来、低周波音への関心が高まりつつある。また、建築技術の発展による建築空間の気密性の高まりに伴い、外部からの騒音に対する遮音性能も著しく向上している。それにより、家屋内の暗騒音レベルも低下し、静謐性が確保されている。一方で、暗騒音の低下によってこれまで気にならなかった程度の大きさの騒音が顕在化するようになった。このように、低周波音への関心の高まりや家屋の遮音性能の向上等も相まって、近年では低周波音に起因する問題や苦情が増加傾向にあり、社会問題となっている。

環境省では、低周波音に関する問題の解決を目的とした取り組みを行っており、現在も継続的に問題解決のための各種資料を発表している。2000 年 10 月に「低周波音の測定方法に関するマニュアル」[34]、2002 年 3 月に「低周波音防止対策事例集」[35] が公表されており、後者には低周波音問題の具体的事例が多く掲載されており、建築関係者にも参考にされている。他にも、2004 年 6 月に「低周波音問題対応のための手引書」[36] や、非専門家や一般人のために「よくわかる低周波音」[37] を発表しており、低周波音に関して、環境省が先導的な役割を果たしている。一方で、各資料は問題が発生したあとの対応を念頭においているため、予測に関しては特に解説はされていない。

低周波音に起因する問題を事前に防ぐために、建築の分野においては、建設前に居住者や建物使用者が快適に過ごせるように設計することが重要である。そのため、設計段階で家屋・住宅の遮音性能を予測・評価し、明らかにする必要がある。また、問題が発生した際には、適切な対策を講じることが望ましいと言える。一方で、一般的に低周波領域において遮音性能を確保することは困難である。騒音を制御するためには、物理現象の把握は不可欠であるが、低周波音の音響透過・伝搬現象は多くの複雑な要素が関係しており、低周波音による物理現象に関して不明な点が多く、効果的な遮音対策に関する知見が少ないことが現状である。

1.2 低周波音に関する基礎

1.2.1 低周波音に起因する苦情・影響

(1) 物的影響

物的影響は、音を感じないのに戸や窓ガラス等の建具ががたつく、置物が移動するといった影響である。このような現象は、低周波音が空気中を伝わり、建具や置物を振動させることにより発生する。既往研究によると、これらの影響に起因する苦情の発生時の低周波音の卓越周波数は、概ね 20 Hz 以下の周波数を中心として 5 ~ 50 Hz の周波数帯域に分布している。建具のがたつきの大半は、20 Hz 以下の超低周波音が苦情の原因となっている [18]。環境省では、実験室において 15 種類の建具について、がたつき始める音圧レベルを測定している [32]。実験結果によれば、揺れやすい建具では 5 Hz で 70 dB、10 Hz で 73 dB、20 Hz で 80 dB あたりからがたつき始めている。また、落合らは試験する建具の種類と測定する周波数帯域を増やして同様の測定を行い、個々の建具についてがたつき始める音圧レベルを測定した [19]。

(2) 心身に係る影響 (心理的・生理的影響)

心身に係る影響は、心理的影響と生理的影響の 2 つに大別される。心理的影響は、耳廻りあるいは身体に圧迫感・振動感を感じるといった影響である。生理的影響は、頭痛や耳鳴りがする、気分がいらいらする、睡眠妨害を引き起こす等の影響である。心身に係る影響については、個人差によって問題が発生するレベルは大きく異なる。そのため、低レベルのものであっても、苦情者にとっては深刻な問題になっていることが多い。

「低周波音問題対応の手引き書」[36]には、レベル変動の少ない固定された機械、施設から発生する定常的な低周波音を対象として、苦情の原因が低周波音によるものか否か、目安の参照値として物的苦情に関する参照値 (Table. 1.1)、心身に係る苦情に関する参照値 (Table. 1.2) が示されている。

Table. 1.1: Accepted reference value about physical complaint by low-frequency noise.

1/3 oct.band frequency [Hz]	5	6.3	8	10	12.5	16	20	25	31.5	40	50
1/3 oct.band SPL [dB]	70	71	72	73	75	77	80	83	87	93	99

Table. 1.2: Accepted reference value about mind and body complaint by low-frequency noise.

1/3 oct.band frequency [Hz]	10	12.5	16	20	25	31.5	40	50	63	80
1/3 oct.band SPL [dB]	92	88	83	76	70	64	57	52	47	41

1.2.2 低周波音の発生源

低周波音の発生機構と発生機構別の発生源を以下に示す。

- (1) 平板の振動によるもの：大型の振動ふるい，道路橋，いつ水ダムの水流
- (2) 気流の脈動によるもの：空気圧縮機，真空ポンプの圧縮膨張による容積変動
- (3) 気体の非定常励振によるもの：大型送風機の翼の旋回失速やシステムのサージング，振動燃焼等
- (4) 空気の急激な圧縮，開放によるもの：発破，鉄道トンネルでの高速での列車突入等

低周波音問題が発生する可能性があるものを以下に示す。このうち，大型の機械については，正常な稼働状況ではない場合に超低周波音が発生する恐れがあることが報告されている。

送風機，往復式圧縮機，ディーゼル機関，真空ポンプ，風車，振動ふるい，ジェットエンジン，ガスタービン，ヘリコプター，機械プレス，治水施設，ガスエンジン，水車，変圧器等

1.2.3 低周波音問題の動向

日本国内では1970年頃に低周波音問題が発生した。当時の主な騒音源は，工場事業場に設置された大型機械，新幹線トンネル，道路高架橋，堰(せき)やダムの放流等である。当初は工場・事業場からの低周波音による窓ガラスや戸などの建具の揺れやがたつきといった物的苦情が多くを占めていたが，1980年頃までに，工場・事業場の低周波音対策が進み，苦情件数は減少した。

近年では低周波音への関心の高まりや家屋の遮音性能向上等により，心身に係る苦情が急増している。騒音源の中でも，一般家庭に普及している室外空調機や家庭用ヒートポンプ給湯器等の建築設備機器は，隣家から騒音・低周波音の苦情として訴えられることがある。これらの機器は安い深夜電力を使用して稼働するタイプのもも多く，夜間の静かな時に稼働するので苦情になりやすい。また，設置場所が隣家に非常に近い，設置された面が隣家の方向を向いている等，設置場所の検討が十分でないことが多い。このような苦情の多くは，暗騒音が小さな静かな地域で発生する傾向にある。そのような現状に対し，日本冷凍空調工業会ではこのような建築設備機器の販売・据付けに携わる人や企業に向けて，「騒音防止を考えた家庭用ヒートポンプ給湯機の据付けガイドブック」[38]を発表する等の取り組みも行われている。

また，最近の地球環境問題に関する意識の高まりとともに，風力発電施設が全国に設置され始めている。それに伴い，風力発電所からの騒音・低周波音の苦情が報告されている。このような問題は風力発電の先進国のヨーロッパ諸国でも同様に発生しており，これまでも調査研究が盛んに行われてきた。それに基づき，ガイドラインの設定等の行政的な対応も行われてきている。一方，日本国内においては，このような風力発電所の騒音問題に対して，行政機関でも早急な対応が必要となってきた。しかし，科学的知見が少なく，現在のところ統一的な基準やガイドラインが整備されるには至っていない。

1.2.4 低周波音の防止対策

一般騒音において、騒音低減対策は”音源系”，”伝搬系”，”受音系”における対策が考えられ、低周波音においても同様である。そのためには各系統において、低周波音による物理現象(発生、伝搬、透過のメカニズム)を正しく把握し、適切な対策を施すことが重要である。屋外の低周波騒音源による屋内音場に影響を及ぼす要素を Fig.1.1 に示す。特に低周波音問題に関しては、”音源系”における騒音低減対策が中心に進められ、特に”伝搬系”，”受音系”については十分な検討がなされてなく、また、それらにおける定量的な騒音低減効果は明らかになっていない。

”音源系”，”伝搬系”，”受音系”における騒音低減対策について、順に説明する。

■ 音源系における対策

音源の発生音を低減させるためには、機械等による強制力の軽減(風車の回転、振動ふるいの振動、アンバランス等による強制的な振動に起因した音の軽減)、波動の吸収(プレスの揃い踏み等波動を吸収するような機構、配置への変更)、共鳴現象の防止、放射効率の低減、燃焼調整、不具合要因の除去等、各々の機械に合った方法がとられる。二次的対策はダクト系に消音器挿入、機械本体は防音エンクロージャーの対策がある。消音器は、膨張型消音器、共鳴型消音器、サイドブランチ型消音器、アクティブ消音器、等が用いられる。通常騒音の場合には吸音型消音器が広く用いられるが、低周波音に対しては材料の吸音率が小さく、効果が少ない。音源を密閉する防音エンクロージャーの場合、質量則によっては低周波音はあまり遮音されないため、剛性を考慮し、共鳴を防止するような防音カバーを設計する。

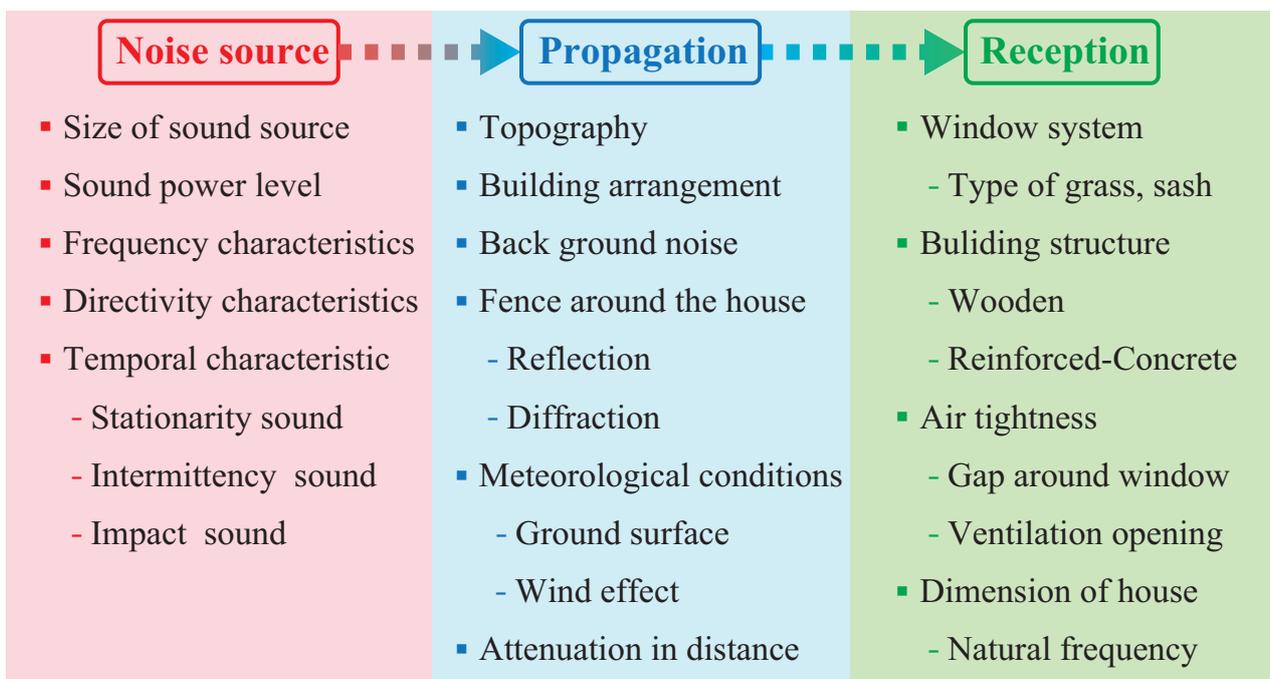


Fig. 1.1: Elements affected low-frequency sound insulation performance.

■ 伝搬系における対策

伝搬系における対策としては、塀、壁、指向性の利用、距離減衰が考えられる。低周波音に関しては波長が長く、音波の波動的な性質の影響により、塀・壁等の遮蔽効果もあまり期待できない。また、低周波音の距離減衰については、物理的には音波であるため、点音源の場合は距離が倍になれば6 dB 減衰するが、地表面吸収や空気吸収による超過減衰の影響は極めて小さい。一方で、低周波音の発生源は一般に構造が大きなものが多く、音源近傍においては距離減衰が一律的な傾向で現れない場合も多い。

■ 受音系における対策

受音系における対策としては、外壁の高重量化、窓ガラス・サッシの交換等の対策が考えられる。なお、一般に建物自体の遮音性能も低周波音に関しては期待できない。低周波音の遮音においては、騒音領域で用いられる質量則と剛性則がある。

質量則 板材料の音響透過損失 $R[\text{dB}]$ は音の周波数を一定とすれば板の面密度 $m[\text{kg}/\text{m}^2]$ が大きいほど大きくなる。入射角 θ における透過損失 R_θ の質量則を Eq.(1.1) に示す。この質量則による遮音量の推定は 20 ~ 100 Hz の付近の周波数帯域の低周波音に対して適用されることが多い。

$$R_\theta = 10 \log_{10} \left(1 + \left(\frac{\omega m \cos \theta}{2\rho_0 c} \right)^2 \right) \quad (1.1)$$

ここで、 $\rho_0[\text{kg}/\text{m}^3]$ は空気の密度、 $c[\text{m}/\text{s}]$ は音速である。

剛性則 有限平板の透過損失について、1 次の固有周波数 f_0 以下の周波数帯域においては、平板の剛性のみにより支配される領域がある。平板の剛性により、透過損失の値が決まることを剛性則といい、入射角 θ における透過損失 R_θ の剛性則は Eq.(1.2) で表せる。

$$R_\theta = 10 \log_{10} \left(1 + \frac{Z_m \cos \theta}{2\rho_0 c} \right)^2 \quad (1.2)$$

ここで、 Z_m は平板のインピーダンスである。さらに、 Z_m は Eq.(1.3) で表される。

$$Z_m = \frac{K}{\omega}(\eta - j) \quad (1.3)$$

ここで、 η は板の内部損失、 $K[\text{N}/\text{m}^3]$ は等価剛性である。4 辺単純支持の矩形平板において、等価剛性 K は Eq.(1.4) で表される。

$$K = \frac{Et^3\pi^4}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 \quad (1.4)$$

ここで、 $E[\text{N}/\text{m}^2]$ はヤング率、 $t[\text{m}]$ は板厚、 ν はポアソン比、 $a, b[\text{m}]$ は平板の寸法である。Eq.(1.3),(1.4) より、内部損失のない、単純支持の矩形平板の垂直入射の透過損失 R_0 の剛性則は Eq.(1.5) で表される。

$$R_0 = 10 \log_{10} \left\{ 1 - \frac{jEt^3\pi^4}{24\omega\rho_0c(1-\nu^2)} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 \right\}^2 \quad (1.5)$$

1.3 関連の既往研究

ここでは、低周波音に対する家屋の遮音性能に関する既往研究、報告を挙げる。

環境庁大気保全局は、低周波音発生源付近の家屋 59 戸において、家屋内外で音圧レベルを測定し、家屋構造別、窓構造別に内外音圧レベル差を算出している [33]。5 Hz 以下の周波数帯域においては、家屋構造や窓の種類による有意な変化は認められず、5 Hz 以上の周波数帯域については、周波数の上昇と共に内外音圧レベル差が上昇する傾向にあった。比較的軽量な木造家屋に比べ、RC 造のような高重量の家屋の方が遮音性が高いという定性的な知見は得られたものの、各家屋において音源と家屋の位置関係、周囲の建物の配置、家屋の寸法等の他の不確定要素による影響については明らかになっていない。

落合らは空港周辺の家屋を対象に、家屋内外において航空機から発生する低周波音を対象に家屋内外において実測調査を行った [20]。その結果を元に低周波音の家屋内外音圧レベル差を算出し、個々の家屋により周波数特性に違いが認められている。一方で低周波音の家屋内外音圧レベル差の違いが、どの要因によるものかについては明らかになっていない。

土肥らは低周波音発生装置を開発し [25]、周囲からの反射の影響の無い広大な敷地において、模擬家屋を用いたフィールド試験を行っている [27]。家屋の窓の存在や窓の振動が屋内音場に影響を及ぼすことを示している。10 Hz 付近の周波数帯域において家屋の窓が著しく振動し、家屋内に音波が透過しやすい条件になることを示している。一方で、窓の固有振動が窓のみの要因で決定するのか、或いは家屋内の空気と連成して決定するかは明らかになっていない。また、家屋内で三次元の音圧レベル分布を測定した結果、20 Hz 以上の周波数帯域では家屋内に分布が生じ、家屋内における計測点位置について注意を払う必要性を述べている。家屋近傍の屋外の測定点においては、25 Hz 付近の周波数帯域で家屋から反射が生じ始め、屋外の音圧レベルが上昇する傾向にあることを示している [28]。既往研究の多くは、家屋内外レベル差を低周波領域の遮音性能の評価指標として用いており、基準とする屋外の音圧レベルの測定位置の選定を行う上で参考となる知見である。

また、Doi は家屋の気密性が低周波領域の家屋の遮音性能に及ぼす影響についても検討を行っている [4]。測定では、模擬家屋に設置されたドアの微小開放やドア周囲をテープで気密することにより気密性の影響について検討している。特に 10 Hz 以下の帯域において、条件間に差が生じ、気密性の影響が顕著に現れた。一方で、ドアを微小に開放することで、ドアを閉じている状態よりも家屋内の音圧レベルが低下するような傾向も見られたが、どのような要素に起因するかは不明瞭である。10 Hz 以下の周波数帯域における家屋の気密性が遮音性能に及ぼす影響について、理論的に考察している [5]。

1.4 数値解析手法の選定

ここでは音場，振動場の数値解析について，既存の数値解析手法の特徴を整理した上で，本研究で使用する数値解析手法の選定を行う。音響数値解析手法は，音響伝搬における音の回折，干渉のような音波の波動的現象の考慮の有無により，幾何音響学的手法と波動音響学的手法に大別される。

■ 幾何音響学的手法

幾何音響学的手法は，音の波動性を無視し，音響エネルギーの伝搬を幾何学的にモデル化する手法であり，代表的なものとして音線法と虚像法が挙げられる。特徴としては，波動音響学的手法とは異なり，解析波長に応じて空間を要素分割する必要が無いため，大規模空間においても比較的に低負荷で解析を行うことができる。そのため商用の幾何音響シミュレーションソフトウェアも多く，実務での利用も盛んである。

音線法 音線法 (Ray tracing method) は，音源から多数の音線を全方向に放出し，幾何学的反射のみでエネルギーが伝搬すると仮定し，壁面での反射や吸音による減衰を逐次追跡する手法として用いられている。計算負荷が壁面数と音線数の積に比例関係であるため，虚像法と比較して長時間の音場解析が可能である。また，近年では壁面の乱反射率 (Scattering coefficient) に応じて拡散反射や端部散乱を模擬する方法や，特定の方向に音線を放射する等の方法で音源の指向性を模擬することも可能である。

虚像法 虚像法 (Image source method) は，閉空間の音源に対し，空間を囲む壁面を鏡面と見なして虚像の位置を多重反射に渡って進めていく手法であり，実音源と虚音源群からの音の和により，空間の音の強さが求められる。虚像法は音線法と比較して，反射音の到来方向，到達時間等が正確に求まるため，建築音響設計における初期反射音構造やエコー障害の検討に有効とされている。一方で，反射次数の増加に伴い，計算負荷が指数関数的に増加するため，高次の虚音源の追跡は困難である。また，虚像を作る必要から，室の境界として曲面が取り扱えず，曲面を多数の平面で近似するなどの方法が用いられている。

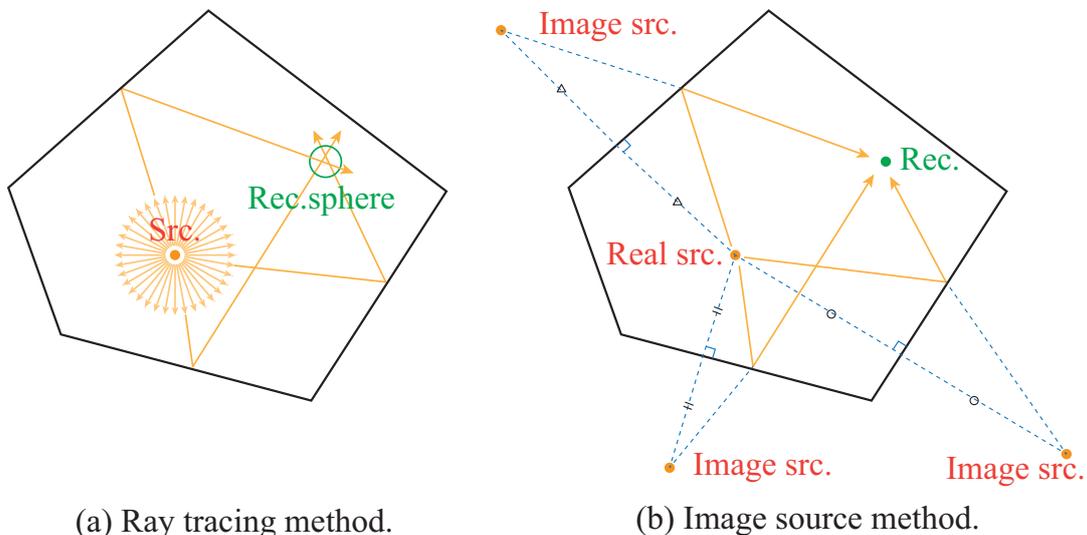


Fig. 1.2: Schematic of geometrical acoustic numerical methods.

■ 波動音響学的手法

波動音響学的手法は、計算力学分野全般において適用される離散化手法によって、支配方程式を離散化し、音波の波動的な性質を含めた微視的なモデル化による手法である。代表的なものとして有限差分法、有限要素法、境界要素法が挙げられる。

有限差分法 音響分野において有限差分法は、時間領域有限差分法 (Finite Differential Time Domain Method: FDTD 法) と呼ばれる、時間領域における過渡応答を算出する方法が一般的である。Fig.1.3(a) に示すように、FDTD 法における空間離散化は多くの場合直交格子によるため、曲面で構成される境界は階段近似により表すこととなる。コンピュータのメモリ上で階段状のようなデータ構造とする事は計算上必ずしも効率的であるとは言えず、汎用性の観点から対象空間を内包するような矩形領域としてメモリを確保することとなる。また、空間全体を離散化する必要がある事から、基本的には閉空間が解析対象となる。解法自体は微分を差分に置き換えると言う非常に単純な方法であるため、コード化は容易であり、音響・振動連成問題など広い適用範囲を持っている。

有限要素法 有限要素法 (Finite Element Method: FEM) は空間を比較的単純な形状の要素により分割し、弱形式化された支配方程式を離散化することで、対象となる物理場の近似解の算出を連立一次方程式を解く問題へと帰着させる手法である。Fig.1.3(b) に空間離散化の概念を示す。有限要素法ではメッシュに用いる形状は任意であるが、解析精度がメッシュに大きく依存するため、空間の特性に応じた均等な要素分割が望ましい。また FDTD 法と同様に、空間全体を離散化する必要がある事から、基本的には閉空間が解析対象となる。FEM における係数行列は多くの場合対称であり、大半の成分が 0 となる疎行列 (Sparse matrix) である。コード化においては、これらの性質を利用した行列成分の格納方法及び、連立一次方程式の解法がメモリ使用率・計算時間の効率化において非常に重要であるため、ノウハウが多い手法であるとも言える。FEM は時間・周波数領域の両方の応答が算出可能である。音響・振動問題の多くに適用可

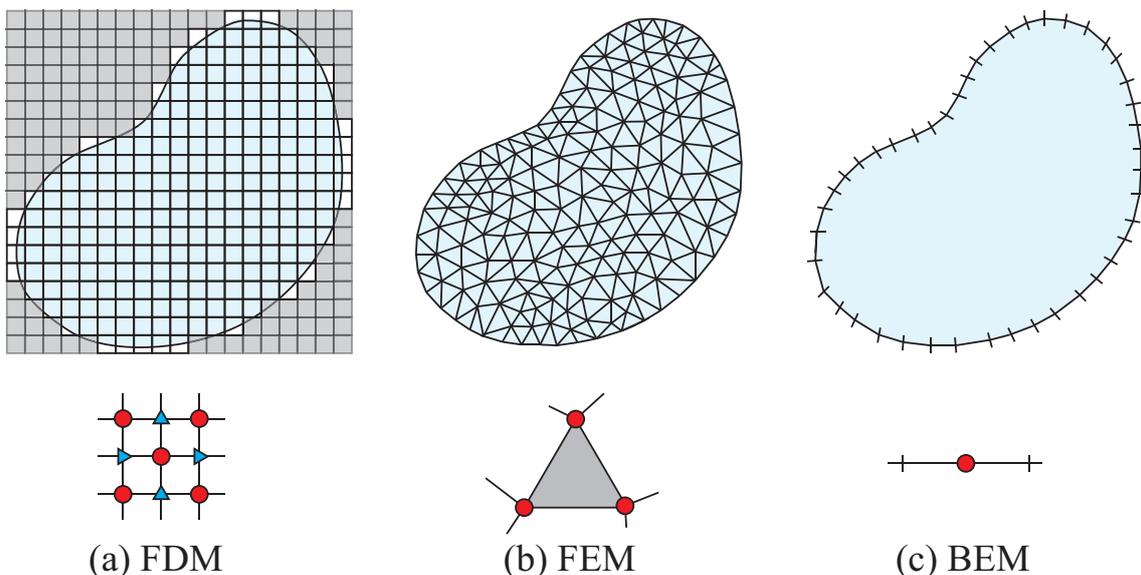


Fig. 1.3: Schematic of wave acoustic numerical methods.

能であり、それらの連成も容易であるため、オープンソースや商用ソフトが多いことも特徴と言える。

境界要素法 境界要素法 (Boundary Element Method : BEM) は空間領域の境界を要素に分割し、境界積分方程式を離散化することで、対象となる物理場の近似解の算出を連立一次方程式を解く問題へと帰着させる手法である。BEM も時間・周波数領域の両方の応答が算出可能であるが、周波数領域解析が主流となっている。Fig.1.3(c) に境界離散化のイメージを示す。境界積分方程式によれば任意の点における物理量は、直接波及び全境界面上の物理量の寄与による和として表す事ができる。この時、無限遠方における境界からの寄与は Sommerfeld の放射条件に基づき無視する事ができるため、開空間 (無限遠方で区切られた空間) を効率的に解析する事が可能である。弾性振動解析などにも適用可能であるが、弾性振動問題は有限である場合が多く、解析効率の面から FEM が有利であることから、BEM は音響問題における適用が主流であると言える。BEM においては境界にのみ未知数が設定されるため、自由度数は FDTD, FEM に比べ少ない。しかし、係数行列が一般に非対称、密行列となるため、計算機資源の観点から必ずしもメリットが多いとは言えない。さらに、BEM 固有の問題として、係数行列の対角成分を算出する際に特異積分を行う必要があること、開空間における散乱問題において係数行列にランク不足が生じる場合があること、不均質媒質の取り扱いが複雑であることなどが挙げられ、特別な配慮が必要である。BEM を用いるメリットは開空間の解析や、注目する領域に対して遠方に音源がある場合の解析が容易である事、また反射音のみを抽出できる事が挙げられる。

以上の各数値解析手法の特徴を踏まえ、以下の3点を考慮し、本研究で使用する数値解析手法を選定する。

(1) 低周波音の波動性の影響

低周波音の特徴として干渉や回折といった音波の波動的性質の影響が大きく、それらの影響は無視できないため、波動音響学的手法による解析を行う。

(2) 解析対象が定常的な低周波音源

近年では、特に室外機や家庭用ヒートポンプ給湯器のような建築設備機器から発生する低レベルの定常的な低周波音や、風車から発生する低周波音が問題視されている。本研究では、建築設備機器のような家屋の近傍に配置される音源から発生する定常的な低周波音を対象とし、定常状態における解析を行う。以上を踏まえ、波動音響学的手法の中から有限要素法、あるいは境界要素法による周波数領域の解析が考えられる。

(3) 境界要素法における解の非一意性問題の回避

本研究では屋外音場のような開領域 (半自由空間) を検討対象とするため、開領域を容易に扱うことができる境界要素法が解析手法の候補として挙げられる。一方で、境界要素法の外部問題では、特定の周波数において解の非一意性問題が生じる。この問題を避けるための手法として、CHIEF 法 [11], Burton-Miller 法 [2], ICA Ring 法 [16] 等が提案されているが、これらの手法は一貫して自由度が2倍程度に増加するため、計算負荷の点でデメリットが生じる。振動場の扱いやすさや、低周波領域では大空間においても要素数は比較的膨大にならず、計算負荷も抑えられるため、本研究では有限要素法を用いて解析を行う。

有限要素法における開領域問題への適用

有限要素法は解析対象となる空間領域全体を離散化するため、一般に閉領域を解析対象とする。有限要素法における開領域に適用する手法がいくつか提案されている [3]。例えば、有限要素法と境界要素法を連成させる手法がある。この場合は音源や散乱体の近傍に有限に閉領域を設定し、領域内を有限要素法、領域外を境界要素法を用いる。また、無限空間を無限要素 (Infinite element) を用いて近似する手法も広く使われている [9]。無限要素は有限要素法における要素の概念を無限領域に拡張したものであり、無限空間を有限個の半無限要素に分割し、基底関数によりこれらの半無限要素を定義する。無限要素の基底関数は、無限遠方における放射条件を満たすように定められる。一方で、開領域における応答をモデル化し、これを有限領域外側の境界条件として用いる方法もある。このような境界条件は計算領域内への反射を無くすことを目的として定められるため、無反射境界条件 (Non-Reflecting Boundary Condition:NRBC) と呼ばれる。無反射境界条件は局所境界条件と非局所境界条件に大別され、非局所的な厳密境界条件として、Dirichlet-to-Neumann(DtN) 境界条件が例として挙げられる。その他にも、吸収層と呼ばれる領域を数値解析領域である閉領域を取り囲むように設置し閉領域内への擬似反射を軽減する手法もある。このような条件は、吸収境界条件 (Absorbing Boundary Condition:ABC) と呼ばれ、代表的なものとして人工吸音層 (Perfectly Matched Layer:PML) と呼ばれる手法が Berenger[6, 7, 8] によって導入された。散乱場からの音波の放出を吸収するような、薄いスポンジのような異方性の減衰材料で指定した音場領域を囲うことをシミュレーションすることに基づいている。PML では音場領域と吸収領域の境界面において、特性インピーダンスがマッチングしており、音場領域の内側に誤った反射が生じない特徴がある。

本研究においては、行列のスパース性の保持、形状入力・プログラム作成の簡便性等の点から、PML(Perfectly Matched Layer)[1] を用いて開領域を模擬する。

1.5 研究の目的

低周波領域の家屋の遮音性能に関する既往研究や測定例は多く存在するが、測定の難しさや時間的・経済的コスト要する等の理由から、測定環境を統一した測定例が少ない。そのため、より効いてくる低周波音に対する家屋の遮音性能に影響を及ぼす要素について、定性的・定量的な知見が少なく、低周波音による物理現象についても不明瞭な点が多い。

本研究では、数値解析による理想環境下におけるパラメトリックスタディを通して、屋外の低周波音源が屋内音場に影響を及ぼす要素の把握を目指す。本研究では、有限要素法を用いた音響振動連成解析により、低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析を行う。本研究で検討行う項目を以下のように設定する。

- 低周波領域の家屋の遮音性能に関わる要素の把握
- 家屋内外における低周波音の騒音伝搬の定性的・定量的知見の取得

本論文では、“音源系”、“伝搬系”については以下のような状況を想定し、“受信系”における家屋側の個々の要素が与える影響を考察し、低周波領域の数値解析における家屋のモデル化に関する検討を中心に行う。

- 音源系：定常的な低周波音源が家屋の近傍に設置されている
- 伝搬系：家屋の周囲からの反射の影響がなく，塀等の遮蔽物が無い

これらの検討・考察を踏まえた上で，低周波音による物理現象を把握し，住宅(受音)側での騒音対策に関する知見の取得を目標とする。将来的には，低周波音を発生する設備機器の適切な配置や，外壁の高重量化や窓システムの変更による遮音効果の検証，効果的な遮音対策の開発等への発展が見込まれる。

1.6 論文の構成

以下に論文の構成を示す。

第1章では，研究の背景，低周波音に関する基礎，既往関連研究，数値解析手法の選定を行った上で，本研究の目的について述べる。また，本論文の構成について示す。

第2章では，本研究の基礎となる音場・振動場解析の有限要素法による数値解析理論について述べる。音場，PML(Perfectly Matched Layer)，弾性体振動場，板振動場，膜振動場の基礎方程式に基づき，有限要素法による定式化を行った上で，それぞれの物理場の連成方法，要素積分の評価について述べる。

第3章では，低周波領域における家屋の数値解析モデルの構築について述べる。想定する低周波音源について述べ，解析モデル・音源モデルを構築し，有限要素法における開領域の模擬の妥当性の検証を行う。家屋の窓，外壁，微小な隙間からの透過・伝搬に関する検討を行い，受音系におけるそれぞれの要素が家屋内の音場に及ぼす影響について検討・考察する。

第4章では，模擬家屋を用いた低周波音に対する家屋の遮音性能の測定について述べる。測定に用いる模擬家屋，低周波音源等の測定概要と測定条件について述べ，測定結果を示す。また，実測を模擬した数値解析を行い，比較・検討を行うとともに，実環境における低周波音の遮音性能に及ぼす影響について考察をする。

第5章では得られた知見を整理し，今後の展望を述べる。

第2章

有限要素法の基礎理論

2.1 はじめに

本論文では音場・振動場の解析に有限要素法を用い、定常状態における解析を行う。波動音響学的手法による音響数値解析においては、音響伝搬は波動方程式に従うことを前提としており、音響問題に一般的に用いられている断熱過程の仮定をして波動方程式を導出している。断熱過程とは、気体の圧縮・膨張に伴い、微小気体から熱の流入・流出がなく、熱伝導よりも気体の圧縮・膨張のほうが速いことを仮定している。つまり、気体の体積変化は圧力変化によるものであり、温度の変化によるものではないことを仮定している。高周波領域の音波は振動が速く、熱伝導より体積変化の方が速いと考えられるため、一般に断熱過程が成立すると考えられる。一方、低周波領域においては、高周波領域の音波と比べて振動が遅く、熱伝導の影響が少なからず考えられる。そのため、高周波領域よりも断熱過程の仮定が成立しにくいと考えられる。本論文では上記の影響を考慮した上で検討・考察を行うものとする。

2.1.1 家屋構造体のモデル化について

本論文において、家屋の構造体(窓, 外壁)を振動場として扱い、基礎方程式に基づいて有限要素法における定式化を行う。本論文では、三次元弾性体振動場, 板振動場, 膜振動場を扱い、これらの定義を以下に示す。これらは線形弾性体として扱い、膜材料内部の減衰は考慮しないこととする。

- 三次元弾性体：寸法の偏差が小さいもの
- 板：広がりに対し厚さの小さいもの
- 膜：広がりに対し厚さが小さく、しなやかで材料自体の剛性が無視できるもの

2.1.2 積分方程式導出のための基礎事項

時間因子と空間微分に関する演算子

本論文では定常状態における音場・振動場の解析を行う。この時、時間因子は一貫して $\exp(j\omega t)$ を採用することとした。

スカラー場 B に対する勾配及びベクトル場 $\mathbf{A}(A_x, A_y, A_z)$ の発散をあらわす演算をそれぞれ以下のよ

うに書く

$$\text{grad}B = \nabla B = \frac{\partial B}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial B}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial B}{\partial z} \mathbf{e}_z \quad (2.1)$$

$$\text{div} \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (2.2)$$

ただし、 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ はそれぞれ x, y, z 軸方向の単位ベクトルである。

発散定理

境界 ∂D で区切られる領域 D におけるベクトル場 \mathbf{A} において、以下の発散定理が成り立つ。

$$\int_D \text{div} \mathbf{A} dV = \oint_{\partial D} \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.3)$$

ただし、 \mathbf{n} は境界における外向き法線方向ベクトルである。発散定理の意味するところは、領域内における湧き出しの総和は境界における流出の和に等しい、ということである。

発散定理において $\mathbf{A} = \phi \nabla \psi$ とおくと、Green の第一恒等式は次式のようにかける。

$$\int_D (\text{grad} \phi \cdot \text{grad} \psi + \phi \nabla^2 \psi) dV = \oint_{\partial D} \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} dS \quad (2.4)$$

ここで $\frac{\partial}{\partial n}$ は境界における法線方向微分を表す。

2.2 音場の数値解析理論

2.2.1 音場の基礎方程式

均質かつ粘性の無い空気中を音波が伝搬する時、以下の連続の式及び運動方程式が成り立つ。

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa \operatorname{div} \mathbf{v} \quad (2.5)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\operatorname{grad} p \quad (2.6)$$

ただし、 p :音圧、 \mathbf{v} :粒子速度ベクトル、 κ :体積弾性率、 ρ :空気密度である。これより、音圧に関して以下の波動方程式が成り立つ。

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2.7)$$

空気中の音速 c は $c = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$ で表される。

ここで、調和振動を仮定すると、流体中の Helmholtz 方程式が以下のように書ける。

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (2.8)$$

2.2.2 音場の境界条件

空気中の定常音場において粒子速度 \mathbf{v} は運動方程式, Eq.(2.6) より以下のようにかける。

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{j\omega\rho} (\operatorname{grad} p) \quad (2.9)$$

この時、単位ベクトル \mathbf{r} 方向への粒子速度は次のように表される。

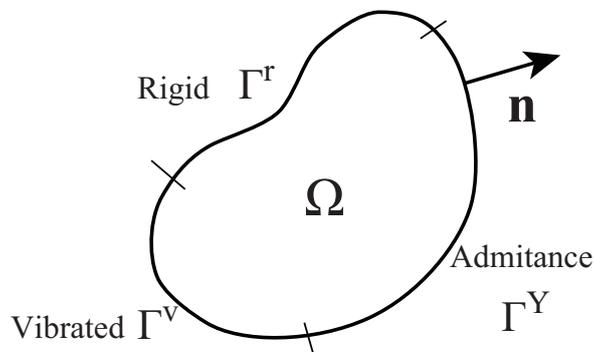


Fig. 2.1: Analytical model for acoustic field.

$$\begin{aligned}
v_r &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{r} \\
&= -\frac{1}{j\omega\rho}(\text{grad}p) \cdot \mathbf{r} \\
&= -\frac{1}{j\omega\rho} \frac{\partial p}{\partial r}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

音場の境界では局所作用が成り立つものとし、実際の音場との対応から境界 Γ について剛壁境界 Γ^r , アドミッタンス境界 Γ^Y , 振動境界 Γ^v の3種類を考慮する。各々の境界では境界面外向き法線方向の粒子速度 v_n が以下の式を満たすものとする。

$$v_n = \begin{cases} -v^f & (\text{on } \Gamma^v) \\ \beta p & (\text{on } \Gamma^Y) \\ 0 & (\text{on } \Gamma^r) \end{cases}$$

ただし, v^f : 内向き法線方向振動速度, β : 法線方向音響アドミタンスである。これより, 境界面における音圧の法線方向傾度について各々の境界条件は以下のようにかける。

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \begin{cases} j\omega\rho v^f & (\text{on } \Gamma^v) \\ -jk\beta_n p & (\text{on } \Gamma^Y) \\ 0 & (\text{on } \Gamma^r) \end{cases} \tag{2.11}$$

β_n は空気のアドミタンスで基準化した法線方向音響アドミタンスである。

2.2.3 有限要素法による音場の解析

Helmholtz 方程式の弱形式化

ここでは重み付き残差法に基づき, 支配方程式を弱形式に変形する。Eq.(2.8) に重み関数 δp を乗じ, 領域内部全体で積分する。

$$\int_{\Omega} \delta p (\nabla^2 p + k^2 p) dV = 0 \tag{2.12}$$

上式第一項は, Green の第一恒等式を適用し下式のように変形できる。

$$\int_{\Omega} \delta p \nabla^2 p dV = - \int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV + \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \tag{2.13}$$

Eq.(2.13) を Eq.(2.12) に代入すると以下のように弱形式の積分方程式が得られる。

$$\int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV - \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS = 0 \tag{2.14}$$

さらに上式第三項に境界条件 Eq.(2.11) を適用すると, 非連成音場について以下の積分方程式が成り立つ。

$$\int_{\Omega} (\text{grad} \delta p \cdot \text{grad} p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV + jk\beta_n \int_{\Gamma^Y} \delta p p dS - j\omega\rho_0 \int_{\Gamma^v} \delta p v^f dS = 0 \tag{2.15}$$

積分方程式の離散化

ここでは Eq.(2.15) にガラーキン法を適用し、数値的に解くことができる形式に変形する過程を示す。積分領域を N 個の要素に分割し、各要素内について Eq.(2.15) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで、ある要素内の任意点で音圧 p は要素節点における値 p_i と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$p = \sum_i N_i p_i \quad (2.16)$$

ここで $\{\mathbf{N}\}$, $\{\mathbf{p}_e\}$ なるベクトルを次式のように定義する。

$$\{\mathbf{N}\} = \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_I\} \quad (2.17)$$

$$\{\mathbf{p}_e\} = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_I\}^T \quad (2.18)$$

これらを用いると、Eq.(2.16) は次式のようにベクトルの内積として表すことができる。

$$p = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\mathbf{p}_e\} \quad (2.19)$$

さらに、ガラーキン法では重み関数 δp の内挿を試験関数と同一にとる。

$$\delta p = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\delta \mathbf{p}_e\} \quad (2.20)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.15) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

まず、ある要素 e について Eq.(2.15) の第一項は

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV &= \int_{\Omega_e} \nabla \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \nabla \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\ &= \int_{\Omega_e} \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial x} p_j + \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial y} p_j + \sum_i \frac{\partial N_i}{\partial z} \delta p_i \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial z} p_j \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^a]^T [\mathbf{B}^a] dV \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{K}_e^a] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.21)$$

となる。ここで、 $[\mathbf{B}^a]$ 及び $[\mathbf{K}_e^a]$ はそれぞれ歪みマトリックス、剛性マトリックスと呼ばれ、以下のよう定義される。

$$[\mathbf{B}^a] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_I}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots & \frac{\partial N_I}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$[\mathbf{K}_e^a] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^a]^T [\mathbf{B}^a] dV \quad (2.23)$$

続いて, Eq.(2.15) 第二項における積分項は

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \delta p p dV &= \int_{\Omega_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \left(\sum_j N_j p_j \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Omega_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{M}_e^a] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

となる。ここで, $[\mathbf{M}_e^a]$ は慣性マトリックスと呼ばれ, 以下のように定義される。

$$[\mathbf{M}_e^a] = \int_{\Omega_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \quad (2.25)$$

次に, Eq.(2.15) 第三項はインピーダンス境界に関する項であり,

$$\begin{aligned} \beta_0 \int_{\Gamma_e} \delta p p dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) \cdot \left(\sum_j N_j p_j \right) dS \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \beta_0 \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{C}_e^a] \{\mathbf{p}_e\} \end{aligned} \quad (2.26)$$

と表せる。ここで, $[\mathbf{C}_e^a]$ は一般に減衰マトリックスと呼ばれ, 以下のように定義される。

$$[\mathbf{C}_e^a] = \beta_0 \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dS \quad (2.27)$$

最後に第四項は振動境界に対する項であり, 外力条件や弾性体, 板などの変位や速度により記述される振動場との連成条件を表す項である。ここでは一定速度 $v(\Gamma_e)$ で駆動される境界を考える。この時, 第四項における積分項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta p v^f dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta p_i \right) dS v(\Gamma_e) \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T v(\Gamma_e) dS \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \{\mathbf{Q}_e^a\} v(\Gamma_e) \end{aligned} \quad (2.28)$$

となる。ここで、ベクトル $\{\mathbf{Q}_e^a\}$ は以下のように定義される。

$$\{\mathbf{Q}_e^a\} = \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T dS \quad (2.29)$$

振動場との連成問題における第四項は適合マトリックス $[\mathbf{Q}]$ として表される。各種媒質境界面における適合マトリックスは 2.4 節においてまとめて示すこととする。

本論文では Eq.(2.23),(2.25),(2.27),(2.29) は数値積分により評価する。数値積分の具体的な手順は 2.5 節においてまとめて示す。

全体マトリックスの構築

有限要素法においては領域を N 個の要素に分割し、定義領域全体での積分を各要素に対して領域区分した積分の総和として評価する。この時、Fig.2.2 に示すようなモデルケースを想定し、要素マトリックスを重ね合わせて全体マトリックスを構築する手順を具体的に示す。

$$\int_{\Omega} dV = \sum_n \int_{\Omega_n} dV \quad (2.30)$$

要素 Ω_1, Ω_2 に対し、Eq.(2.21) がそれぞれ次のように得られるとする。

$$\{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T [\mathbf{K}_1^a] \{\mathbf{p}_e^1\} = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 & k_{34}^1 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 & k_{44}^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T [\mathbf{K}_2^a] \{\mathbf{p}_e^2\} = \begin{Bmatrix} \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\ k_{21}^2 & k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\ k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 \\ k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

全節点音圧ベクトル $\{\mathbf{p}\}$ を $\{\mathbf{p}\} = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$ を用いると、上に示した 2 式はそれぞれ次式と同値である。

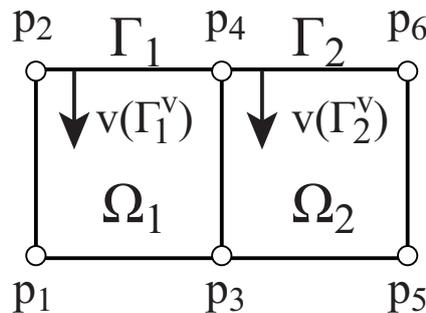


Fig. 2.2: A model case for the assembly step in FEM.

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_1^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{p}\} = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & 0 & 0 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & 0 & 0 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 & k_{34}^1 & 0 & 0 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 & k_{44}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_2^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{p}\} = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\ 0 & 0 & k_{21}^2 & k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\ 0 & 0 & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 \\ 0 & 0 & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

以上の関係から、領域全体の積分を以下のようにマトリックス形式で表す事ができる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV &= \int_{\Omega_1} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV + \int_{\Omega_2} \nabla \delta p \cdot \nabla p dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T [\mathbf{K}'_1^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{p}_e^1\} + \{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T [\mathbf{K}'_2^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{p}_e^2\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_1^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{p}\} + \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}'_2^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{p}\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T ([\mathbf{K}'_1^{\mathbf{a}}] + [\mathbf{K}'_2^{\mathbf{a}}]) \{\mathbf{p}\} \\ &= \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & 0 & 0 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & 0 & 0 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 + k_{11}^2 & k_{34}^1 + k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 + k_{21}^2 & k_{44}^1 + k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 \\ 0 & 0 & k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 \\ 0 & 0 & k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{Bmatrix} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{K}^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{p}\} \end{aligned} \quad (2.35)$$

このように、部分剛性マトリックス $[\mathbf{K}'_1^{\mathbf{a}}], [\mathbf{K}'_2^{\mathbf{a}}]$ より、全体剛性マトリックス $[\mathbf{K}^{\mathbf{a}}]$ を構築する際には、それぞれの部分マトリックスにおいて共通する節点に対応する成分を加算すればよい事がわかる。

次に、要素 $\Gamma_1^{\mathbf{v}}, \Gamma_2^{\mathbf{v}}$ に対し、Eq.(2.28) がそれぞれ次のように得られるとする。

$$\{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T \{\mathbf{Q}'_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) = \begin{Bmatrix} \delta p_2 \\ \delta p_4 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \end{Bmatrix} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) \quad (2.36)$$

$$\{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T \{\mathbf{Q}'_2^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) = \begin{Bmatrix} \delta p_4 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} q_1^2 \\ q_2^2 \end{Bmatrix} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) \quad (2.37)$$

全節点音圧ベクトル $\{\mathbf{p}\}$ を用いると、上に示した2式はそれぞれ次式と同値である。

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T \{\mathbf{Q}'_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} 0 \\ q_1^1 \\ 0 \\ q_2^1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) \quad (2.38)$$

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T \{\mathbf{Q}'_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) = \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q_1^2 \\ 0 \\ q_2^2 \end{Bmatrix} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) \quad (2.39)$$

以上の関係から、振動境界全体での積分を以下のようにマトリックス形式で表す事ができる。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma^{\mathbf{v}}} \delta p v^{\mathbf{f}} dS &= \int_{\Gamma_1^{\mathbf{v}}} \delta p v^{\mathbf{f}} dS + \int_{\Gamma_2^{\mathbf{v}}} \delta p v^{\mathbf{f}} dS \\ &= \{\delta \mathbf{p}_e^1\}^T \{\mathbf{Q}'_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) + \{\delta \mathbf{p}_e^2\}^T \{\mathbf{Q}'_2^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T (\{\mathbf{Q}'_1^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) + \{\mathbf{Q}'_2^{\mathbf{a}}\} v(\Gamma_2^{\mathbf{v}})) \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\{\mathbf{Q}'_1^{\mathbf{a}}\}, \{\mathbf{Q}'_2^{\mathbf{a}}\}] \{v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}), v(\Gamma_2^{\mathbf{v}})\}^T \\ &= \begin{Bmatrix} \delta p_1 \\ \delta p_2 \\ \delta p_3 \\ \delta p_4 \\ \delta p_5 \\ \delta p_6 \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ q_1^1 & 0 \\ 0 & 0 \\ q_2^1 & q_1^2 \\ 0 & 0 \\ 0 & q_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}) \\ v(\Gamma_2^{\mathbf{v}}) \end{Bmatrix} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{Q}^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\} \end{aligned} \quad (2.40)$$

ここで、境界面振動速度ベクトル $\{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\}$ を $\{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\} = \{v(\Gamma_1^{\mathbf{v}}), v(\Gamma_2^{\mathbf{v}})\}^T$ と定義した。

同様に慣性・減衰マトリックスについても共通成分を重ね合わせると、音場のみの非連成系において、Eq.(2.15) はマトリックス形式で以下のように書く事が出来る。

$$\{\delta \mathbf{p}\}^T (([\mathbf{K}^{\mathbf{a}}] - k^2[\mathbf{M}^{\mathbf{a}}] + jk[\mathbf{C}^{\mathbf{a}}]) \{\mathbf{p}\} - j\omega\rho[\mathbf{Q}^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\}) = 0 \quad (2.41)$$

上式が $\{\delta \mathbf{p}\}$ によらず解を持つためには

$$([\mathbf{K}^{\mathbf{a}}] - k^2[\mathbf{M}^{\mathbf{a}}] + jk[\mathbf{C}^{\mathbf{a}}]) \{\mathbf{p}\} = j\omega\rho[\mathbf{Q}^{\mathbf{a}}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}}\} \quad (2.42)$$

が要求される。

プライム'に関する注意

以降の節では、マトリックスに対するプライム $[\cdot]'$ は上述のように、マトリックス $[\cdot]$ と全節点ベクトルにより表される二次形式（ベクトル・マトリックス・ベクトル積）が、要素マトリックス $[\cdot]$ と要素節点ベクトルの二次形式と同値になるように無関係な成分に 0 が埋められたマトリックスである事を意味することとする (Eq.(2.33) 及び (2.34))。 $\{\cdot\}'$ についても同様であり、ベクトル・ベクトル積が同値となるように 0 パディングを行うことを意味する (Eq.(2.38) 及び (2.39))。ただし、これは数式の表現上の暗黙のルールを少なくするための記述であり、有限要素法のコード化においてこのステップをとる必要はないことを強調しておく。

このような仮定をする事で、同様の手順で全体マトリックスを構築する場合、次式のように書く事ができる。

$$[\mathbf{K}^a] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e'^a] \quad (2.43)$$

2.3 PML(Perfectly Matched Layer) の数値解析理論

2.3.1 PML の基礎方程式

Bermudez らは PML 領域 Ω_A における Helmholtz 方程式を以下のように示している [1]。

$$\frac{1}{\gamma_x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\gamma_x} \frac{\partial p_A}{\partial x} \right) + \frac{1}{\gamma_y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\gamma_y} \frac{\partial p_A}{\partial y} \right) + \frac{1}{\gamma_z} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\gamma_z} \frac{\partial p_A}{\partial z} \right) + k^2 p_A = 0 \quad (2.44)$$

ここで $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ は PML 領域内における減衰関数であり、音響領域から遠ざかるほど減衰が大きくなるように与える。減衰関数 $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ は下式で与えられる。

$$\begin{aligned} \gamma_x(x) &= \begin{cases} 1 & (x < A) \\ 1 + \frac{j}{k(A^* - x)} & (A \leq x < A^*) \end{cases} \\ \gamma_y(y) &= \begin{cases} 1 & (y < B) \\ 1 + \frac{j}{k(B^* - y)} & (B \leq y < B^*) \end{cases} \\ \gamma_z(z) &= \begin{cases} 1 & (z < C) \\ 1 + \frac{j}{k(C^* - z)} & (C \leq z < C^*) \end{cases} \end{aligned} \quad (2.45)$$

ここで、 A, B, C 及び A^*, B^*, C^* は PML 内部境界、PML 外部境界の x, y, z の座標を表す。また、Eq.(2.46) において、

$$\begin{aligned} \hat{x}(x) &= \int_0^x \gamma_x(s) dS = x + \frac{j}{k} \int_A^{A^*} \frac{1}{A^* - s} dS & x \in [A, A^*) \\ \hat{y}(y) &= \int_0^y \gamma_y(s) dS = y + \frac{j}{k} \int_B^{B^*} \frac{1}{B^* - s} dS & y \in [B, B^*) \\ \hat{z}(z) &= \int_0^z \gamma_z(s) dS = z + \frac{j}{k} \int_C^{C^*} \frac{1}{C^* - s} dS & z \in [C, C^*) \end{aligned} \quad (2.46)$$

となる座標系を導入する。この時、各軸に対する微分オペレータは、

$$\frac{\partial \hat{x}}{\partial x} = \gamma_x, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \hat{x}} = \frac{1}{\gamma_x} \frac{\partial}{\partial x} \right), \quad \frac{\partial \hat{y}}{\partial y} = \gamma_y, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{\gamma_y} \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial \hat{z}}{\partial z} = \gamma_z, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \hat{z}} = \frac{1}{\gamma_z} \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (2.47)$$

と表すことができ、Eq.(2.44) は以下のような一般的な Helmholtz 方程式と等価的な形式に書き換えられる。

$$\hat{\nabla}^2 p_A + k^2 p_A = 0 \quad (2.48)$$

ここで、 $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ に関する微分演算子 $\hat{\nabla}, \hat{\nabla}^2$ は下式で与えられる。

$$\hat{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \hat{x}} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial \hat{y}} \mathbf{e}_y + \frac{\partial}{\partial \hat{z}} \mathbf{e}_z, \quad \hat{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \hat{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \hat{z}^2}$$

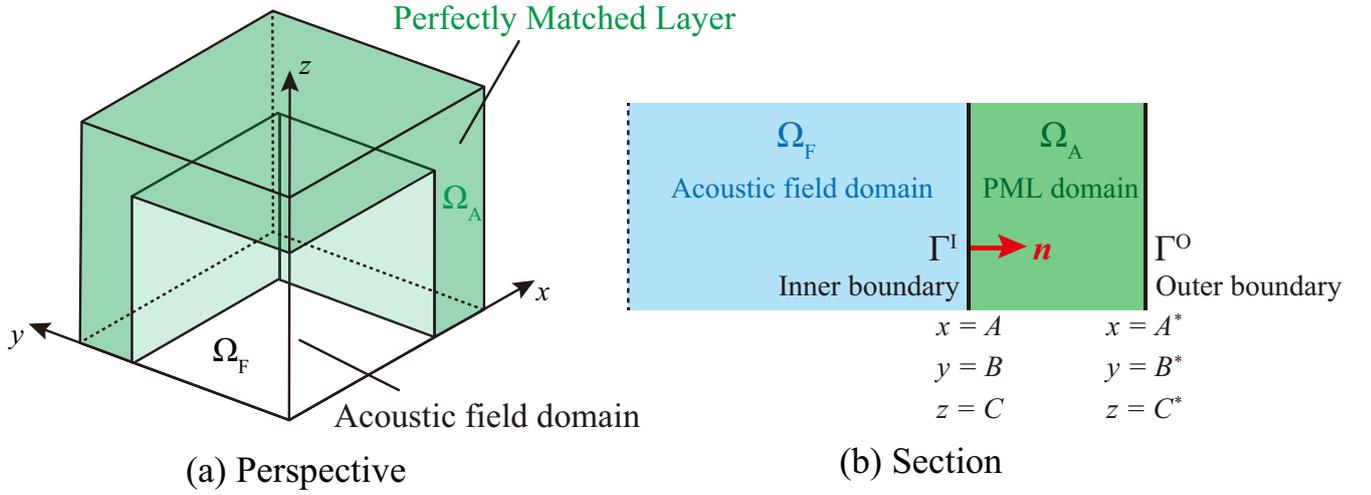


Fig. 2.3: Analytical model for perfectly matched layer.

2.3.2 PML と音響領域の連続条件と PML 終端の境界条件

本論文では、Fig.2.3 (a) のように、デカルト座標系の x, y, z 軸に垂直な面で構成される PML を扱うものとし、PML 内部境界 (音響領域との境界) Γ^I において以下の連続条件を満たすものとする。

$$p_F = p_A \quad (\text{on } \Gamma^I) \quad (2.49)$$

$$\frac{p_F}{\partial n_i} = \frac{\gamma_j \gamma_k}{\gamma_i} \frac{\partial p_A}{\partial n_i} \quad (2.50)$$

上式はそれぞれ、音圧及び粒子速度の連続を意味する。ここで、添え字 (i, j, k) は (x, y, z) を循環的にとるものとし、 n_i は音響領域から外向き方向の単位法線ベクトルの i 方向成分である。また、PML 外部境界 Γ^O においては以下の境界条件を満たすものとする。

$$p_A = 0 \quad (\text{on } \Gamma^O) \quad (2.51)$$

2.3.3 有限要素法による PML の解析

PML 領域内の Helmholtz 方程式の弱形式化

ここでは重み付き残差法に基づき、支配方程式を弱形式化する。Eq.(2.48) に重み関数 δp_A を乗じ、領域内部全体で積分する。

$$\int_{\Omega_A} \delta p_A \left(\hat{\nabla}^2 p_A + k^2 p_A \right) d\hat{V} = 0 \quad (2.52)$$

上式第一項は、Green の第一恒等式を適用し、下式のように変形できる。

$$\int_{\Omega_A} \delta p_A \hat{\nabla}^2 p_A d\hat{V} = - \int_{\Omega_A} (\hat{\nabla} \delta p_A \cdot \hat{\nabla} p_A) d\hat{V} + \int_{\Gamma_A} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}} d\hat{S} \quad (2.53)$$

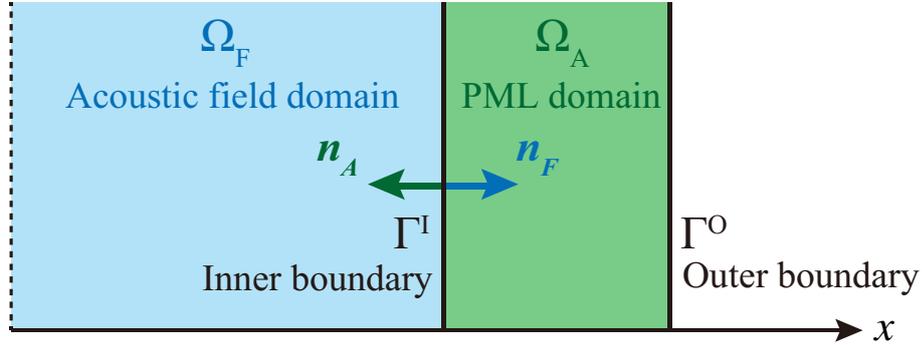


Fig. 2.4: Perfectly matched layer in x-dimension with each domain's unit vectors.

Eq.(2.53) を Eq.(2.52) に代入すると、以下のように弱形式の積分方程式が得られる。

$$\int_{\Omega_A} (\hat{\nabla} \delta p_A \cdot \hat{\nabla} p_A) d\hat{V} - k^2 \int_{\Omega_A} \delta p_A p_A d\hat{V} - \int_{\Gamma_A} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}} d\hat{S} = 0 \quad (2.54)$$

Eq.(2.54) の第三項の境界積分項については、PML 内部境界 Γ^I と PML 外部境界 Γ^O を考慮すると、以式のように表せる。

$$\int_{\Gamma_A} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}} d\hat{S} = \int_{\Gamma^I} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}} d\hat{S} + \int_{\Gamma^O} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}} d\hat{S} \quad (2.55)$$

まず、PML 内部境界 Γ^I について、PML 領域、音響領域のそれぞれの境界積分項 I_1, I_2 の和を考える。ここでは例として、Fig.2.4 のような x 方向の成分のみを考慮することとした。

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 &= \int_{\Gamma^I} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}} d\hat{S} + \int_{\Gamma^I} \delta p_F \frac{\partial p_F}{\partial n} dS \\ &= \int_{\Gamma^I} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}_{Ax}} d\hat{S} + \int_{\Gamma^I} \delta p_F \frac{\partial p_F}{\partial n_{Fx}} dS \\ &= \int_{\Gamma^I} \delta p_A \frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x} \frac{\partial p_A}{\partial n_{Ax}} dS - \int_{\Gamma^I} \delta p_A \frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x} \frac{\partial p_A}{\partial n_{Ax}} dS \end{aligned} \quad (2.56)$$

I_1 については、 $\frac{\partial}{\partial \hat{n}_i} = \frac{1}{\gamma_i} \frac{\partial}{\partial n_i}$ 、 $d\hat{S} = \gamma_y \gamma_z dS$ とした。 I_2 については、Eq.(2.49) の音圧の連続条件、(2.50) の境界条件を利用し、各領域の外向き法線方向を考慮すると、 $I_1 + I_2 = 0$ となり、音響領域と PML 領域の境界上で粒子速度の連続は自然に達成される事を意味している。

次に、Eq.(2.55) の PML 外部境界 Γ^O における境界積分項について、Eq.(2.51) より、 $\delta p_A = 0$ となり、

$$\int_{\Gamma^O} \delta p_A \frac{\partial p_A}{\partial \hat{n}} d\hat{S} = 0 \quad (2.57)$$

となる。よって、Eq.(2.54) の境界積分項は 0 となる。ここで、Eq. (2.47) における変数を元に戻し、整理すると下式のように表せる。

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x} \frac{\partial \delta p_A}{\partial x} \frac{\partial p_A}{\partial x} + \frac{\gamma_x \gamma_z}{\gamma_y} \frac{\partial \delta p_A}{\partial y} \frac{\partial p_A}{\partial y} + \frac{\gamma_x \gamma_y}{\gamma_z} \frac{\partial \delta p_A}{\partial z} \frac{\partial p_A}{\partial z} \right) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p_A p_A \gamma_x \gamma_y \gamma_z dV = 0 \quad (2.58)$$

積分方程式の離散化

ここでは Eq.(2.58) にガラーキン法を適用し、数値的に解くことができる形式に変形する過程を示す。積分領域を N 個の要素に分割し、各要素内について Eq.(2.58) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで、ある要素内の任意点で音圧 p_A は要素節点における値 p_{Ai} と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$p = \sum_i N_i p_{Ai} \quad (2.59)$$

ここで $\{\mathbf{N}\}$, $\{\mathbf{p}_{Ae}\}$ なるベクトルを次式のように定義する。

$$\begin{aligned} \{\mathbf{N}\} &= \{N_1, N_2, N_3, \dots, N_I\} \\ \{\mathbf{p}_{Ae}\} &= \{p_{A1}, p_{A2}, p_{A3}, \dots, p_{AI}\}^T \end{aligned} \quad (2.60)$$

これらを用いると、Eq.(2.59) は次式のようにベクトルの内積として表すことができる。

$$p_A = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\mathbf{p}_{Ae}\} \quad (2.61)$$

さらに、ガラーキン法では重み関数 δp_A の内挿を試験関数と同一にとる。

$$\delta p_A = \{\mathbf{N}\} \cdot \{\delta \mathbf{p}_{Ae}\} \quad (2.62)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.58) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

まず、ある要素 e について、Eq.(2.58) の第一項は、

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_e} \left(\frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x} \frac{\partial \delta p_A}{\partial x} \frac{\partial p_A}{\partial x} + \frac{\gamma_x \gamma_z}{\gamma_y} \frac{\partial \delta p_A}{\partial y} \frac{\partial p_A}{\partial y} + \frac{\gamma_x \gamma_y}{\gamma_z} \frac{\partial \delta p_A}{\partial z} \frac{\partial p_A}{\partial z} \right) dV \\ &= \int_{\Omega_e} \left(\frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x} \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial x} \delta p_A \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial x} p_A \right) + \frac{\gamma_x \gamma_z}{\gamma_y} \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial y} \delta p_A \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial y} p_A \right) + \frac{\gamma_x \gamma_y}{\gamma_z} \left(\sum_i \frac{\partial N_i}{\partial z} \delta p_A \sum_j \frac{\partial N_j}{\partial z} p_A \right) \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_{Ae}\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^{\text{pml}}]^T [\mathbf{B}^{\text{pml}}] dV \{\mathbf{p}_{Ae}\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_{Ae}\}^T [\mathbf{K}_e^{\text{pml}}] \{\mathbf{p}_{Ae}\} \end{aligned} \quad (2.63)$$

ここで、 $[\mathbf{B}^{\text{pml}}]$ 及び $[\mathbf{K}_e^{\text{pml}}]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}^{\text{pml}}] = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x}} \frac{\partial N_1}{\partial x} & \sqrt{\frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x}} \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \sqrt{\frac{\gamma_y \gamma_z}{\gamma_x}} \frac{\partial N_I}{\partial x} \\ \sqrt{\frac{\gamma_x \gamma_z}{\gamma_y}} \frac{\partial N_1}{\partial y} & \sqrt{\frac{\gamma_x \gamma_z}{\gamma_y}} \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & \sqrt{\frac{\gamma_x \gamma_z}{\gamma_y}} \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \sqrt{\frac{\gamma_x \gamma_y}{\gamma_z}} \frac{\partial N_1}{\partial z} & \sqrt{\frac{\gamma_x \gamma_y}{\gamma_z}} \frac{\partial N_2}{\partial z} & \cdots & \sqrt{\frac{\gamma_x \gamma_y}{\gamma_z}} \frac{\partial N_I}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

$$[\mathbf{K}_e^{\text{pml}}] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}^{\text{pml}}]^T [\mathbf{B}^{\text{pml}}] dV \quad (2.65)$$

続いて、Eq.(2.58) の第二項における積分項は、

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \delta p_A p_A \gamma_x \gamma_y \gamma_z dV &= \int_{\Omega_m} \left(\sum_i N_i \delta p_A \sum_j N_j p_A \right) dV \\ &= \{\delta \mathbf{p}_{Ae}\}^T \gamma_x \gamma_y \gamma_z \int_{\Omega_m} \{\mathbf{N}\}^T \{\mathbf{N}\} dV \{\mathbf{p}_{Ae}\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}_{Ae}\}^T [\mathbf{M}_e^{\text{pml}}] \{\mathbf{p}_{Ae}\} \end{aligned} \quad (2.66)$$

ここで、 $[\mathbf{M}_e^{\text{pml}}]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{M}_e^{\text{pml}}] = \gamma_x \gamma_y \gamma_z \int_{\Omega_e} \{N\}^T \{N\} dV \quad (2.67)$$

全体マトリックスの構築

音響系と同様に、要素マトリックスを重ね合わせ、全体剛性、慣性マトリックスを以下のように与える。

$$[\mathbf{K}^{\text{pml}}] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^{\text{pml}}]$$

$$[\mathbf{M}^{\text{pml}}] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{M}_e^{\text{pml}}]$$

以上より、Eq.(2.58) はマトリックス形式で以下のように表せる。

$$\{\delta \mathbf{p}_A\}^T ([\mathbf{K}^{\text{pml}}] - k^2 [\mathbf{M}^{\text{pml}}]) \{\mathbf{p}_A\} = 0 \quad (2.68)$$

上式が $\{\delta \mathbf{p}_A\}$ によらず解を持つためには、

$$([\mathbf{K}^{\text{pml}}] - k^2 [\mathbf{M}^{\text{pml}}]) \{\mathbf{p}_A\} = 0 \quad (2.69)$$

が要求される。

2.4 弾性体振動場の数値解析理論

2.4.1 弾性体振動場の基礎方程式

均質かつ等方的な弾性体中を振動が伝搬する時、弾性体中の微小部分で、各方向について内力と慣性力の釣り合いは以下のように書く事が出来る。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} - \rho_E \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} - \rho_E \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - \rho_E \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= 0\end{aligned}\quad (2.70)$$

ここで、 u_x, u_y, u_z は各軸方向の変位である。また、 $\sigma_{..}$ は微小部分に働く応力を表し、下付き添字について、一つ目は応力の働く面、二つ目は応力の働く方向を表している。また、 ρ_E は物質の密度である。これらの応力成分を2階のテンソル $\underline{\underline{\sigma}}^E$ として表記し、上の3式をまとめると下式のように書く事が出来る。

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}}^E - \rho_E \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.71)$$

ただし、

$$\begin{aligned}\text{div} \underline{\underline{\sigma}}^E &= \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z} \right\}^T \\ &= \left\{ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \quad \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right\}^T\end{aligned}\quad (2.72)$$

また、歪み-応力関係式は次式で表される。

$$\underline{\underline{\sigma}}^E = \lambda_E \text{div} \mathbf{u} \underline{\underline{1}} + 2\mu_E \underline{\underline{\epsilon}}^E \quad (2.73)$$

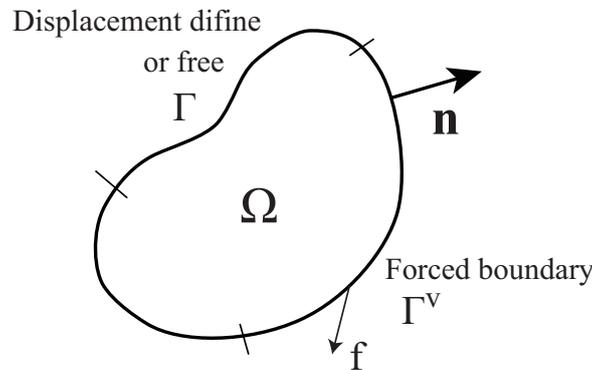


Fig. 2.5: Analytical model for elastic body field.

ここで、 λ_E, μ_E はそれぞれ lame の第一、第二係数であり、ヤング率 E 及びポアソン比 ν を用いて以下のように書ける。

$$\lambda_E = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu_E = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.74)$$

$\underline{\underline{1}}$ は単位テンソル、 $\underline{\underline{\varepsilon}}^E$ は歪みテンソルであり各成分は次式で定義される。

$$\varepsilon_{ij}^E = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right) \quad (i, j = x, y, z) \quad (2.75)$$

ここで、調和振動を仮定すると、定常状態における弾性体振動場の基礎方程式は以下のように書ける。

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}}^E + \rho_E \omega^2 \mathbf{u} = 0 \quad (2.76)$$

2.4.2 有限要素法による弾性体振動場の解析

偏微分方程式の弱形式化

Eq.(2.76) の両辺に仮想変位 $\delta \mathbf{u}$ を掛け、定義領域 Ω 中で積分することで次式が得られる。

$$\int_{\Omega} (\delta \mathbf{u} \cdot \text{div} \underline{\underline{\sigma}}^E + \rho_E \omega^2 \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) dV = 0 \quad (2.77)$$

上式、第一項は以下のように変形することができる。 $(i, j = x, y, z)$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \text{div} \underline{\underline{\sigma}}^E dV &= \int_{\Omega} \sum_i \sum_j \delta u_j \frac{\partial \sigma_{ij}^E}{\partial i} dV \\ &= \int_{\Omega} \sum_i \sum_j \left\{ \frac{\partial}{\partial i} (\delta u_j \cdot \sigma_{ij}^E) - \frac{\partial \delta u_j}{\partial i} \sigma_{ij}^E \right\} dV \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$= \int_{\Omega} \sum_i \sum_j \left\{ \frac{\partial}{\partial i} (\delta u_j \cdot \sigma_{ij}^E) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta u_j}{\partial i} + \frac{\partial \delta u_i}{\partial j} \right) \sigma_{ij}^E \right\} dV \quad (2.79)$$

$$= \int_{\Omega} \left(\nabla \cdot (\delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E) - \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E \right) dV \quad (2.80)$$

$$= \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E dV \quad (2.81)$$

Eq. (2.78) から Eq. (2.79) の変形では応力テンソルの対称性を利用している。さらに、Eq. (2.80) から Eq. (2.81) の変形では Eq. (2.80) の第一項に発散定理を適用している。また、Eq. (2.81) における $:$ は行列の内積を表す演算子である。

以上の関係から、Eq.(2.77) は弱形式として下式で表される。

$$\int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E dV - \rho_E \omega^2 \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV - \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2.82)$$

積分方程式の離散化

ここでは、Eq.(2.82) にガラーキン法を適用し、数値的に解く事ができる形式に変形する事を考える。積分領域を N 個の要素に分割し、各要素内について Eq.(2.82) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせる事を考える。ここで、ある要素内の任意点で変位 $\mathbf{u} = \{u_x, u_y, u_z\}^T$ を要素節点における値 $\mathbf{u}^i = \{u_x^i, u_y^i, u_z^i\}^T$ と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$\mathbf{u} = \sum_i N_i \mathbf{u}^i \quad (2.83)$$

ここで $[\mathbf{N}]$ なるマトリックス、 $\{\mathbf{u}_e\}$ なるベクトルをそれぞれ次式のように定義する。

$$[\mathbf{N}] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_I & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_I & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_I \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

$$\{\mathbf{u}_e\} = \{u_x^1, u_y^1, u_z^1, \dots, u_x^I, u_y^I, u_z^I\}^T \quad (2.85)$$

これらを用いると、Eq.(2.83) は次式のようにマトリックス・ベクトル積として表すことができる。

$$\mathbf{u} = [\mathbf{N}]\{\mathbf{u}_e\} \quad (2.86)$$

さらに、ガラーキン法では仮想変位 $\delta\mathbf{u}$ を試験関数と同一にとる。

$$\delta\mathbf{u} = [\mathbf{N}]\{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.87)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.82) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

はじめに、ある要素 e について Eq.(2.82) の第一項を考える。ここでは均質、等方性の媒質を考えているため、応力テンソル、歪みテンソルは対称テンソルである。従って、9つの成分のうち独立な成分は6つであり、Eq.(2.82) 第一項におけるマトリックスの内積は次式のように書く事ができる。

$$\begin{aligned} \delta\underline{\underline{\varepsilon}} : \underline{\underline{\sigma}} &= \delta\varepsilon_{xx}\sigma_{xx} + \delta\varepsilon_{yy}\sigma_{yy} + \delta\varepsilon_{zz}\sigma_{zz} + \delta\varepsilon_{xy}\sigma_{xy} + \delta\varepsilon_{yz}\sigma_{yz} + \delta\varepsilon_{zx}\sigma_{zx} \\ &\quad + \delta\varepsilon_{yx}\sigma_{yx} + \delta\varepsilon_{zy}\sigma_{zy} + \delta\varepsilon_{xz}\sigma_{xz} \\ &= \delta\varepsilon_{xx}\sigma_{xx} + \delta\varepsilon_{yy}\sigma_{yy} + \delta\varepsilon_{zz}\sigma_{zz} + 2\delta\varepsilon_{xy}\sigma_{xy} + 2\delta\varepsilon_{yz}\sigma_{yz} + 2\delta\varepsilon_{zx}\sigma_{zx} \\ &= \{\delta\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \end{aligned} \quad (2.88)$$

ここで、応力テンソル、歪みテンソルに対し、以下のようなベクトル表記を導入した。

$$\{\sigma\} = \left\{ \sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{zz} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{zx} \right\}^T \quad (2.89)$$

$$\{\delta\varepsilon\} = \left\{ \delta\varepsilon_{xx} \quad \delta\varepsilon_{yy} \quad \delta\varepsilon_{zz} \quad 2\delta\varepsilon_{xy} \quad 2\delta\varepsilon_{yz} \quad 2\delta\varepsilon_{zx} \right\}^T \quad (2.90)$$

Eq.(2.90) は Eq.(2.75) より以下のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_{xx} \\ \delta\varepsilon_{yy} \\ \delta\varepsilon_{zz} \\ 2\delta\varepsilon_{xy} \\ 2\delta\varepsilon_{yz} \\ 2\delta\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial\delta u_x}{\partial x} \\ \frac{\partial\delta u_y}{\partial y} \\ \frac{\partial\delta u_z}{\partial z} \\ \frac{\partial\delta u_x}{\partial y} + \frac{\partial\delta u_y}{\partial x} \\ \frac{\partial\delta u_y}{\partial z} + \frac{\partial\delta u_z}{\partial y} \\ \frac{\partial\delta u_z}{\partial x} + \frac{\partial\delta u_x}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u_x \\ \delta u_y \\ \delta u_z \end{Bmatrix} \quad (2.91)$$

さらにある要素 e の内部で変位を Eq.(2.86) により近似することから、

$$\begin{Bmatrix} \delta\varepsilon_{xx} \\ \delta\varepsilon_{yy} \\ \delta\varepsilon_{zz} \\ 2\delta\varepsilon_{xy} \\ 2\delta\varepsilon_{yz} \\ 2\delta\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \dots & N_I & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & N_I & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & N_I \end{bmatrix} \{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.92)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial y} & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} & \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial x} \end{bmatrix} \{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.93)$$

$$= [\mathbf{B}]\{\delta\mathbf{u}_e\} \quad (2.94)$$

と書く事が出来る。ここで、 $[\mathbf{B}]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial y} & \frac{\partial N_I}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial z} & \frac{\partial N_I}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_I}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_I}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

次に、Eq.(2.73) の関係をベクトル表記で表すと下式のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2.96)$$

同様にある要素 e については以下のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_e\} \quad (2.97)$$

ここで、 $[\mathbf{D}]$ は弾性マトリックスであり、以下のように定義した。

$$[\mathbf{D}] = \begin{bmatrix} \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & \lambda_E & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_E & \lambda_E & \lambda_E + 2\mu_E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_E \end{bmatrix} \quad (2.98)$$

以上の関係から、Eq.(2.82) の第一項は

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_e} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E dV &= \int_{\Omega} \{\delta \varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} dV \\
&= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV \{\mathbf{u}_e\} \\
&= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{K}_e^E] \{\mathbf{u}_e\}
\end{aligned} \tag{2.99}$$

となる。ここで、 $[\mathbf{K}_e^E]$ は要素剛性マトリックスであり、以下のように定義した。

$$[\mathbf{K}_e^E] = \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV \tag{2.100}$$

続いて、Eq.(2.82) の第二項は、同様に要素内で変位を Eq.(2.86) で近似していることから、

$$\begin{aligned}
\rho_E \int_{\Omega_e} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV &= \rho_E \int_{\Omega_e} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \{\mathbf{u}_e\} dV \\
&= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{M}_e^E] \{\mathbf{u}_e\}
\end{aligned} \tag{2.101}$$

と書く事ができる。ここで要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^E]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{M}_e^E] = \rho_E \int_{\Omega_e} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] dV \tag{2.102}$$

最後に、Eq.(2.82) の第三項は境界における減衰や加振、異種媒質との連続条件を表す項である。ここではある力 $\mathbf{f}_e = \{f_x, f_y, f_z\}$ により加振される境界を考える。即ち、境界において $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}_e$ が規定され、要素にわたって一定値であるとする。この時、Eq.(2.82) の第三項は

$$\begin{aligned}
\int_{\Gamma_v} \delta \mathbf{u} \cdot \underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n} dS &= \int_{\Gamma_v} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{f}_e\} dS \\
&= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^E] \{\mathbf{f}_e\}
\end{aligned} \tag{2.103}$$

と書くことが出来る。ここで、外力ベクトル $[\mathbf{Q}_e^E]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{Q}_e^E] = \int_{\Gamma_v} [\mathbf{N}]^T dS \tag{2.104}$$

各種媒質境界面における連続条件及び、その時の Eq.(2.82) 第三項は 2.4 節においてまとめて示すこととする。

全体マトリックスの構築

音響系と同様に、要素マトリックスを重ね合わせ、全体剛性、慣性マトリックスを以下のように与える。

$$\begin{aligned}
[\mathbf{K}^E] &= \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^E] \\
[\mathbf{M}^E] &= \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{M}_e^E]
\end{aligned}$$

また、外力条件も同様に以下のようなマトリックス・ベクトル積の形式で与える。

$$\begin{aligned} \sum_{e \in \Gamma^v} \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{f}_e\} dS &= \begin{bmatrix} [\mathbf{Q}_1^E] & [\mathbf{Q}_2^E] & \dots & [\mathbf{Q}_e^E] & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{f}_1^E\} \\ \{\mathbf{f}_2^E\} \\ \vdots \\ \{\mathbf{f}_e^E\} \\ \vdots \end{Bmatrix} \\ &= [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^E\} \end{aligned} \quad (2.105)$$

ここで、 $\{\mathbf{f}^E\}$ は振動境界の要素数 $\times 3$ 自由度分の長さを持つ全境界面外力ベクトルである。 $[\mathbf{Q}^E]$ は境界上の外力に関する全体適合マトリックスである。

全節点仮想変位ベクトル $\{\delta \mathbf{u}\}$ 、全節点変位ベクトル $\{\mathbf{u}\}$ を用いると、Eq.(2.82) はマトリックス形式で以下のように書く事が出来る。

$$\{\delta \mathbf{u}\}^T (([\mathbf{K}^E] - \omega^2 [\mathbf{M}^E]) \{\mathbf{u}\} - [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^E\}) = \{0\} \quad (2.106)$$

仮想変位によらず上式が成立する為には

$$([\mathbf{K}^E] - \omega^2 [\mathbf{M}^E]) \{\mathbf{u}\} = [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^E\} \quad (2.107)$$

が要求される。

2.5 板振動場の数値解析理論

2.5.1 板振動場の基礎方程式

板振動場としてここでは Kirchhoff の薄板理論について定式化を行う。平板が $z = 0$ の xy 平面上にあるものとする。Mindlin の厚板や Kirchhoff の薄板における仮定を4つ以下に示す。

1. 面内方向の変形は板断面にわたって線形に変化する。
2. 板中のある点 (x, y, z) の z 方向の変位は z に依存しない。
3. 中立面の変位は z 方向にのみ生じる。
4. z 方向に対する垂直応力は生じない。

さらに Kirchhoff の薄板理論では次のような仮定を行う。

5. 中立面に対する垂線は、変形後も中立面に垂直である。

板を扁平な弾性体振動場として捉えた場合、仮定 1, 2, 3 より、三次元的な変位が次式のように表される。

$$u_\alpha(x, y, z) = \Psi_\alpha(x, y)z \quad (\alpha = x, y) \quad (2.108)$$

$$u_z(x, y, z) = w(x, y) \quad (2.109)$$

ここで、 Ψ_α は αz 平面における平板の回転角、 w は平板の面外方向変位である (Fig.2.6)。

さらに、仮定 5 より面外方向変位と回転角の間には次式の関係が成立する。

$$\Psi_\alpha(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial \alpha} \quad (\alpha = x, y) \quad (2.110)$$

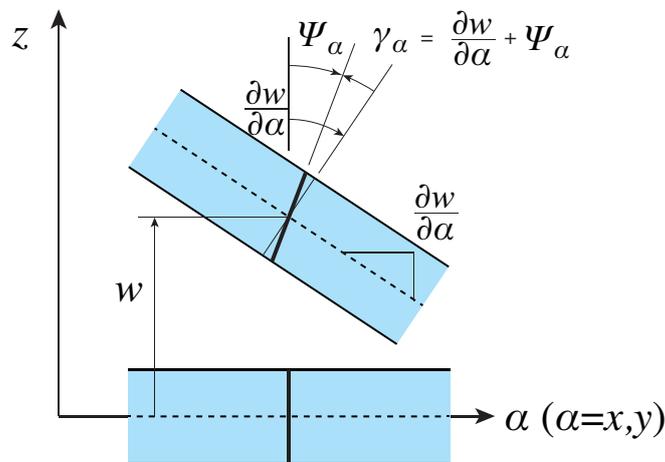


Fig. 2.6: Plate kinematics and definition of rotations.

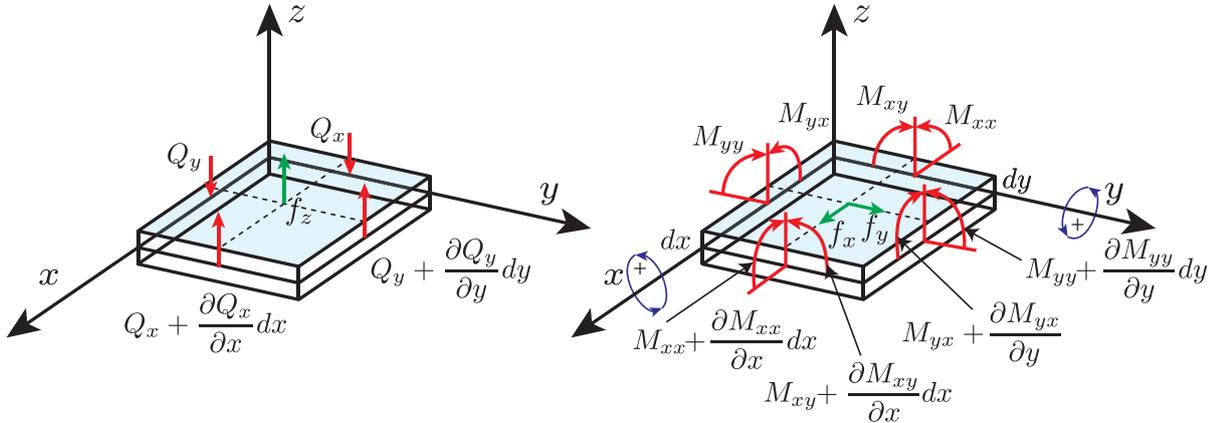


Fig. 2.7: Stresses on infinitesimal element.

よって、Fig.2.6 よりせん断ひずみ成分 γ_α は 0 となり、歪みテンソルの各成分 ε_{ij}^p は Eq. (2.75) に Eq. (2.108), Eq. (2.109) を用いて次式のように書くことができる。

$$\varepsilon_{\alpha\beta}^p = -z \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta}, \quad \varepsilon_{\alpha z}^p = \varepsilon_{z\alpha}^p = 0, \quad \varepsilon_{zz}^p = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\alpha, \beta = x, y) \quad (2.111)$$

ここで、仮定 2 によれば上式の ε_{zz}^p は 0 であるが、x,y 方向の直応力が有限の値を持つ場合、Eq.(2.73) の関係から仮定 4 と矛盾が生じることは明らかである。そこで、仮定 4 をもとに ε_{zz}^p を差し替える。Eq. (2.73) の σ_{zz}^s に 0 を代入し、 ε_{zz}^s について解くことで次式が導出される。

$$\varepsilon_{zz}^p = -\frac{\lambda}{2\mu + \lambda} (\varepsilon_{xx}^p + \varepsilon_{yy}^p) \quad (2.112)$$

これをさらに Eq. (2.73) に代入することで、 $(i, j = x, y, z)$ としたとき応力テンソルの各成分 σ_{ij}^p は次式で表される。

$$\sigma_{ij}^p = 2\mu \varepsilon_{ij}^p + \frac{2\mu\lambda}{2\mu + \lambda} (\varepsilon_{xx}^p + \varepsilon_{yy}^p) \delta_{ij} \quad (i, j) \neq (z, z) \quad (2.113)$$

これが Kirchhoff の平板理論における歪み-応力関係式である。

次に、支配方程式の導出をモーメントを用いて行う。Fig2.7 のような向きのモーメントテンソルの各成分 $M_{\alpha\beta}$ は応力 $\sigma_{\alpha\beta}^p$ を板厚方向に積分し、次式で与えられる $(\alpha, \beta = x, y)$ 。

$$M_{\alpha\beta} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{\alpha\beta}^p z dz \quad (2.114)$$

ここで、 z は中立面を原点とした板厚さ方向の座標値であり、 h を平板の板厚とすると板裏面で $z = -h/2$ 、板表面で $z = h/2$ である。なお、Eq.(2.111), Eq.(2.113), Eq.(2.114) より、モーメントテンソルの各成分は変位 w を用いて次式で表される。

$$M_{\alpha\beta} = \mu \frac{h^3}{12} \left\{ -2 \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{2\lambda}{2\mu + \lambda} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \delta_{\alpha, \beta} \right\} \quad (2.115)$$

一方、矩形要素の角運動量の効果が小さく無視できるとき、モーメント、せん断力及び板表面における面内外力に関し x, y 軸回りのモーメントのつり合いから以下の関係が得られる。

$$-Q_x = \frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - z f_x \quad (2.116)$$

$$-Q_y = \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - z f_y \quad (2.117)$$

上の2式において右辺第三項 f_x, f_y は板断面に単位面積あたり働く面内方向外力であり、各軸 + 方向を正方向とする。また、 z 方向の並進運動に関するせん断力、慣性力、面内外力のつり合いから以下の関係が導かれる。

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - h\rho_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + f_z = 0 \quad (2.118)$$

ここで、上式第三項は単位面積当たりの慣性力、 f_z は単位面積当たりに働く面外方向外力、 ρ_p は平板材料の密度である。

以上の関係から、調和振動を仮定し Eq. (2.116), Eq. (2.117), Eq. (2.118) より Q_x, Q_y を消去すると、定常状態における板表面で三次元的な外力 $\mathbf{f} = \{f_x, f_y, f_z\}$ が加わる場合の板振動場の基礎方程式が以下のように書ける。

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} - h\rho_p \omega^2 w - z\frac{\partial f_x}{\partial x} - z\frac{\partial f_y}{\partial y} - f_z = 0 \quad (2.119)$$

2.5.2 有限要素法による板振動場の解析

偏微分方程式の弱形式化

Eq.(2.119) の両辺に仮想変位 δw を掛け、定義領域 Γ 中で積分することで次式が得られる。 ($\alpha, \beta = x, y$)

$$\int_{\Gamma} \left\{ \delta w \left(\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \alpha \partial \beta} \right) - z \delta w \left(\sum_{\alpha} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \alpha} \right) - \delta w f_z - \delta w h\rho_p \omega^2 w \right\} dS = 0 \quad (2.120)$$

上式、左辺第一項は以下のように変形することができる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \delta w \left(\sum_{\alpha} \sum_{\beta} \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}}{\partial \alpha \partial \beta} \right) dS \\ &= \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\delta w \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \right) - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \right\} dS \end{aligned} \quad (2.121)$$

$$= \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\delta w \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} \right) - \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} M_{\alpha\beta} \right) + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right\} dS \quad (2.122)$$

$$= \int_{\partial\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha\beta} \right) dL + \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right) dS \quad (2.123)$$

Eq. (2.122) から Eq. (2.123) の変形では Eq. (2.122) の第一項, 第二項に発散定理を適用している。続いて, Eq.(2.120) 第二項は以下のように変形することができる。

$$\int_{\Gamma} z \delta w \left(\sum_{\alpha} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \alpha} \right) dS = z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left\{ \frac{\partial}{\partial \alpha} (\delta w f_{\alpha}) - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right\} dS \quad (2.124)$$

$$= z \int_{\partial \Gamma} \sum_{\alpha} (\delta w f_{\alpha} n_{\alpha}) dL - z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS \quad (2.125)$$

$$= -z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS \quad (2.126)$$

Eq.(2.124) から Eq.(2.125) の変形では Eq.(2.124) の第一項に発散定理を適用している。Eq.(2.125) 第一項は面外変位と面内外力の仕事と見なせることから, その値は 0 である。以上の関係から, Eq.(2.120) は弱形式として下式で表される。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha \beta} \right) dS - h \rho_p \omega^2 \int_{\Gamma} \delta w w dS - \int_{\Gamma} \delta w f_z dS \\ & + z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS + \int_{\partial \Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha \beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha \beta} \right) dL = 0 \end{aligned} \quad (2.127)$$

積分方程式の離散化

ここでは, Eq.(2.127) にガラーキン法を適用し, 数値的に解くことができる形式に変形することを考える。積分領域を N 個の要素に分割し, 各要素内について Eq.(2.127) を評価し, 領域全体でその影響を重ね合わせることを考える。ここで, 要素節点 i における変位ベクトルを次式のように板の面外変位とたわみ角で定義する。なおここでは右手系座標系を用い, 各軸の右ねじ方向を回転角の正方向とし定式化を行う。

$$\mathbf{w} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x (= \partial w / \partial y) \\ \theta_y (= -\partial w / \partial x) \end{Bmatrix} \quad (2.128)$$

ある要素内の任意点での変位 w を要素節点における変位ベクトル $\mathbf{w}^i = \{w^i, \theta_x^i, \theta_y^i\}^T$ と内挿関数近似 $N_w^i, N_{\theta_x}^i, N_{\theta_y}^i$ を用いて次式で近似する。

$$w = \sum_i (N_w^i w^i + N_{\theta_x}^i \theta_x^i + N_{\theta_y}^i \theta_y^i) \quad (2.129)$$

ここで $\{\mathbf{N}^p\}$ なるベクトル, $\{\mathbf{w}_e\}$ なるベクトルをそれぞれ次式のように定義する。

$$\{\mathbf{N}^p\} = \left\{ N_w^1, N_{\theta_x}^1, N_{\theta_y}^1, \dots, N_w^I, N_{\theta_x}^I, N_{\theta_y}^I \right\} \quad (2.130)$$

$$\{\mathbf{w}_e\} = \{w^1, \theta_x^1, \theta_y^1, \dots, w^I, \theta_x^I, \theta_y^I\}^T \quad (2.131)$$

これらを用いると、Eq.(2.129) は次式のようにベクトル積として表すことができる。

$$w = \{\mathbf{N}^p\}\{\mathbf{w}_e\} \quad (2.132)$$

さらに、ガラーキン法では仮想変位 δw を試験関数と同一にとる。

$$\delta w = \{\mathbf{N}^p\}\{\delta\mathbf{w}_e\} \quad (2.133)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.127) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

はじめに、ある要素 e について Eq.(2.127) の第一項を考える。ここでは均質、等方性の平板を考えているため、モーメントテンソルの4つの成分のうち独立な成分は3つであり、Eq.(2.127) 第一項の積は次式のように書く事ができる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha \beta} &= \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} M_{xx} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial xy} M_{xy} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial yx} M_{yx} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} M_{yy} \\ &= M_{xx} \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} M_{xy} + \frac{\partial^2 \delta w}{\partial yx} 2M_{yx} \\ &= \{\delta R\}^T \cdot \{M\} \end{aligned} \quad (2.134)$$

ここで、以下のようなベクトル表記を導入した。

$$\{\delta R\} = \left\{ \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2} \quad 2 \frac{\partial^2 \delta w}{\partial yx} \right\}^T \quad (2.135)$$

$$\{M\} = \left\{ M_{xx} \quad M_{yy} \quad M_{xy} \right\}^T \quad (2.136)$$

さらにある要素 e の内部で変位を Eq.(2.132) により近似することから、

$$\begin{aligned} \{\delta R\} &= \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{array} \right\} \left[N_w^1 \quad N_{\theta_x}^1 \quad N_{\theta_y}^1 \quad \dots \quad N_w^I \quad N_{\theta_x}^I \quad N_{\theta_y}^I \right] \{\delta \mathbf{w}_e\} \\ &= [\mathbf{B}] \{\delta \mathbf{w}_e\} \end{aligned} \quad (2.137)$$

$$(2.138)$$

と書くことができる。ここで、 $[\mathbf{B}]$ は以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}] = \left[\begin{array}{ccccccc} \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_w^1 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_x}^1 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_y}^1 & \dots & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_w^I & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_x}^I & \frac{\partial^2}{\partial x^2} N_{\theta_y}^I \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_w^1 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_x}^1 & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_y}^1 & \dots & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_w^I & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_x}^I & \frac{\partial^2}{\partial y^2} N_{\theta_y}^I \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_w^1 & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_x}^1 & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_y}^1 & \dots & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_w^I & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_x}^I & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} N_{\theta_y}^I \end{array} \right] \quad (2.139)$$

次に, Eq.(2.115) の関係を Eq.(2.75) を用いてベクトル表記で表すと下式のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_p(1+j\eta_p)h_p^3}{12(1-\nu_p^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_p & 0 \\ \nu_p & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_p)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.140)$$

同様にある要素 e については以下のように書ける。

$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [\mathbf{D}][\mathbf{B}]\{\mathbf{w}_e\} \quad (2.141)$$

ここで, $[\mathbf{D}]$ は弾性マトリックスであり, 以下のように定義した。

$$[\mathbf{D}] = \frac{E_p(1+j\eta_p)h_p^3}{12(1-\nu_p^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu_p & 0 \\ \nu_p & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_p)/2 \end{bmatrix} \quad (2.142)$$

以上の関係から, Eq.(2.127) の第一項は

$$\int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right) dS = \{\delta R\}^T \cdot \{\mathbf{M}\} \quad (2.143)$$

$$\begin{aligned} &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dS \{\mathbf{w}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{K}_e^P] \{\mathbf{w}_e\} \end{aligned} \quad (2.144)$$

となる。ここで, $[\mathbf{K}_e^P]$ は要素剛性マトリックスであり, 以下のように定義した。

$$[\mathbf{K}_e^P] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dS \quad (2.145)$$

続いて, Eq.(2.127) の第二項は, 同様に要素内で変位を Eq.(2.132) で近似していることから,

$$\begin{aligned} h\rho_p \int_{\Gamma_e} \delta w \cdot w dS &= h\rho_p \int_{\Gamma_e} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \{\mathbf{N}^P\}^T \{\mathbf{N}^P\} \{\mathbf{w}_e\} dS \\ &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{M}_e^P] \{\mathbf{w}_e\} \end{aligned} \quad (2.146)$$

と書く事ができる。ここで要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^P]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{M}_e^P] = h\rho_p \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}^P\}^T \{\mathbf{N}^P\} dS \quad (2.147)$$

次に, Eq.(2.127) の第三項は平板に加わる面外方向の外力をあらわす項である。単位面積あたり f_z の力による板表面への加振を考える。この時, Eq.(2.127) の第三項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} \delta w f_z dS &= \int_{\Gamma} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \{\mathbf{N}^P\}^T \{\mathbf{f}_e\} dS \\ &= \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^P] \{\mathbf{f}_e\} \end{aligned} \quad (2.148)$$

と書くことが出来る。ここで、外力ベクトル $\{\mathbf{Q}_e^{\mathbf{P}}\}$ は以下のように定義した。

$$\{\mathbf{Q}_e^{\mathbf{P}}\} = \int_{\Gamma} \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T dS \quad (2.149)$$

Eq.(2.127) の第四項は平板表面に加わる面内方向の外力をあらわす項である。現実的な問題としては板への加振力は上に示した面外方向のみと考えられる場合が多い。

最後に、Eq.(2.127) の第五項は境界における減衰や加振、異種媒質との連続条件を表す項である。 x, y 方向の微分を垂直な方向 n と境界に平行な方向 s に分解すると、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} & \int_{\partial\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha\beta} \right) dL \\ &= \int_{\partial\Gamma} \left\{ \frac{\partial \delta w}{\partial n} M_n + \frac{\partial \delta w}{\partial s} M_s - \delta w \left(\frac{\partial M_n}{\partial n} + \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) \right\} dL \end{aligned} \quad (2.150)$$

$$= \int_{\partial\Gamma} \left\{ \frac{\partial \delta w}{\partial n} M_n - \delta w \left(\frac{\partial M_n}{\partial n} + 2 \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial s} (\delta w M_s) \right\} dL \quad (2.151)$$

$$= \int_{\partial\Gamma} \left\{ \frac{\partial \delta w}{\partial n} M_n - \delta w \left(\frac{\partial M_n}{\partial n} + 2 \frac{\partial M_s}{\partial s} \right) \right\} dL + \int_{\partial\partial\Gamma} \{ \delta w n_s M_s \} dP \quad (2.152)$$

ただし、 $M_n = M_{\alpha\beta} \mathbf{n}_{\beta} \mathbf{n}_{\alpha}$ 、 $M_s = M_{\alpha\beta} \mathbf{n}_{\beta} \mathbf{s}_{\alpha}$ である。また、Eq. (2.151) から Eq. (2.152) の変形では Eq. (2.151) の第三項に発散定理を適用している。この式により、境界積分項は境界上での変位 δw と境界線に対する法線方向回転角 $\partial \delta w / \partial n$ 、法線方向曲げモーメント M_n 、及び板縁辺における有効せん断力 $(\partial M_n / \partial n + 2 \partial M_s / \partial s)$ [12] により表される事がわかる。

はじめに Fig.2.8 に示す板振動場における 4 つの基本境界条件を考える。これらの条件は何れも Eq.(2.152) に代入すると縁边上の積分項が 0 となることから、これら 4 つの基本境界条件では境界積分項を考慮する必要がないことを表している。従って有限要素法においては変位、及び法線方向回転角についてのみ拘束条件を与えることでこれらの境界条件を考慮する事ができる。

次に、境界における減衰条件として境界線上の変位と回転角に対し有効せん断力を $Z_Q w$ 、境界に垂直な方向の曲げモーメントを $Z_M (\partial w / \partial n)$ と与える。ここで Z_Q をは並進運動の機械インピーダンス、 Z_M はモーメントインピーダンスである。このとき、(2.127) の第四項は以下のように変形される。

$$\begin{aligned} & \int_{\partial\Gamma} \left(\delta w Z_Q w + \frac{\partial \delta w}{\partial n} Z_M \frac{\partial w}{\partial n} \right) dL \\ &= \int_{\partial\Gamma_e} \left(Z_Q \{\delta \mathbf{u}_e\}^T \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\} \{\mathbf{u}_e\} + Z_M \{\delta \mathbf{u}_e\}^T \frac{\partial}{\partial n} \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T \frac{\partial}{\partial n} \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\} \{\mathbf{u}_e\} \right) dL \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{Z}_e^{\mathbf{P}}] \{\mathbf{u}_e\} \end{aligned} \quad (2.153)$$

ここで、境界条件に関するマトリックス $[\mathbf{Z}_e^{\mathbf{P}}]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{Z}_e^{\mathbf{P}}] = \int_{\partial\Gamma} \left(Z_Q \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\} + Z_M \frac{\partial}{\partial n} \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\}^T \frac{\partial}{\partial n} \{\mathbf{N}^{\mathbf{P}}\} \right) dL \quad (2.154)$$

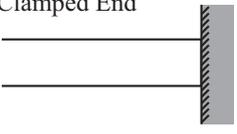
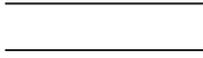
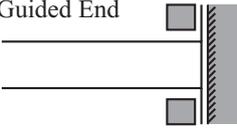
	Normal Moment $M_n = 0$	Normal Slope $\frac{\partial w}{\partial n} = 0$
Displacement $w = 0$	Simple Support End 	Clamped End 
Shear Force $\frac{\partial M_n}{\partial n} + 2\frac{\partial M_s}{\partial s} = 0$	Free End 	Guided End 

Fig. 2.8: Fundamental boundary condition for the bending plate.

全体マトリックスの構築

要素マトリックスを重ね合わせ、全体剛性、慣性マトリックスを以下のように与える。

$$[\mathbf{K}^P] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{K}_e^P]$$

$$[\mathbf{M}^P] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{M}_e^P]$$

$$[\mathbf{Q}^P] = [\mathbf{Q}_e^P] \{ \mathbf{f}_e^P \}$$

$$[\mathbf{Z}^P] = \sum_{e \in \Omega} [\mathbf{Z}_e^P]$$

全節点仮想変位ベクトル $\{\delta \mathbf{u}\}$ 、全節点変位ベクトル $\{\mathbf{u}\}$ を用いると、Eq.(2.82) はマトリックス形式で以下のように書く事が出来る。

$$\{\delta \mathbf{w}\}^T (([\mathbf{K}^P] + [\mathbf{Z}^P] - \omega^2 [\mathbf{M}^P]) \{\mathbf{w}\} - [\mathbf{Q}^P] \{\mathbf{f}^P\}) = \{0\} \quad (2.155)$$

仮想変位によらず上式が成立する為には

$$([\mathbf{K}^S] + [\mathbf{Z}^P] - \omega^2 [\mathbf{M}^S]) \{\mathbf{w}\} = [\mathbf{Q}^S] \{\mathbf{f}^S\} \quad (2.156)$$

が要求される。

また、本研究では、板曲げ要素に非適合三角形要素を用いている [14]。

2.6 膜振動場の数値解析理論

2.6.1 膜振動場の基礎方程式

均質かつ等方的で、しなやかな膜中を振動が伝搬する時、膜の微小部分で張力による復元力と慣性力の膜の面外方向に関する釣り合いから以下の膜振動方程式が得られる。

$$T\nabla_m^2 u_m - \rho_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + f_z = 0 \quad (2.157)$$

ただし、 T, ρ_m, f_z, u_m はそれぞれ膜に働く張力及び膜の面密度、単位面積当りに加わる力、面外変位である。また、 ∇_m は膜面内のナブラであり、膜が xy 平面内で定義される場合 ∇_m^2 は以下のように表される。

$$\nabla_m = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (2.158)$$

ここで調和振動を仮定すると、定常状態における膜振動場の基礎方程式は以下のように書ける。

$$T\nabla_m^2 u_m + \rho_m \omega^2 u_m + f_z = 0 \quad (2.159)$$

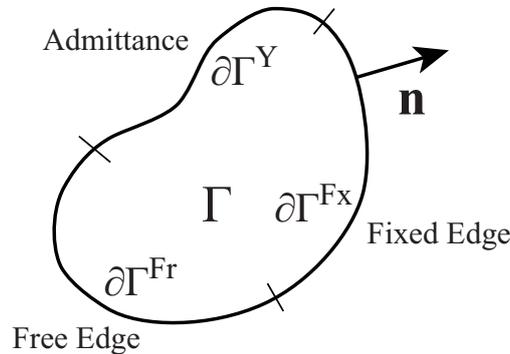


Fig. 2.9: Boundary conditions and domain notation for membrane vibration field.

2.6.2 有限要素法による膜振動場の解析

Eq.(2.159) は二次元空間における Helmholtz 方程式と等価である。従って、有限要素解析に関する定式化についても音場における定式化と共通する部分が多い。従って、以下では重複を避けるため、注意を要する部分を除き式変形の詳細は省略する。

偏微分方程式の弱形式化

Eq.(2.159) の両辺に仮想面外変位 δu^m を掛け、定義領域中で積分した以下の方程式を考える。

$$\int_{\Gamma} (T\delta u^m \nabla_m^2 u_m + \rho_m \omega^2 \delta u^m u_m + \delta u^m f_z) dS = 0 \quad (2.160)$$

上式第一項に二次元面内での Green の第一恒等式を適用し、整理すると以下の弱形式方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} T \nabla_{\mathbf{m}} \delta u^{\mathbf{m}} \cdot \nabla_{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS - \int_{\Gamma} \rho_{\mathbf{m}} \omega^2 \delta u^{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS \\ - \int_{\Gamma} \delta u^{\mathbf{m}} f_z dS - T \int_{\partial\Gamma} \delta u^{\mathbf{m}} \frac{\partial u^{\mathbf{m}}}{\partial n} dL = 0 \end{aligned} \quad (2.161)$$

積分方程式の離散化

ここでは Eq.(2.161) にガラーキン法を適用し、数値的に解く事が出来る形式に変形する過程を示す。領域を N 個の要素に分割し、各要素について Eq.(2.161) を評価し、領域全体でその影響を重ね合わせる事を考える。ここで、ある要素内の任意点で面外変位 $u_{\mathbf{m}}$ を要素節点における値 $u_{\mathbf{m}}^i$ と内挿関数 N_i を用いて次式で近似する。

$$\begin{aligned} u^{\mathbf{m}} &= \sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \\ &= [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] \{\mathbf{u}^{\mathbf{m}}\} \end{aligned} \quad (2.162)$$

ただし、 $[\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] = [N_1, N_2, N_3, \dots, N_I]$, $\{\mathbf{u}^{\mathbf{m}}\} = \{u^{\mathbf{m}1}, u^{\mathbf{m}2}, u^{\mathbf{m}3}, \dots, u^{\mathbf{m}I}\}$ と定義する。さらに、ガラーキン法では仮想変位面外 $\delta u^{\mathbf{m}}$ を試行関数と同一にとり以下のように与える。

$$\delta u^{\mathbf{m}} = [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] \{\delta \mathbf{u}^{\mathbf{m}}\} \quad (2.163)$$

以上の関係を用い、Eq.(2.161) を各要素内におけるマトリックス形式として表し、最終的に全体マトリックスを構築する過程を以下に示す。

要素マトリックスの導出

はじめに、ある要素 e について Eq.(2.161) の第一項、第二項は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \nabla_{\mathbf{m}} \delta u^{\mathbf{m}} \cdot \nabla_{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS &= \int_{\Gamma_e} \nabla_{\mathbf{m}} \left(\sum_i N_i \delta u^{\mathbf{m}i} \right) \cdot \nabla_{\mathbf{m}} \left(\sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \right) dS \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{B}^{\mathbf{m}}] dS \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T [\mathbf{K}^{\mathbf{m}}] \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \end{aligned} \quad (2.164)$$

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta u^{\mathbf{m}} u^{\mathbf{m}} dS &= \int_{\Gamma_e} \left(\sum_i N_i \delta u^{\mathbf{m}i} \right) \left(\sum_i N_i u^{\mathbf{m}i} \right) dS \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}]^T [\mathbf{N}^{\mathbf{m}}] dS \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\}^T [\mathbf{M}^{\mathbf{m}}] \{\mathbf{u}_e^{\mathbf{m}}\} \end{aligned} \quad (2.165)$$

ここで、歪みマトリックス $[\mathbf{B}^{\mathbf{m}}]$ 、要素剛性マトリックス $[\mathbf{K}_e^{\mathbf{m}}]$ 、要素慣性マトリックス $[\mathbf{M}_e^{\mathbf{m}}]$ をそれぞれ

れ以下のように定義した。

$$[\mathbf{B}^m] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} [\mathbf{N}^m], \quad [\mathbf{K}_e^m] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{B}^m]^T [\mathbf{B}^m] dS, \quad [\mathbf{M}_e^m] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dS \quad (2.166)$$

続いて、ある要素について Eq.(2.161) の第三項を考える。ここではある要素内で一定の加振力 f_z^e が規定される条件を考える。この時、Eq.(2.161) 第三項は

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma_e} \delta u^m f_z dS &= \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T \int_{\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T dS \{f_z^e\} \\ &= \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T [\mathbf{Q}_e^m] \{f_z^e\} \end{aligned} \quad (2.167)$$

ここで、要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^m]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{Q}_e^m] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^m]^T dS \quad (2.168)$$

最後に、ある境界要素について Eq.(2.161) の第四項を考える。膜振動場において最も単純な境界条件は固定端、及び自由端でありそれぞれ膜境界上において $u^m = 0$ (on $\partial\Gamma^{F^x}$)、及び $\partial u^m / \partial n = 0$ (on $\partial\Gamma^{F^r}$) により表される。これらの境界条件では Eq.(2.161) の第四項が 0 となることは明らかである。

また、音場と同様に、膜振動場境界において面外変位の法線方向傾度と面外変位に対して下式の局所作用を仮定する事で、インピーダンス境界条件を考慮することができる。

$$\frac{\partial u^m}{\partial n} = -jk^m \beta_n^m u^m \quad (2.169)$$

ここで、 β_n^m は膜振動場の固有アドミッタンス $\beta_n^m = 1/\sqrt{\rho_m T}$ で正規化した法線方向アドミッタンス、 k^m は膜振動場の波数である。この時、Eq.(2.161) 第四項は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \int_{\partial\Gamma} \delta u^m \frac{\partial u^m}{\partial n} dL &= -jk^m \beta_n^m \int_{\partial\Gamma} \delta u^m u^m dL \\ &= -jk^m \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T \left(\beta_n^m \int_{\partial\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dL \right) \{\mathbf{u}_e^m\} \\ &= -jk^m \{\delta \mathbf{u}_e^m\}^T [\mathbf{C}_e^m] \{\mathbf{u}_e^m\} \end{aligned} \quad (2.170)$$

ここで、要素減衰マトリックス $[\mathbf{C}_e^m]$ を以下のように定義した。

$$[\mathbf{C}_e^m] = \beta_n^m \int_{\partial\Gamma} [\mathbf{N}^m]^T [\mathbf{N}^m] dL \quad (2.171)$$

全体マトリックスの構築

要素マトリックスを重ね合わせ、全体剛性、慣性、減衰マトリックスを以下のように与える。

$$[\mathbf{K}^m] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{K}_e^m], \quad [\mathbf{M}^m] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{M}_e^m], \quad [\mathbf{C}^m] = \sum_{e \in \partial\Gamma} [\mathbf{C}_e^m], \quad (2.172)$$

また、外力条件についても以下のようなマトリックス・ベクトル積の形式で与える。

$$\begin{aligned} \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}^m]^T \{f_z^e\} dS &= \left[[\mathbf{Q}_e^m] \quad [\mathbf{Q}_e^m] \quad \dots \quad [\mathbf{Q}_e^m] \quad \dots \right] \begin{Bmatrix} f_z^e \\ f_z^e \\ \vdots \\ f_z^e \\ \vdots \end{Bmatrix} \\ &= [\mathbf{Q}^m] \{f_z\} \end{aligned} \quad (2.173)$$

上述の関係及び、全節点仮想面外変位ベクトル $\{\delta \mathbf{u}^m\}$ 、全節点面外変位ベクトル $\{\mathbf{u}^m\}$ を用いると、Eq.(2.161) は以下のように表される。

$$\{\delta \mathbf{u}^m\} ((T[\mathbf{K}^m] - \rho_m \omega^2 [\mathbf{M}^m] - jk^m T[\mathbf{C}^m]) \{\mathbf{u}^m\} - [\mathbf{Q}^m] \{f_z\}) = 0 \quad (2.174)$$

仮想面外変位によらず上式が成立する為には

$$(T[\mathbf{K}^m] - \rho_m \omega^2 [\mathbf{M}^m] - jk^m T[\mathbf{C}^m]) \{\mathbf{u}^m\} = [\mathbf{Q}^m] \{f_z\} \quad (2.175)$$

が要求される。また、一般に音響-膜振動連成問題においては膜張力の影響は小さいとされており [10]、膜振動場については無張力、即ち $T = 0$ を仮定した以下のマトリックス方程式を考える事が多い。

$$-\rho_m \omega^2 [\mathbf{M}^m] \{\mathbf{u}^m\} = [\mathbf{Q}^m] \{f_z\} \quad (2.176)$$

2.7 音響振動連成系の取扱い

2.7.1 連成問題における弱形式積分方程式

連成問題においては最終的な全体マトリックスを対称にするために係数の調整を行う。以下に本節で用いる弱形式積分方程式を示す。式中下括弧は連成に関する項を示している。本節では異種媒質境界面におけるこれら連成項の振る舞いを具体的に述べる。

■音場

$$\frac{1}{\rho\omega^2} \left(\int_{\Omega} (\nabla\delta p \cdot \nabla p) dV - k^2 \int_{\Omega} \delta p p dV \right) - \underbrace{\frac{1}{\rho\omega^2} \int_{\Gamma} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS}_{=I_a} = 0 \quad (2.14')$$

■弾性体振動場

$$\int_{\Omega} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^E : \underline{\underline{\sigma}}^E dV - \rho_E \omega^2 \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} dV - \underbrace{\int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} \cdot (\underline{\underline{\sigma}}^E \cdot \mathbf{n}) dS}_{=I_E} = 0 \quad (2.82')$$

■板振動場

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial^2 \delta w}{\partial \alpha \beta} M_{\alpha\beta} \right) dS - h\rho_p \omega^2 \int_{\Gamma} \delta w w dS - \underbrace{\int_{\Gamma} \delta w f_z dS}_{=I_{PLn}} - \underbrace{\left(-z \int_{\Gamma} \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} f_{\alpha} \right) dS \right)}_{=I_{PLt}} \\ & + \int_{\partial\Gamma} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\delta w n_{\alpha} \frac{\partial M_{\alpha\beta}}{\partial \beta} - \frac{\partial \delta w}{\partial \alpha} n_{\beta} M_{\alpha\beta} \right) dL = 0 \end{aligned} \quad (2.127')$$

■膜振動場

$$\begin{aligned} & T \int_{\Gamma} \nabla_m \delta u^m \cdot \nabla_m u^m dS - \rho_m \omega^2 \int_{\Gamma} \delta u^m u^m dS \\ & - \underbrace{\int_{\Gamma} \delta u^m f_z dS}_{=I_m} - T \int_{\partial\Gamma} \delta u^m \frac{\partial u^m}{\partial n} dL = 0 \end{aligned} \quad (2.161')$$

2.7.2 音響系-振動系の結合

音場-弾性体振動場の結合

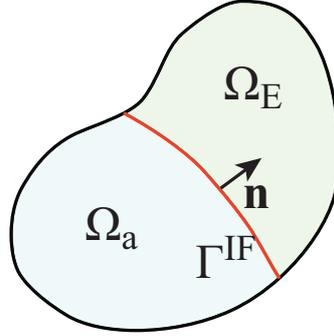


Fig. 2.10: The notation on the acoustic elastic coupling problem.

音場と弾性体振動場の境界面では以下のような音圧-応力及び法線方向音圧傾度-振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} \underline{\sigma}^E \cdot \mathbf{n} = -p\mathbf{n} & (2.177) \\ \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} & (2.178) \end{cases}$$

ここで、Eq.(2.14'),(2.82') 共に、境界積分項は発散定理を適用した事により生じた項であるため、法線方向は領域に対し外向きに定義している。ここでは法線方向を音場に対して外向きに統一し、境界積分項を評価することを考える。はじめに、Eq.(2.14') 第三項に Eq.(2.178) を代入し、全要素について総和をとると以下のように表す事が出来る。

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{1}{\rho\omega^2} \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \\ &= \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta p \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS \\ &= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \cdot \mathbf{n} \cdot [\mathbf{N}] dS \{\mathbf{u}_e\} \\ &= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}] \{\mathbf{u}_e\} \\ &= \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}] \{\mathbf{u}\} \end{aligned} \quad (2.179)$$

ここで要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}]$ 、全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}] = \int_{\Gamma_e} \{\mathbf{N}\}^T \cdot \mathbf{n} \cdot [\mathbf{N}] dS \quad (2.180)$$

$$[\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}] \quad (2.181)$$

次に, Eq.(2.177) を Eq.(2.82') 第三項に代入し全要素について総和をとると以下のように表される。

$$\begin{aligned}
I_E &= - \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta \mathbf{u} \cdot p \mathbf{n}^E dS \\
&= \sum_{e \in \Gamma} \int_{\Gamma_e} \delta \mathbf{u} \cdot p \mathbf{n}^a dS \\
&= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}]^T \cdot \mathbf{n}^{aT} \cdot \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \sum_{e \in \Gamma} \{\delta \mathbf{u}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \{\delta \mathbf{u}\}^T [\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] \{\mathbf{p}\}
\end{aligned} \tag{2.182}$$

ここで, $\mathbf{n}^E, \mathbf{n}^a$ はそれぞれ弾性体振動場, 音場に対する外向き法線ベクトルであり, 要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] = \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}]^T \cdot \mathbf{n}^{aT} \cdot \{\mathbf{N}\} dS \tag{2.183}$$

$$[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] = \sum_{e \in \Gamma} [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] \tag{2.184}$$

音場及び弾性体振動場のマトリックス方程式にそれぞれ上述の境界積分項を加え連立させる事で, 以下のように, 連成系のマトリックス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho \omega^2} ([\mathbf{K}^a] - k^2 [\mathbf{M}^a] + jk [\mathbf{C}^a]) & -[\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}] \\ -[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] & [\mathbf{K}^E] - \omega^2 [\mathbf{M}^E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}\} \\ \{\mathbf{u}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^a] \{\mathbf{v}^f\} \\ [\mathbf{Q}^E] \{\mathbf{f}^s\} \end{Bmatrix} \tag{2.185}$$

要素適合マトリックス Eq.(2.180) と Eq.(2.183) を比較すると, $[\mathbf{Q}_e^{\mathbf{Ea}}] = [\mathbf{Q}_e^{\mathbf{aE}}]^T$ であることがわかる。従って, 全体適合マトリックスについても $[\mathbf{Q}^{\mathbf{Ea}}] = [\mathbf{Q}^{\mathbf{aE}}]^T$ であり, Eq.(2.185) の係数行列も対称行列となっている。

音場-板振動場の結合

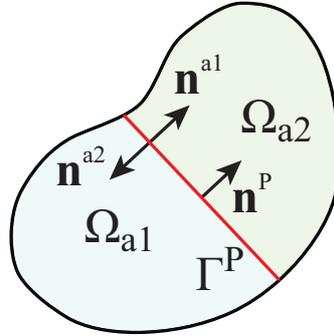


Fig. 2.11: The notation on the acoustic plate coupling problem.

音場と板振動場の境界面では以下のような音圧-外力及び法線方向音圧傾度-振動変位の連続条件が満たされなければならない。

$$\begin{cases} f_\alpha = 0, & (\alpha = x, y) & (2.186) \\ f_z = \pm p & & (2.187) \\ \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} = \pm w & & (2.188) \end{cases}$$

この時、板面は法線方向側を表面と定義し、上式においては裏面の音場-板振動場連成では正符号、表面の音場-板振動場連成では負符号を採用する。ここでは音場に対する法線方向は領域外向きに統一し、音場の境界積分項と振動場の外力項を評価することを考える。はじめに、Eq.(2.14') 第三項に Eq.(2.188) を代入し、全要素について総和をとると以下のように表す事が出来る。

$$\begin{aligned} I_a &= \frac{1}{\rho\omega^2} \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta p \frac{\partial p}{\partial n} dS \\ &= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta p w dS \\ &= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^P] dS \{\mathbf{w}_e\} \\ &= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{p}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}] \{\mathbf{w}_e\} \\ &= \pm \{\delta \mathbf{p}\}^T [\mathbf{Q}^{\text{ap}}] \{\mathbf{w}\} \end{aligned} \quad (2.189)$$

である。ここで要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}]$ 、全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{ap}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}] = \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^P] dS \quad (2.190)$$

$$[\mathbf{Q}^{\text{ap}}] = \sum_{e \in \Gamma^P} [\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}] \quad (2.191)$$

Eq.(2.186) より, $I_{PL_n} = 0$ である。また, Eq.(2.187) を Eq.(2.127') 第三項に代入し全要素について総和をとると以下のように表される。

$$\begin{aligned}
I_{PL_n} &= \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta w f_z dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \int_{\Gamma_e^P} \delta w p dS \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T \int_{\Gamma_e^P} \{\mathbf{N}^P\}^T \{\mathbf{N}\} dS \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \pm \sum_{e \in \Gamma^P} \{\delta \mathbf{w}_e\}^T [\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] \{\mathbf{p}_e\} \\
&= \pm \{\delta \mathbf{w}\}^T [\mathbf{Q}^{\text{pa}}] \{\mathbf{p}\}
\end{aligned} \tag{2.192}$$

要素適合マトリックス $[\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}]$, 全体適合マトリックス $[\mathbf{Q}^{\text{pa}}]$ は下式で定義される。

$$[\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] = \int_{\Gamma_e^P} [\mathbf{N}^P]^T \{\mathbf{N}\} dS \tag{2.193}$$

$$[\mathbf{Q}^{\text{pa}}] = \sum_{e \in \Gamma^P} [\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] \tag{2.194}$$

音場及び弾性体振動場のマトリックス方程式にそれぞれ上述の境界積分項を加え連立させる事で, 以下のように, 連成系のマトリックス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\rho\omega^2} ([\mathbf{K}^a] - k^2[\mathbf{M}^a] + jk[\mathbf{C}^a]) & -[\mathbf{Q}^{\text{ap}}] \\ -[\mathbf{Q}^{\text{pa}}] & [\mathbf{K}^P] - \omega^2[\mathbf{M}^P] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}\} \\ \{\mathbf{w}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^a] \{\mathbf{v}^f\} \\ [\mathbf{Q}^P] \{\mathbf{f}^P\} \end{Bmatrix} \tag{2.195}$$

要素適合マトリックス Eq.(2.190) と Eq.(2.193) を比較すると, $[\mathbf{Q}_e^{\text{pa}}] = [\mathbf{Q}_e^{\text{ap}}]^T$ であることがわかる。従って, 全体適合マトリックスについても $[\mathbf{Q}^{\text{pa}}] = [\mathbf{Q}^{\text{ap}}]^T$ であり, Eq.(2.195) の係数行列も対称行列となっている。

さらに, 音場 1-板振動場-音場 2 の適合を行う場合には, 以下のように, 連成系のマトリックス方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^{\mathbf{a}1}] & -[\mathbf{Q}^{\mathbf{a}1P}] & [\mathbf{0}] \\ -[\mathbf{Q}^{\text{pa}1}] & [\mathbf{A}^P] & [\mathbf{Q}^{\text{pa}2}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{Q}^{\mathbf{a}2P}] & [\mathbf{A}^{\mathbf{a}2}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}^1\} \\ \{\mathbf{w}\} \\ \{\mathbf{p}^2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{\mathbf{a}1}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}1}\} \\ [\mathbf{Q}^P] \{\mathbf{f}^P\} \\ -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{\mathbf{a}2}] \{\mathbf{v}^{\mathbf{f}2}\} \end{Bmatrix} \tag{2.196}$$

ただし, $[\mathbf{A}^a] = \frac{1}{\rho\omega^2} ([\mathbf{K}^a] - \omega^2[\mathbf{M}^a] + jk[\mathbf{C}^a])$, $[\mathbf{A}^P] = [\mathbf{K}^P] - \omega^2[\mathbf{M}^P]$ である。

音場-膜振動場の結合

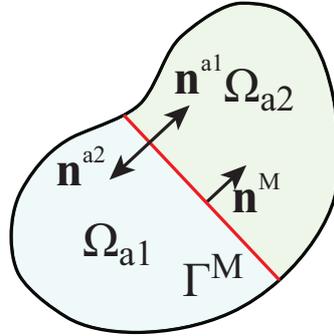


Fig. 2.12: The notation on the acoustic membrane coupling problem.

音場と膜振動場の境界面では以下のような音圧-外力及び法線方向音圧傾度-振動変位の連続条件が満たされなければいけない。

$$\begin{cases} f_z = \pm p & (2.197) \\ \frac{1}{\rho\omega^2} \frac{\partial p}{\partial n} = \pm u^m & (2.198) \end{cases}$$

音場-膜振動場の連成は音場-板振動場の連成と全く同様に展開できる。ここでは重複を避けるため、結果のみを示す。Fig.2.12 に示すような音場 1-膜振動場-音場 2 の連成系のマトリックス方程式は以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{A}^{a1}] & -[\mathbf{Q}^{a1m}] & [0] \\ -[\mathbf{Q}^{ma1}] & [\mathbf{A}^m] & [\mathbf{Q}^{ma2}] \\ [0] & [\mathbf{Q}^{a2m}] & [\mathbf{A}^{a2}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\mathbf{p}^1\} \\ \{\mathbf{u}^m\} \\ \{\mathbf{p}^2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{a1}] \{\mathbf{v}^{f1}\} \\ [\mathbf{Q}^m] \{\mathbf{f}^m\} \\ -\frac{1}{j\omega} [\mathbf{Q}^{a2}] \{\mathbf{v}^{f2}\} \end{Bmatrix} \quad (2.199)$$

ただし、 $[\mathbf{A}^a] = \frac{1}{\rho\omega^2}([\mathbf{K}^a] - \omega^2[\mathbf{M}^a] + jk[\mathbf{C}^a])$, $[\mathbf{A}^m] = [\mathbf{K}^m] - \omega^2[\mathbf{M}^m]$, または $[\mathbf{A}^m] = -\omega^2[\mathbf{M}^m]$ である。また、 $[\mathbf{Q}^{am}]$, $[\mathbf{Q}^{ma}]$ は以下のように与えられる。

$$[\mathbf{Q}_e^{am}] = \int_{\Gamma_e^M} \{\mathbf{N}\}^T [\mathbf{N}^m] dS, \quad [\mathbf{Q}^{am}] = \sum_{e \in \Gamma^M} [\mathbf{Q}_e^{am}] \quad (2.200)$$

$$[\mathbf{Q}_e^{ma}] = \int_{\Gamma_e^M} [\mathbf{N}^m]^T \{\mathbf{N}\} dS, \quad [\mathbf{Q}^{ma}] = \sum_{e \in \Gamma^M} [\mathbf{Q}_e^{ma}] \quad (2.201)$$

2.8 要素積分の評価

ここでは、これまでに扱ってきた内挿関数 N_i について述べ、それを用いた数値積分法を示す。ここでは、本研究で使用している三角形二次要素と四面体二次要素について、具体的に説明する。ここでは Fig.2.13 の番号付けに基づくものとする。

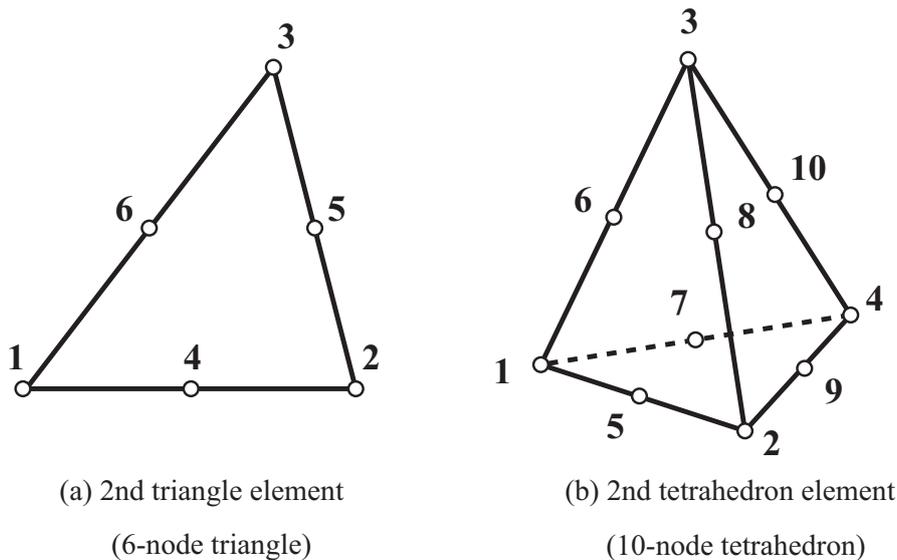


Fig. 2.13: The shape of element with nodes.

2.8.1 内挿関数とその微分形

■ 三角形二次要素

面積座標

デカルト座標系 (Fig.2.14(b)) で三角形の頂点の座標が (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) となる三角形において, L_1, L_2, L_3 で示される面積座標系 ((Fig.2.14(c)) と以下の線形関係を持っている。

$$\begin{aligned} x &= L_1 x_1 + L_2 x_2 + L_3 x_3 \\ y &= L_1 y_1 + L_2 y_2 + L_3 y_3 \\ 1 &= L_1 + L_2 + L_3 \end{aligned} \quad (2.202)$$

L_1, L_2, L_3 は点 $P(L_1, L_2, L_3)$ と三角形の一辺からなる三角形と要素三角形全体の面積の比を表している。また、面積座標系と局所座標系は以下のような関係である。

$$\begin{aligned} L_1 &= 1 - \xi - \eta \\ L_2 &= \xi \\ L_3 &= \eta \end{aligned} \quad (2.203)$$

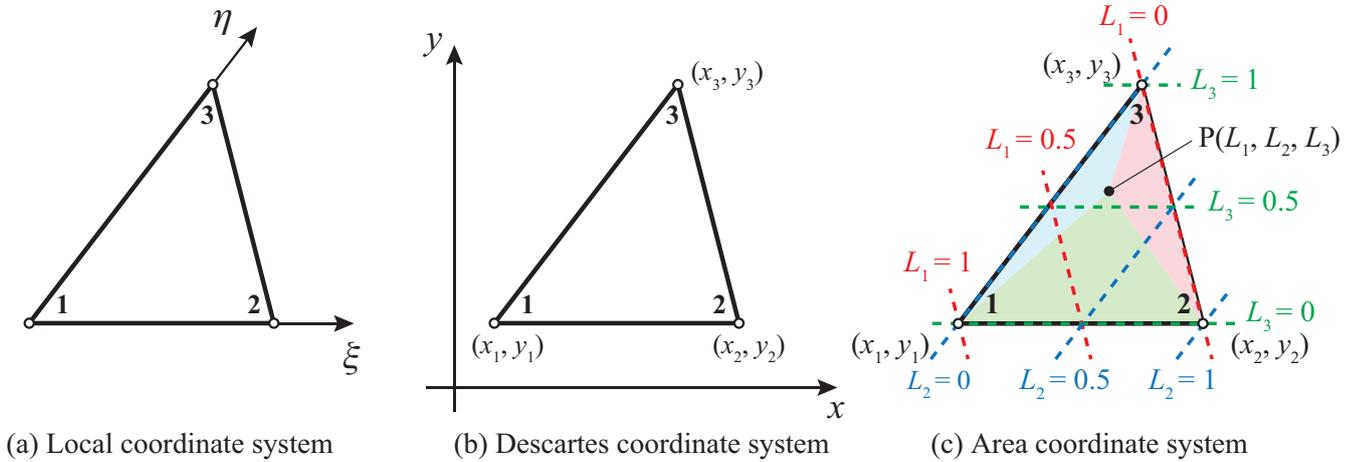


Fig. 2.14: The coordinate systems of triangle element.

内挿関数

要素内の座標 (x, y) は三角形二次要素において、 i 番目の節点における内挿関数 N_i は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 N_1 &= L_1(2L_1 - 1) \\
 N_2 &= L_2(2L_2 - 1) \\
 N_3 &= L_3(2L_3 - 1) \\
 N_4 &= 4L_1L_2 \\
 N_5 &= 4L_2L_3 \\
 N_6 &= 4L_3L_1
 \end{aligned} \tag{2.204}$$

内挿関数の微分形

以上の内挿関数は局所座標を用いて表されている。前節までに示した要素剛性マトリックスの計算には、内挿関数の全体座標系での空間偏微分値 $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ を算出する必要がある。しかし、この値は陽な形で表示することは大変な労力であり、有限要素法のプログラムを構築する際に必ずしも効率的であるとは限らない。ここでは内挿関数の全体座標系での空間偏微分値と局所座標系での空間偏微分値を対応づける方法を説明する。

合成関数の偏微分に関するチェインルールより以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\
 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}
 \end{aligned} \tag{2.205}$$

上式をマトリックス形式で表すと、以下のように書く事ができる。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} \\ &= [\mathbf{J}] \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.206)$$

従って、内挿関数の全体座標系での空間偏微分は以下のように表す事ができる。

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} \quad (2.207)$$

ここで、 $[\mathbf{J}]$ は座標変換に関するヤコビ行列であり以下のように定義される。

$$\begin{aligned} [\mathbf{J}] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^6 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} & \frac{\partial N_5}{\partial \xi} & \frac{\partial N_6}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} & \frac{\partial N_5}{\partial \eta} & \frac{\partial N_6}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \\ x_5 & y_5 \\ x_6 & y_6 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.208)$$

以上の関係から、内挿関数の局所座標系での偏微分値及び節点の座標より、内挿関数の全体座標系での偏微分値を算出する事が可能である。

内挿関数の局所座標系での偏微分値について、Eq.(2.205) は下式のように書き換え、 i 番目の節点における内挿関数 N_i のそれぞれについて算出する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial L_1}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} + \frac{\partial L_2}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial L_2} + \frac{\partial L_3}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial L_3} = \frac{\partial N_i}{\partial L_2} - \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial L_1}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} + \frac{\partial L_2}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial L_2} + \frac{\partial L_3}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial L_3} = \frac{\partial N_i}{\partial L_3} - \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_1}{\partial \xi} &= 1 - 4L_1 & \frac{\partial N_1}{\partial \eta} &= 1 - 4L_1 \\
\frac{\partial N_2}{\partial \xi} &= 4L_2 - 1 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} &= 0 \\
\frac{\partial N_3}{\partial \xi} &= 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} &= 4L_3 - 1 \\
\frac{\partial N_4}{\partial \xi} &= 4(L_1 - L_2) & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} &= -4L_2 \\
\frac{\partial N_5}{\partial \xi} &= 4L_3 & \frac{\partial N_5}{\partial \eta} &= 4L_2 \\
\frac{\partial N_6}{\partial \xi} &= -4L_3 & \frac{\partial N_6}{\partial \eta} &= 4(L_1 - L_3)
\end{aligned} \tag{2.209}$$

■ 四面体二次要素

体積座標

デカルト座標系 (Fig.2.15(b)) で四面体の頂点の座標が (x_1, y_1, z_1) , (x_2, y_2, z_2) , (x_3, y_3, z_3) , (x_4, y_4, z_4) となる四面体において, L_1, L_2, L_3, L_4 で示される体積座標系 (Fig.2.15(c)) と以下の線形関係を持っている。

$$\begin{aligned}
x &= L_1x_1 + L_2x_2 + L_3x_3 + L_4x_4 \\
y &= L_1y_1 + L_2y_2 + L_3y_3 + L_4y_4 \\
z &= L_1z_1 + L_2z_2 + L_3z_3 + L_4z_4 \\
1 &= L_1 + L_2 + L_3 + L_4
\end{aligned} \tag{2.210}$$

L_1, L_2, L_3, L_4 は点 $P(L_1, L_2, L_3, L_4)$ と三角形からなる四面体と要素四面体全体の体積の比を表している。また, 体積座標系と局所座標系は以下のような関係である。

$$\begin{aligned}
L_1 &= 1 - \xi - \eta - \zeta \\
L_2 &= \xi \\
L_3 &= \eta \\
L_4 &= \zeta
\end{aligned} \tag{2.211}$$

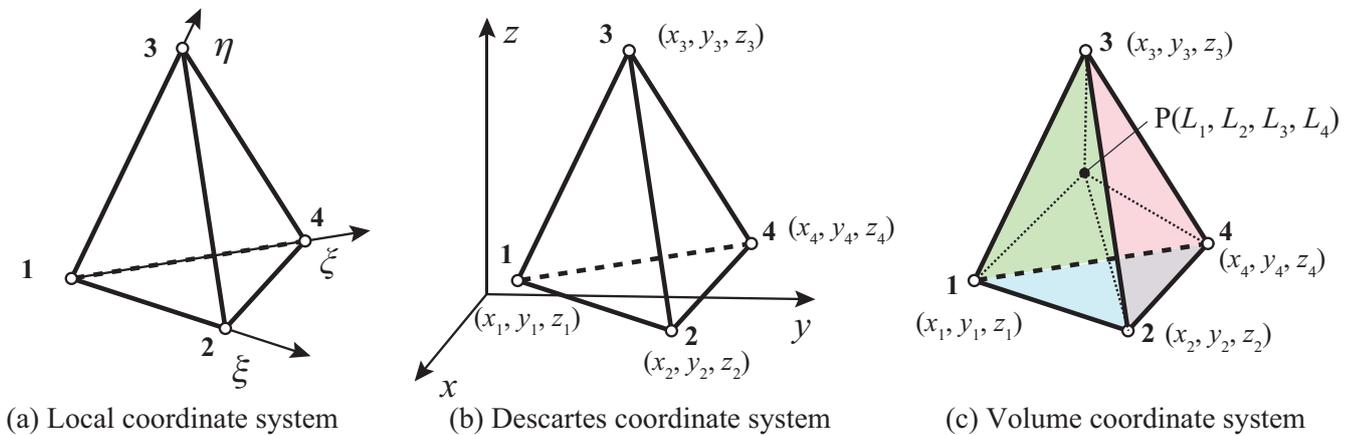


Fig. 2.15: The coordinate systems of tetrahedron element.

内挿関数

要素内の座標 (x, y) は四面体二次要素において、 i 番目の節点における内挿関数 N_i は以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 N_1 &= L_1(2L_1 - 1) \\
 N_2 &= L_2(2L_2 - 1) \\
 N_3 &= L_3(2L_3 - 1) \\
 N_4 &= 4L_1L_2 \\
 N_5 &= 4L_1L_3 \\
 N_6 &= 4L_1L_4 \\
 N_7 &= 4L_2L_1 \\
 N_8 &= 4L_2L_3 \\
 N_9 &= 4L_2L_4 \\
 N_{10} &= 4L_3L_4
 \end{aligned} \tag{2.212}$$

内挿関数の微分形

ここでは内挿関数の全体座標系での空間偏微分値と局所座標系での空間偏微分値を対応づける方法を説明する。

合成関数の偏微分に関するチェインルールより以下の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi} \\
 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta} \\
 \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \zeta} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \zeta}
 \end{aligned} \tag{2.213}$$

上式をマトリックス形式で表すと、以下のように書く事ができる。

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \\
 &= [\mathbf{J}] \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.214}$$

従って、内挿関数の全体座標系での空間偏微分は以下のように表す事ができる。

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [\mathbf{J}]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} \quad (2.215)$$

ここで、 $[\mathbf{J}]$ は座標変換に関するヤコビ行列であり以下のように定義される。

$$\begin{aligned} [\mathbf{J}] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \sum_{i=1}^{10} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N_{10}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N_{10}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} & \dots & \frac{\partial N_{10}}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{10} & y_{10} & z_{10} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.216)$$

以上の関係から、内挿関数の局所座標系での偏微分値及び節点の座標より、内挿関数の全体座標系での偏微分値を算出する事が可能である。内挿関数の局所座標系での偏微分値について、Eq.(2.213) は下式のよ
うに書き換え、 i 番目の節点における内挿関数 N_i のそれぞれについて算出する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial L_1}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} + \frac{\partial L_2}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial L_2} + \frac{\partial L_3}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial L_3} + \frac{\partial L_4}{\partial \xi} \frac{\partial N_i}{\partial L_4} = \frac{\partial N_i}{\partial L_2} - \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial L_1}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} + \frac{\partial L_2}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial L_2} + \frac{\partial L_3}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial L_3} + \frac{\partial L_4}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial L_4} = \frac{\partial N_i}{\partial L_3} - \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} &= \frac{\partial L_1}{\partial \zeta} \frac{\partial N_i}{\partial L_1} + \frac{\partial L_2}{\partial \zeta} \frac{\partial N_i}{\partial L_2} + \frac{\partial L_3}{\partial \zeta} \frac{\partial N_i}{\partial L_3} + \frac{\partial L_4}{\partial \zeta} \frac{\partial N_i}{\partial L_4} = \frac{\partial N_i}{\partial L_4} - \frac{\partial N_i}{\partial L_1} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{lll}
\frac{\partial N_1}{\partial \xi} = 1 - 4L_1 & \frac{\partial N_1}{\partial \eta} = 1 - 4L_1 & \frac{\partial N_1}{\partial \zeta} = 1 - 4L_1 \\
\frac{\partial N_2}{\partial \xi} = 4L_2 - 1 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} = 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \zeta} = 0 \\
\frac{\partial N_3}{\partial \xi} = 0 & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} = 4L_3 - 1 & \frac{\partial N_3}{\partial \zeta} = 0 \\
\frac{\partial N_4}{\partial \xi} = 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} = 0 & \frac{\partial N_4}{\partial \zeta} = 4L_4 - 1 \\
\frac{\partial N_5}{\partial \xi} = 4(L_1 - L_2) & \frac{\partial N_5}{\partial \eta} = -4L_2 & \frac{\partial N_5}{\partial \zeta} = -4L_2 \\
\frac{\partial N_6}{\partial \xi} = -4L_3 & \frac{\partial N_6}{\partial \eta} = 4(L_1 - L_3) & \frac{\partial N_6}{\partial \zeta} = -4L_3 \\
\frac{\partial N_7}{\partial \xi} = -4L_4 & \frac{\partial N_7}{\partial \eta} = -4L_4 & \frac{\partial N_7}{\partial \zeta} = 4(L_1 - L_4) \\
\frac{\partial N_8}{\partial \xi} = 4L_3 & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} = 4L_2 & \frac{\partial N_8}{\partial \zeta} = 0 \\
\frac{\partial N_9}{\partial \xi} = 4L_4 & \frac{\partial N_9}{\partial \eta} = 0 & \frac{\partial N_9}{\partial \zeta} = 4L_2 \\
\frac{\partial N_{10}}{\partial \xi} = 0 & \frac{\partial N_{10}}{\partial \eta} = 4L_4 & \frac{\partial N_{10}}{\partial \zeta} = 4L_3
\end{array} \tag{2.217}$$

2.8.2 Gauss-Legendre 積分による面積分・体積分の評価

Gauss-Legendre 積分は数値積分法の一つであり、積分値を総和の形式で得る手法である。Gauss-Legendre 積分では $\xi \in [-1, 1]$ に正規化された区間における積分に対し、積分区間内における評価点 ξ_i 及びその点における重み w_i が与えられ、任意の関数 $f(x)$ の積分を以下のような総和で表すことができる。

$$\int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_i f(\xi_i) w_i \tag{2.218}$$

また、任意の積分区間については座標変換を行い、積分区間を $x \in [-1, 1]$ に正規化することで表す事ができる。

$$\begin{aligned}
\int_b^a f(x) dx &= \frac{a-b}{2} \int_{-1}^1 f(x(\xi)) d\xi \\
&= \frac{a-b}{2} \sum_i f(x(\xi_i)) w_i
\end{aligned} \tag{2.219}$$

さらに、多次元化することも可能であり、任意の三角形領域に対する面積分、及び任意の四面体領域に対する体積分について以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
\iint_S f(x, y) dx dy &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)) |\mathbf{J}| d\xi d\eta \\
&= \sum_i \sum_j f(x(\xi_i, \eta_j), y(\xi_i, \eta_j)) |\mathbf{J}| w_i w_j
\end{aligned} \tag{2.220}$$

$$\begin{aligned}\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(x(\xi, \eta, \zeta), y(\xi, \eta, \zeta), z(\xi, \eta, \zeta)) |\mathbf{J}| d\xi d\eta d\zeta \\ &= \sum_i \sum_j \sum_k f(x(\xi_i, \eta_j, \zeta_k), y(\xi_i, \eta_j, \zeta_k), z(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)) |\mathbf{J}| w_i w_j w_k\end{aligned}\quad (2.221)$$

ただし、 $|\mathbf{J}|$ は座標変換によるヤコビ行列の行列式の値である。

第3章

低周波領域における家屋の数値解析モデルの構築

3.1 はじめに

第 1.2.4 節で述べた通り，屋外の低周波音源により屋内音場に影響を及ぼす要素は，”音源系”，”伝搬系”，”受音系”の各系統において多数の要素が挙げられる。過去の既往研究や測定例ではそれらのすべての要素を包含しており，各々からどの程度の寄与があるかは明らかになっていない。そこで本章では，屋外の低周波音源を対象として，”音源系”，”伝搬系”については以下のような状況を想定する。そして，”受音系”における個々の要素が，家屋内の音場に及ぼす影響を中心に検討・考察を行う。

- 音源系：定常的な低周波音源が家屋の近傍に設置されている
- 伝搬系：家屋の周囲からの反射の影響がなく，塀等の遮蔽物が無い

以上より，地表面が剛な半自由空間上に単純な形状の家屋が存在し，その家屋の近傍に定常的な低周波音を発生する設備機器が設置されている状況を想定する。

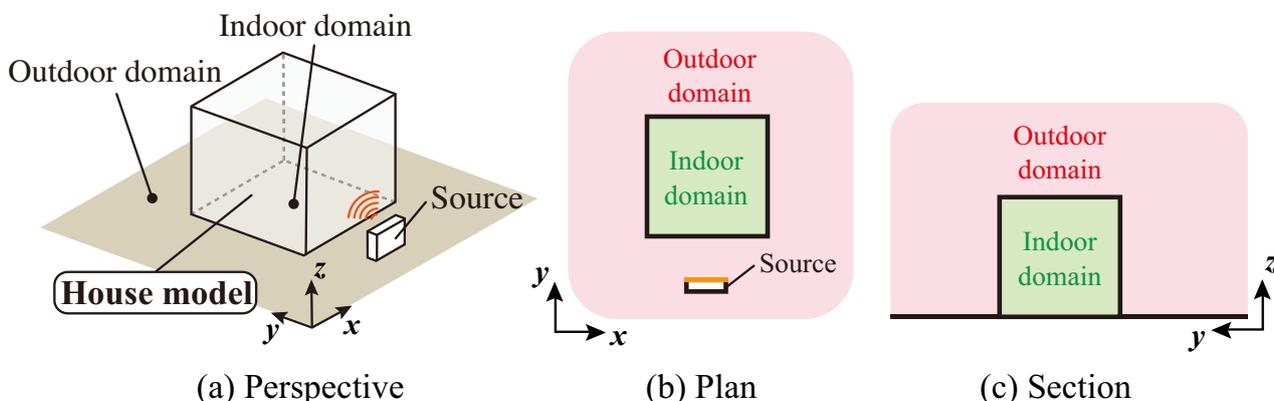


Fig. 3.1: A Simple shaped house model on semi-free field and equipment item generating stationary low-frequency sound.

3.1.1 本章で取り扱う低周波音源

本章では、定常的な低周波音を発生する設備機器として、“家庭用ヒートポンプ給湯機”を想定して、音場、音源モデルを構築する。通常、家庭用ヒートポンプ給湯機は、戸建て住宅の敷地内や家屋近傍に設置される。一般的に料金の安い深夜電力を使用し、静謐な深夜に稼働するため、低周波音問題が発生しやすい。また、設置面が隣の家の方向を向いている等の設置位置の選定が適切でないことも、問題発生の一因の一つとして挙げられる。家庭用ヒートポンプ給湯機は、家庭用エアコンと同じ原理で二酸化炭素 (CO₂) 冷媒を圧縮加熱した熱を利用してお湯を作り出す。お湯を作り出すヒートポンプユニットとお湯を蓄える貯湯ユニットから構成されている。低周波音の発生源は、主にヒートポンプユニットの冷媒圧縮機及び送風機から発生すると考えられている。Fig.3.2 に家庭用ヒートポンプ給湯機の構成を示す。ヒートポンプ給湯機の騒音レベルは、ヒートポンプユニット近傍で 40~45 dB 程度であるが、外気温度や水温等の環境条件によってヒートポンプユニットの運転状況は変化する。特に冬場は、圧縮機や送風機の回転数が上昇するため、運転音が大きくなる傾向がある。

消費者安全調査委員会は、苦情申出者宅において、ヒートポンプ給湯機の運転音及び住宅内外で実測を行っている [29]。苦情申出者が症状が重いと感ずる部屋において、住宅内で 1/3 オクターブバンド中心周波数の 40 Hz において、音圧レベルが 50 dB 程度であり、設置場所周囲の多重反射や屋内へ伝搬すること影響を示している。周波数特性としては、回転数に起因した周波数 (40~60 Hz) とその倍調波成分 (80, 120, 180Hz) が主成分である音が発生する。

JIS C 9220 「家庭用ヒートポンプ給湯機」の 9.2 では、使用者への機器の性能情報提供を目的として、技術資料の表示事項にヒートポンプの中間期、及び冬期の運転音を区分して表示している。

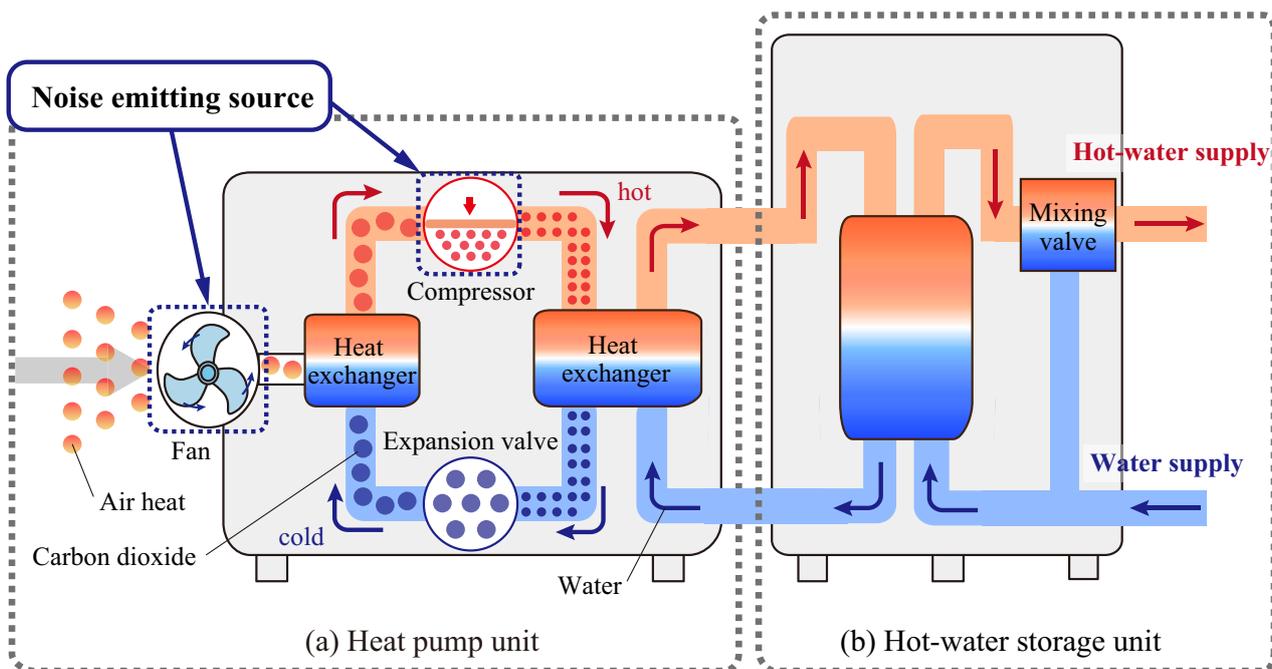


Fig. 3.2: Constitution of heat pump hot water supply machine for home use.

3.1.2 解析モデル

本章では、地表面を剛とした半自由空間上に一辺 3 m の中空立方体の家屋が存在している状況を想定する (Fig.3.3)。有限要素法において、屋外音場のような開領域を模擬するため、家屋から 2 m 離れた周囲に PML を設定し、屋外音場領域を打ち切る。家屋の構造材 (窓、外壁等) を振動場として扱い、屋外音場-振動場-屋内音場の連成系で定常解析を行う。

音源は家庭用ヒートポンプ給湯器のヒートポンプユニットの大きさを模擬した直方体の一面が振動境界になっているユニット (Fig.3.4) を家屋の一面から 1.5 m 離れた位置に、ユニットの振動境界面が家屋に對向するよう配置する。振動境界面で一様の振動速度を与える。この解析モデルでは、隣家に設置された家庭用ヒートポンプ給湯機から低周波音が発生している状況を想定している。

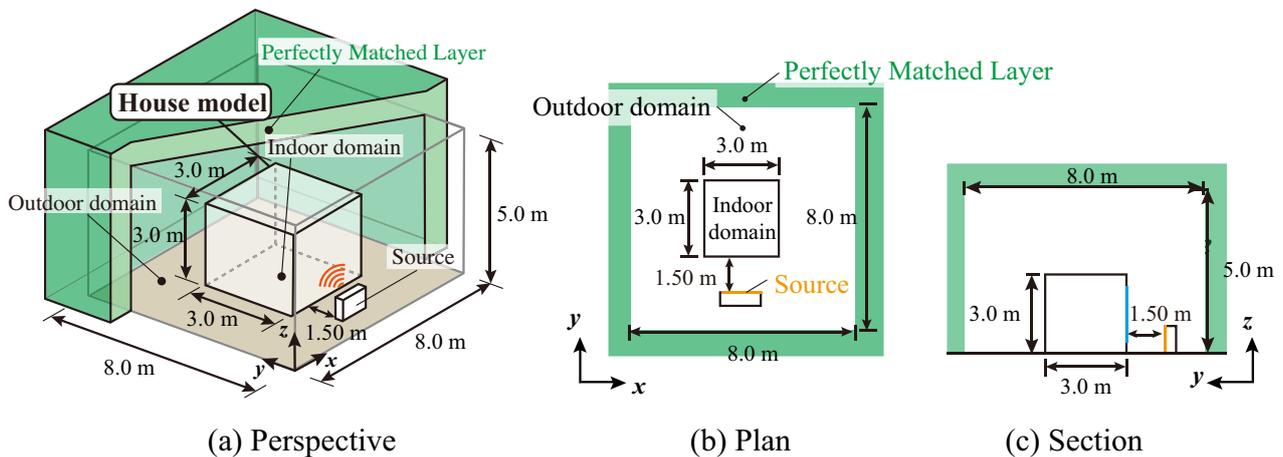


Fig. 3.3: Numerical model of a box-shaped house and acoustic field domain covered with PML.

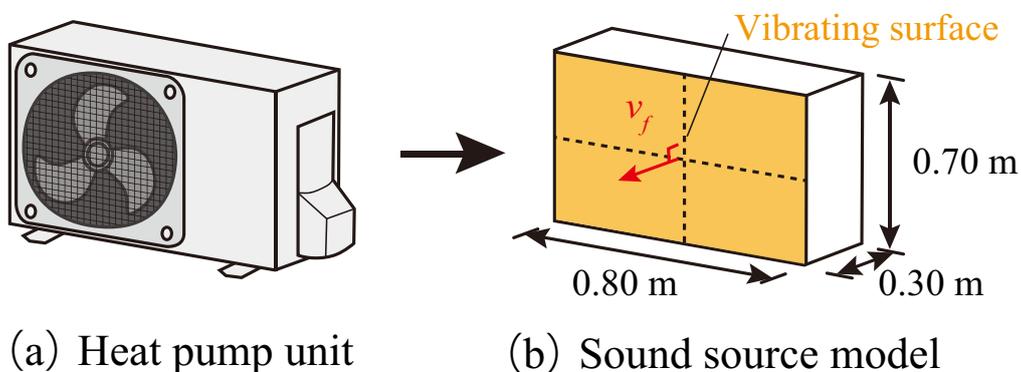


Fig. 3.4: Numerical model of sound source, supposed a heat pump unit.

3.1.3 家屋の遮音性の評価

低周波音に対する家屋の遮音性能を評価する指標として、内外音圧レベル差 $L_{out} - L_{in}$ が一般的に用いられている。一方で、既往研究では家屋近傍の屋外の測定点において、25 Hz 以上の周波数帯域で家屋から反射が生じ始め、屋外の音圧レベルが上昇する傾向にあることを示している [28]。また、測定位置や音波の波長によっては、屋外の音圧レベルが上昇或いは低下する可能性がある。家屋からの反射によって、上昇或いは低下した屋外の音圧レベルから差を取ることで、内外音圧レベル差 $L_{out} - L_{in}$ からは低周波音に対する家屋の遮音性能の把握が煩雑になる可能性が示唆される。

また、土肥らが行った実測では、一次の家屋内の固有モード周波数よりも低い周波数帯域においても、家屋内に音圧分布が生じるため、多数点の計測や測定位置の選定に注意を払う必要性を述べている [27]。

以上を踏まえ、本章では家屋の遮音性能を評価する指標として、家屋配置前後の屋内領域の音圧レベルの挿入損失 IL [dB] を算出指標とする。これは家屋がない状態から、家屋を配置することによる家屋内の音圧レベルの低下量を表しており、周囲の反射の影響は含まれない。また、家屋内の音圧レベルについては、家屋内に分布が発生する影響を考慮し、家屋内の全節点における音圧レベルのエネルギー平均値とする。

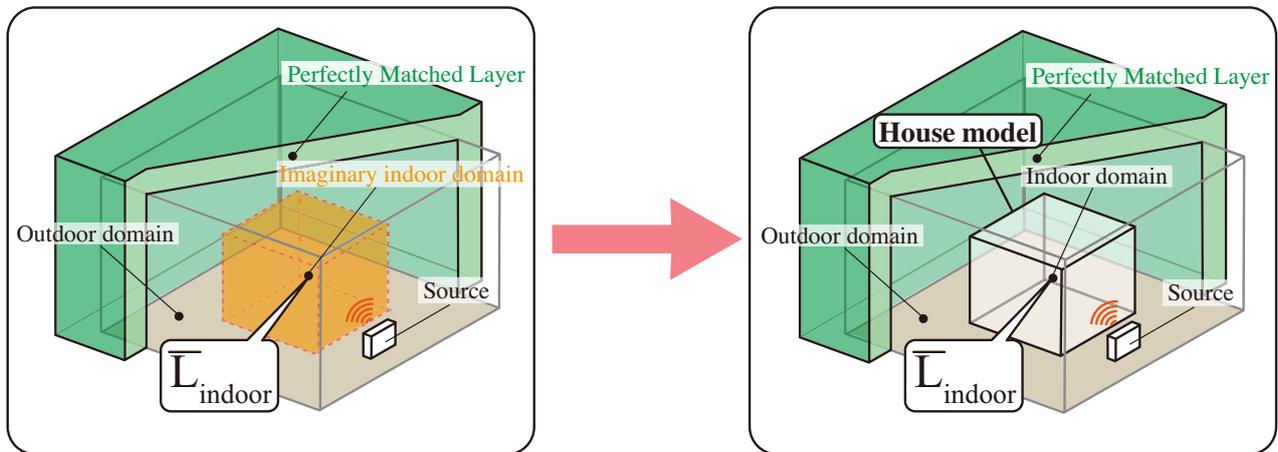


Fig. 3.5: Schematic diagram of the insertion loss of before and after the house placement.

3.1.4 解析プログラムの妥当性の検証

本論文において、重要なファクターとなる屋外音場のような開領域の模擬について、PML(Perfectly Matched Layer)を用いる。ここでは、前章に示した PML の数値解析理論の妥当性の検証として、点音源の距離減衰の解析を行った。

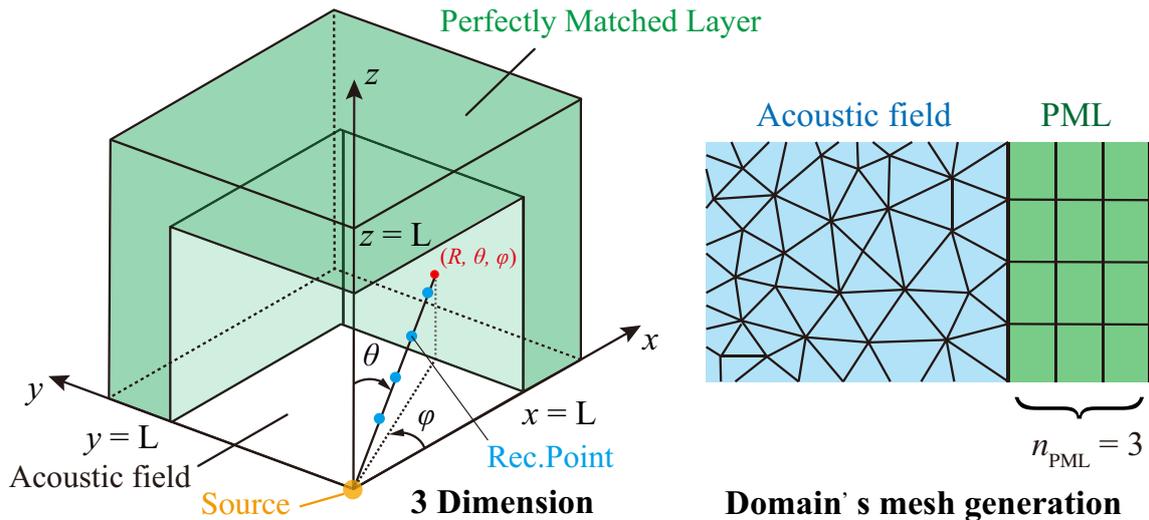


Fig. 3.6: Numerical model for verification of accuracy of PML.

Fig.3.6 に示すように、解析形状は対称性を考慮して 1/8 空間のみ形状入力を行い、対称面は剛として解析を行った。原点に点音源を配置し、 $x = L$ における yz 平面、 $y = L$ における xz 平面、 $z = L$ における xy 平面のそれぞれに PML を設定する。ここでは $L = 10$ m とした。 z 軸に対する天頂角 θ 、方位角 φ における半径 r 方向に 0.20 m 毎に受音点を設定した。PML の厚さ方向の領域分割数 n_{PML} と天頂角 θ 、方位角 φ をパラメータとして解析を行った。なお、領域分割は音場領域を四辺形二次要素、PML 領域内を三角柱二次要素とし、節点間の距離 (要素長) は 0.30 m となるように離散化を行った。

音源から 1 m 点の音圧レベルを基準にして、 $f = 63$ Hz における各条件の音圧レベルの距離減衰値を算出した (Fig.3.7)。各条件において概ね倍距離 6 dB 減衰になっており、PML の精度が得られていることが確認できる。PML は屋外音場領域の外側に設定し、音場領域が大きくなるほど要素数が増加して計算負荷が大きくなる。一方で、本論文における解析では音場領域内に反射が生じないように、PML の厚さ方向の領域分割数 $n_{\text{PML}} = 3$ として、安全側で検討することとした。

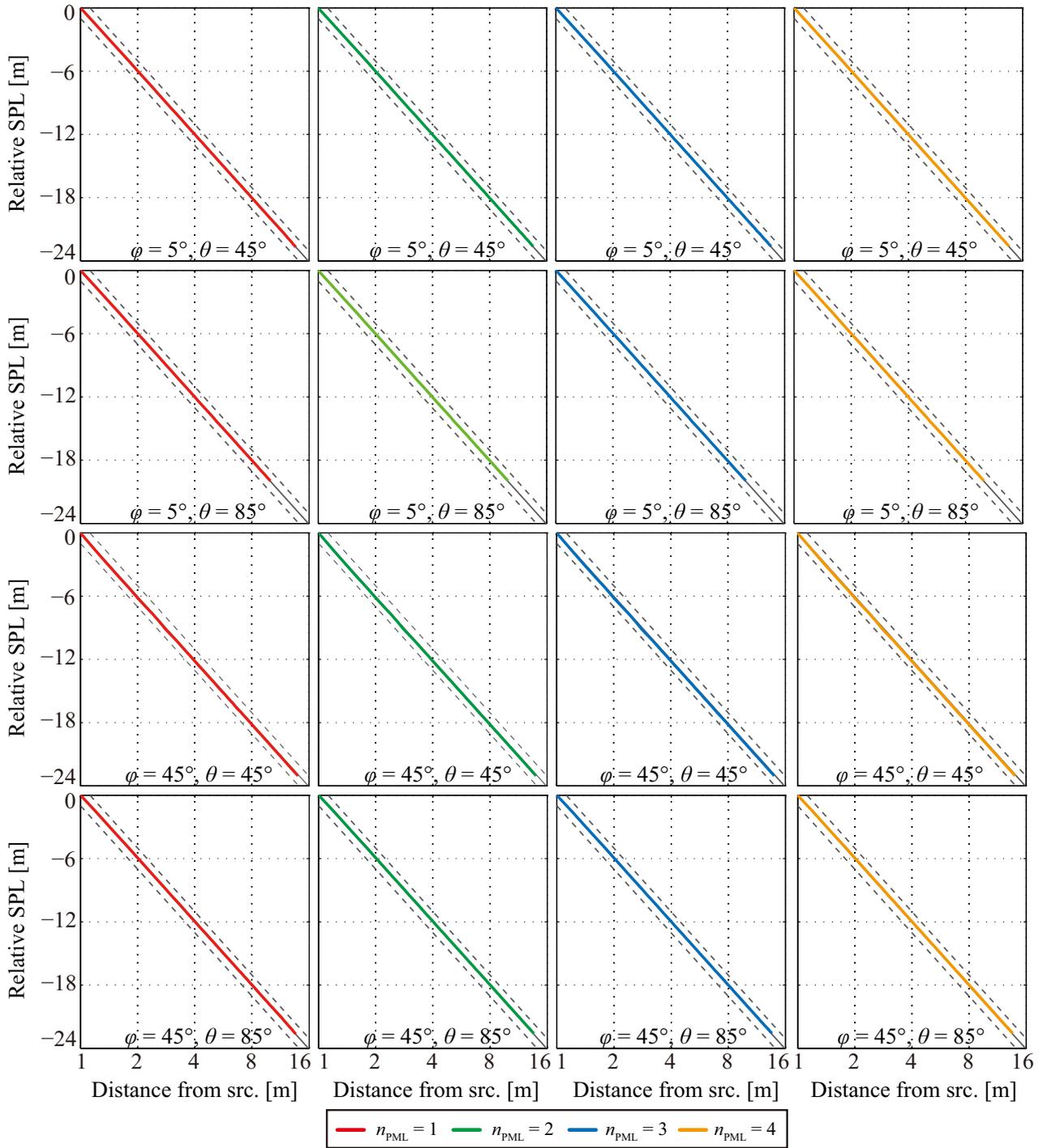


Fig. 3.7: Distance attenuation characteristics with the different number of layers of PML.

3.2 窓からの透過・伝搬に関する検討

家屋の遮音性能を決定づける要因の一つであり、特に音波の透過が顕著だと考えられる窓からの低周波音の透過・伝搬に関する検討を行う。ここでは窓を振動場として扱い、屋外音場-振動場-屋内音場の音響振動連成系で解析を行う。窓の解析モデルは、音源の振動場界面が対向している家屋の一面に $1.8\text{ m} \times 1.8\text{ m}$ の窓を設定する (Fig.3.8)。窓の質量や剛性が屋内音場に与える影響について考察するため、家屋の外壁については剛壁とし、窓には (1) 無張力膜要素、(2) 板要素を設定し、3, 5, 10 mm 厚の板ガラスを想定した物性値を与えて解析を行う (Table.3.1)。周波数の離散化は、1/24 オクターブバンド中心周波数で 3.5 Hz (1/3oct. band の 4 Hz の下限周波数) から 140.3 Hz (1/3oct. band の 125 Hz の上限周波数) で解析を行った。1/3 オクターブバンド中心周波数において、上限周波数から下限周波数までの平均値を 1/3 オクターブバンドのレベルとして算出している。空間の離散化幅は、解析波長 λ の $1/6 \sim 1/8$ 以下になるように、一要素長が 0.30 m となるように離散化を行った。

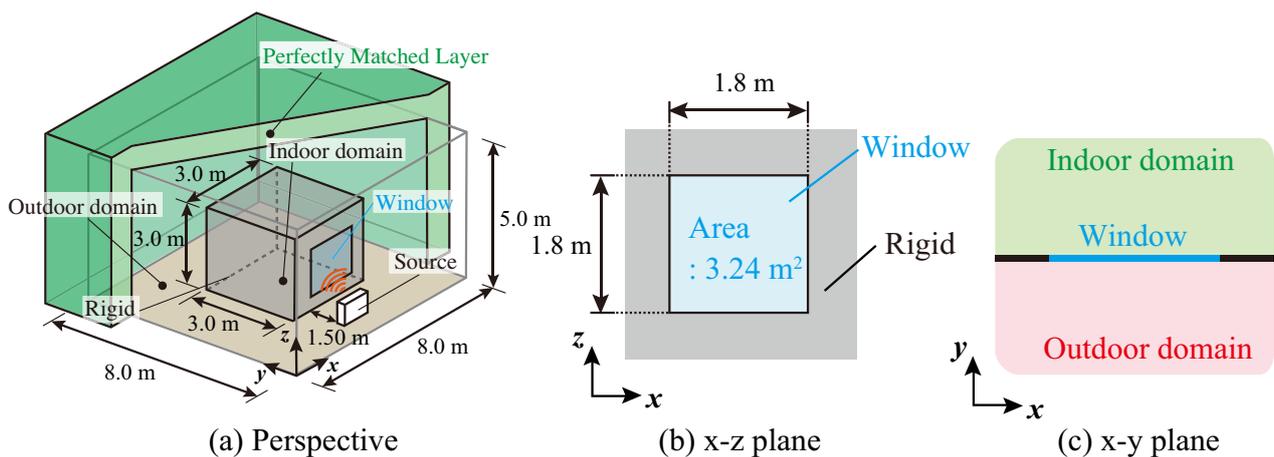


Fig. 3.8: Numerical model of the box-shaped house endowed with a window.

Table. 3.1: Physical properties and support condition of membrane and plate.

Mambrane	Area Density	$m = 7.5, 12.5, 25$ [kg/m ²]
	Support condition	Free support
Plate	Young's modules	$E = 7.5 \times 10^{10}$ [N/m ²]
	Poisson's ratio	$\nu = 0.22$ [-]
	Density	$\rho_s = 2500$ [kg/m ³]
	Thickness	$t = 3, 4, 5, 8, 10$ [mm]
	Support condition	Simple support

3.2.1 窓の質量の影響

曲げ変形に対する抵抗がなく、質量のみを考慮する無張力膜要素を設定した条件において、面密度 m をパラメータとして挿入損失 IL を算出した (Fig.3.9)。面密度 m における垂直入射の透過損失 R_0 の質量則を併記する。

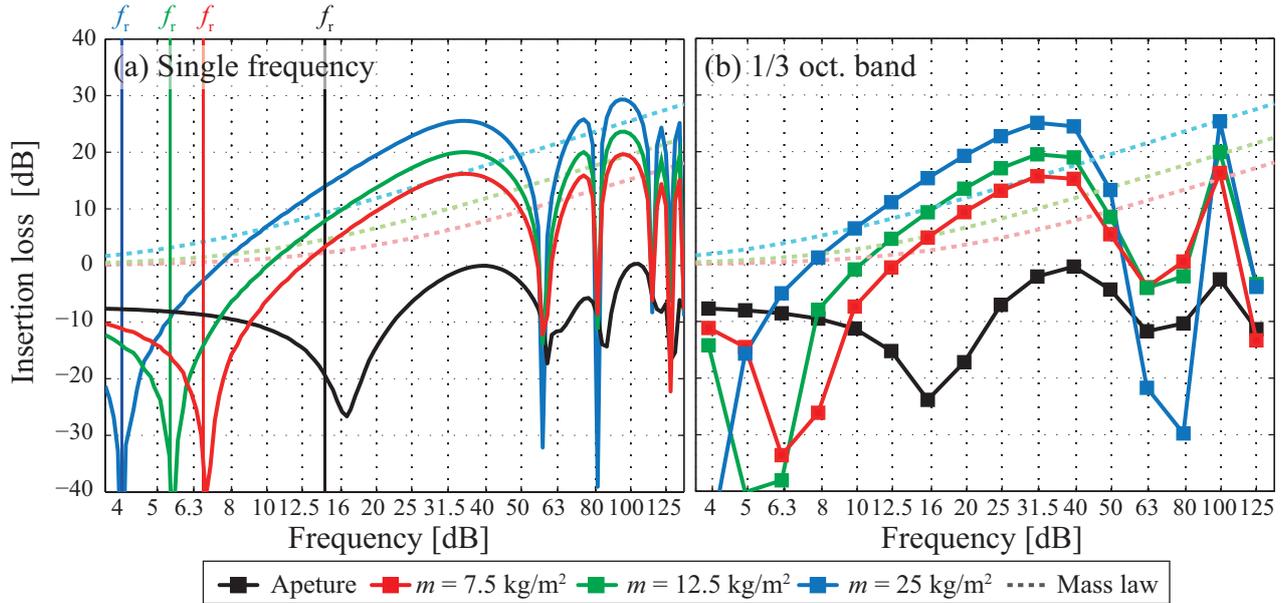


Fig. 3.9: Insertion loss of house with changing the area density of a membrane window. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.

■ 家屋内の固有モードの励起

各条件において 63, 80, 125 Hz 付近の周波数帯域でディップが生じており、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。音圧分布から家屋内に固有モードが発生しており、そのため家屋内の音圧レベルが上昇している (Fig.3.11-3.14)。壁面を全面剛とした直方体室の固有モード周波数 f_n は以下の式で与えられる。

$$f_n = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (3.1)$$

l_x, l_y, l_z [m] は室の寸法であり、 n_x, n_y, n_z はモード次数である。

Table. 3.2: Natural frequencies of the indoor domain.

	Mode order					
	(1,0,0)	(1,1,0)	(1,1,1)	(2,0,0)	(2,1,0)	(2,1,1)
Frequency [Hz]	57.2	80.9	99.1	114.4	128.0	140.2

屋内の固有モードと理論値を比較すると、理論値と近接する周波数帯域でディップが生じている

(Table.3.2)。これより、家屋内の固有モード周波数に近接する周波数帯域で、家屋内の音圧レベルが上昇すると考えられる。一方で、100 Hz 付近においては(1,1,1)の三次元モードが発生していない。これは加振力が yz 平面で対称になっているため、(1,1,1)モードが励起されず、挿入損失 IL にも落ち込みが見られない。これより、家屋内の固有モードの励起は屋内音場の加振条件に依存し、音源の配置によって固有モードの発生を制御できる可能性が示唆される。また、本検討における家屋は室の寸法が等しく、家屋内の固有モードが縮退しているため、家屋内の音圧レベルが上昇する周波数帯域は比較的少ない。一方で、室の寸法の比が異なるような家屋においては固有モードの数が増えるため、家屋内の音圧レベルが上昇しやすい。特に、高次のモードが密接する 100 Hz 以上の帯域では、質量則ほどの遮音性能が確保できないと推察される。一方で、固有モードにおけるディップの深さが面密度 m によって異なっている。本検討においては、家屋内の吸音や膜振動場の減衰を考慮しておらず、そのため固有モードが励起する周波数帯域では、家屋内の音圧レベルの上昇を過大に評価してしまう可能性が示唆される。

■ 超低音域における家屋内の音圧レベルの上昇

各条件において、20 Hz 以下の周波数帯域でディップが生じており、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。また、その周波数帯域は窓の面密度 m が大きいほど低域側にシフトしている。これは家屋内の空気をばね、窓を質量とした共振系が形成し、家屋内の音圧レベルが著しく上昇していると考えられる。この超低音域における家屋内レベルの上昇について、理論的考察を導入する。超低音域においては、家屋内外の絶対圧力 P_{in} , P_{out} [Pa] が一様であると仮定すると、以下の窓の運動方程式 Eq.(3.2) と断熱過程における室内の状態方程式 Eq.(3.3) が導出できる。

$$mS \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (P_{in} - P_{out})S \quad (3.2)$$

$$P_{in}(0)V_{in}(0)^\gamma = P_{in}(t)V_{in}(t)^\gamma \quad (3.3)$$

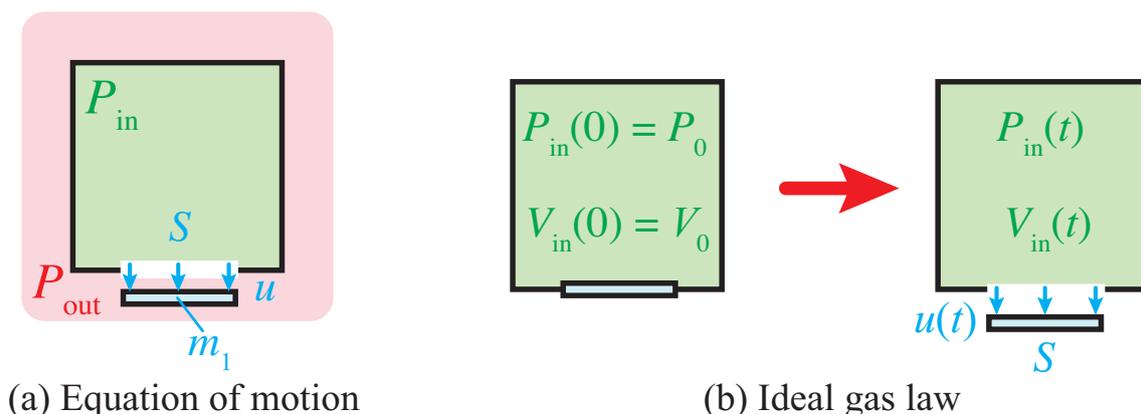


Fig. 3.10: Schematics for deriving theoretical formula.

ここで、 $m[\text{kg}/\text{m}^2]$, $S[\text{m}^2]$, $u[\text{m}]$ それぞれは窓の面密度、面積、変位であり、 $V_{\text{in}}[\text{m}^3]$ は屋内の容積、 γ は空気の比熱比である。時刻 t における屋内の容積 $V_{\text{in}}(t)$ は以下の式で与えた。

$$V_{\text{in}}(t) = V_0 + u(t)S$$

Eq.(3.2),(3.3) より、屋内の音圧 p_{in} について以下のように表せる。

$$p_{\text{in}} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2 m V_0}{\gamma P_0 S}} p_{\text{out}} \quad (3.4)$$

上式より、超低音域における家屋の共振周波数 f_r が下式で表せる。

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma P_0 S}{m V_0}} \quad (3.5)$$

上式において、面密度 m は、窓の面密度 m_{win} に加え、振動面近傍空気による付加面密度 m_{add} の和を与えた。ここで、開口部（矩形板）の放射リアクタンスが無限大バフル中の円形振動板の放射リアクタンスと等しいものと仮定し、その理論から付加面密度 m_{add} を算出する。このとき、開口部（矩形板）と等価な面積となる円形振動板の半径を考えることで、付加面密度 m_{add} は以下のように簡便に与えられる。

$$m_{\text{add}} = \frac{8}{3\pi} \sqrt{\frac{S}{\pi}} \rho_0 \quad (3.6)$$

なお、放射リアクタンスは屋内外の両面で考慮することとした。また、全面開放（窓なし）については屋内外の両面の付加面密度 m_{add} のみを考慮した。

Eq.(3.5) で与えられる共振周波数 f_r の理論値を併記すると、各条件で理論値と概ね近い値でディップが生じている (Fig.3.9)。超低音域における家屋の共振周波数 f_r 、家屋内の容積や窓の面積、質量で依存すると考えられ、それらを変更することで共振周波数を制御できる可能性が示唆された。

超低音域における家屋内の共振周波数 f_r から、一次の家屋内の固有モード周波数までの非共振帯域（概ね 20 ~ 50 Hz）では、窓の面密度 m が大きい条件ほど挿入損失 IL が大きい傾向にあり、垂直入射の透過損失 R_0 の理論式よりも上回っている。

■ 家屋内の音圧レベル分布

半自由空間において、音源から 1 m 離れた位置における音圧レベルが 46 dB になるように振動境界面の振動速度を調整した解析条件における、家屋内の音圧レベル分布を、1/3 オクターブバンド中心周波数毎に単一周波数で算出した (Fig.3.11 - 3.14)。窓に無張力膜要素を設定した条件では、面密度 m によらず類似した音圧分布となるため、ここでは $m = 7.5 \text{ kg}/\text{m}^2$ の結果のみ示す。また、15.6 Hz 以下の周波数帯域では、家屋内で一様な音圧分布になっているため、解析結果は載せていない。超低音域における家屋内の共振周波数 f_r 以上の周波数帯域から、家屋内に分布が生じ始めていることがわかる。また、無張力膜要素は面内が同位相且つ、振動変異が一様なため、音波が一方向から家屋内へ伝搬している。そのため、発生している家屋内の固有モードは y 方向のモードが強く励起されており、家屋内の固有モードの発生は屋内音場の加振条件に依存することが確認できる。

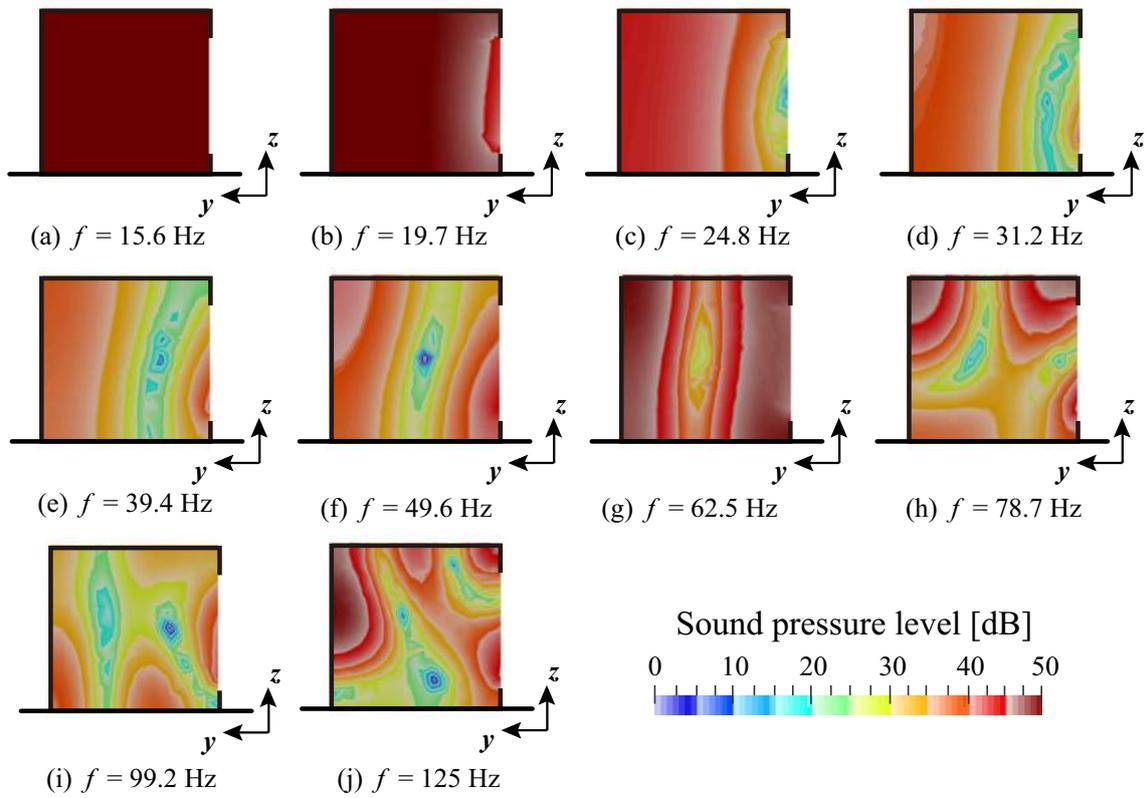


Fig. 3.11: Distribution of indoor SPL on y-z plane($x = 0$) under "Aperture" condition.

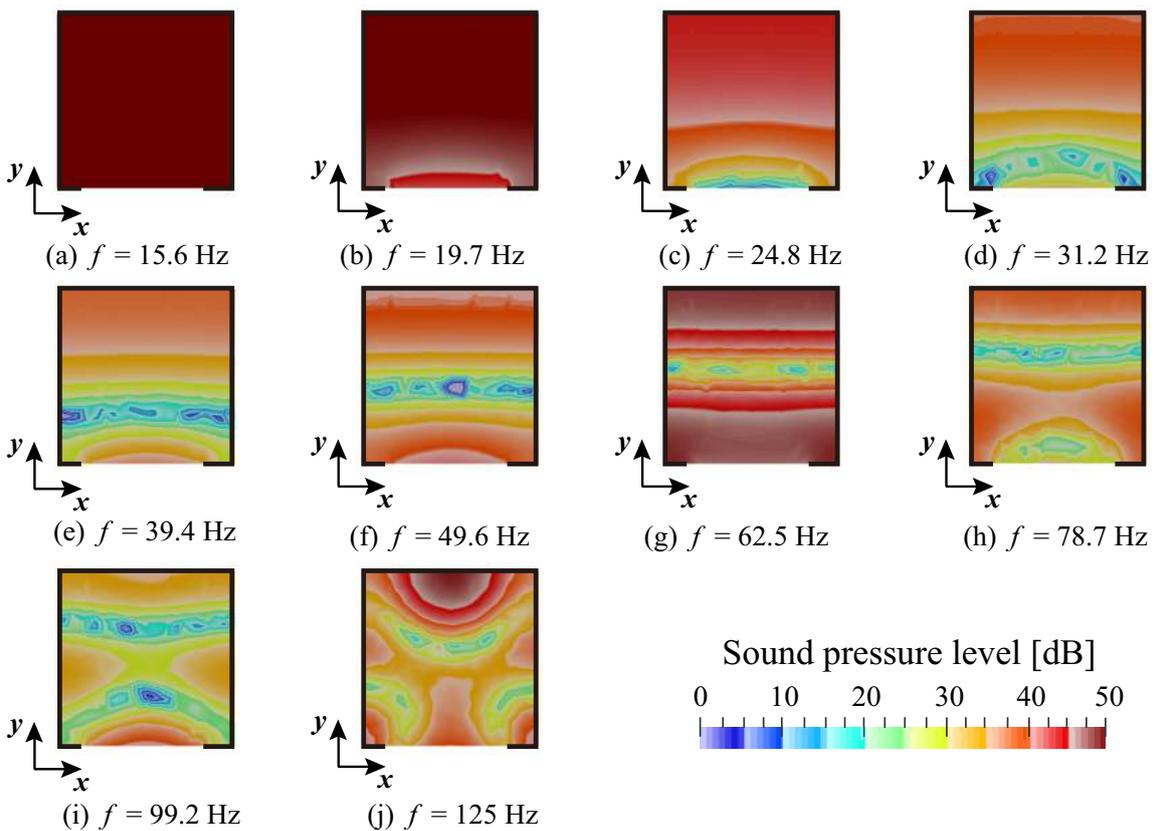


Fig. 3.12: Distribution of indoor SPL on x-y plane($z = 1.5$) under "Aperture" condition.

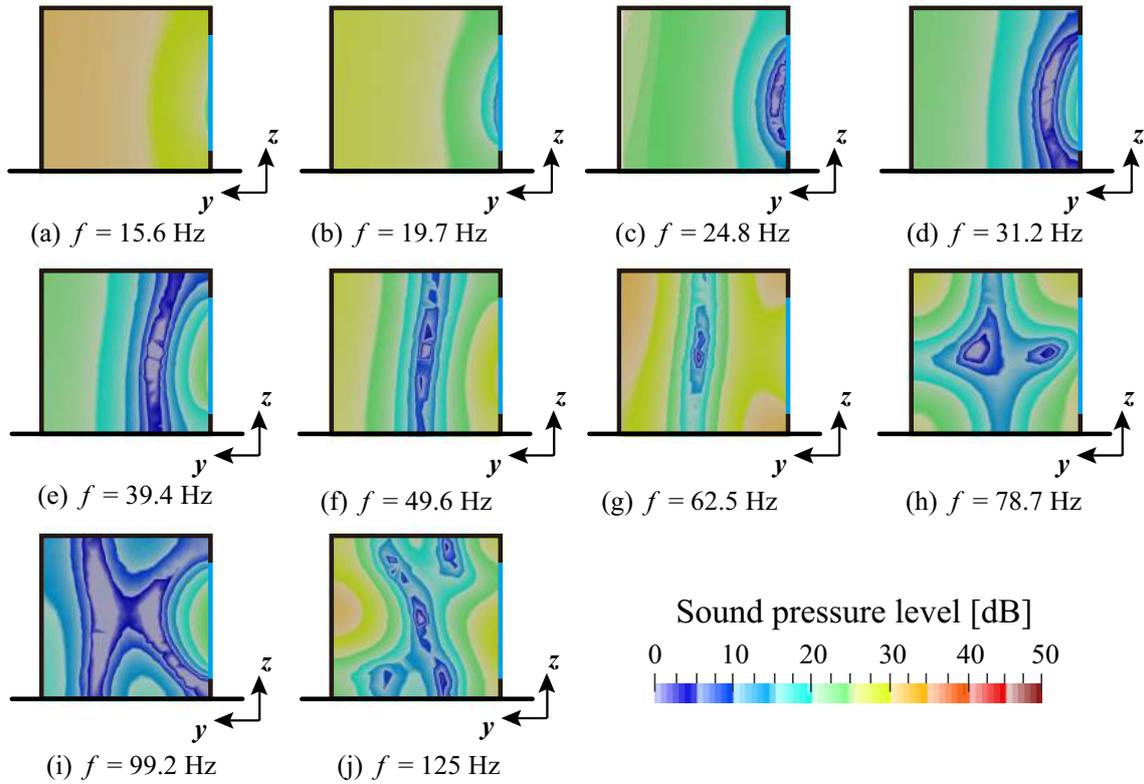


Fig. 3.13: Distribution of indoor SPL on y-z plane ($x = 0$) under "Membrane" condition ($m = 7.5$ kg/m²).

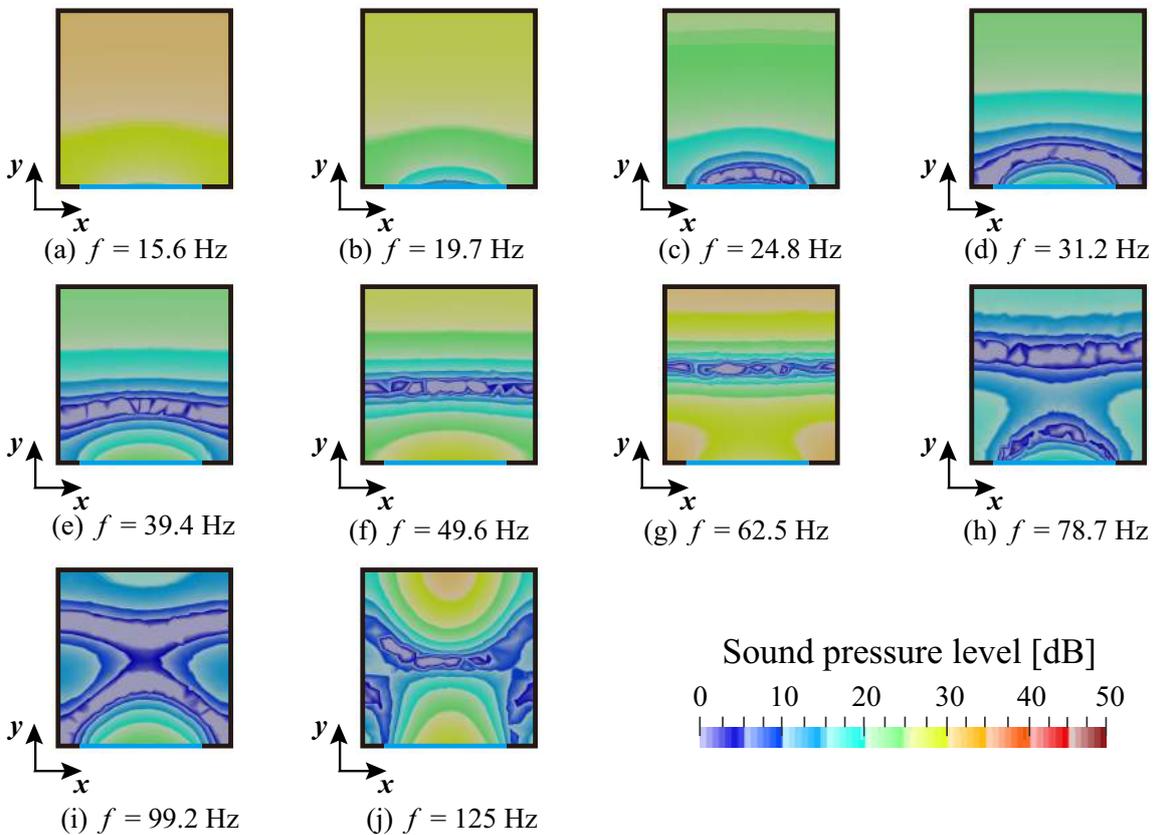


Fig. 3.14: Distribution of indoor SPL on x-y plane ($z = 1.5$) under "Membrane" condition ($m = 7.5$ kg/m²).

3.2.2 窓の剛性の影響

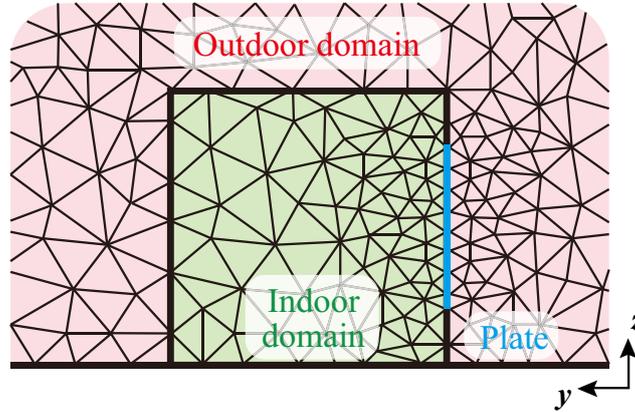


Fig. 3.15: Discretization of domain using small elements around window under "Plate" window's condition.

曲げ変形に対する抵抗があり、質量と剛性を考慮する板要素を設定した条件での解析では、板の曲げ波の波長 λ_B に合わせて離散化する必要があるため、板要素（窓）の周辺は局所的に細かく離散化を行った (Fig.3.15)。板材料内の曲げ波の伝搬速度 c_B は以下の式で与えられる。

$$c_B = \sqrt[4]{\frac{B\omega^2}{\rho_s t}} = \sqrt[4]{\frac{Et^2\pi^2 f^2}{3\rho_s(1-\nu^2)}} \quad (3.7)$$

ここで、 $B[\text{N}\cdot\text{m}]$ は板の曲げ剛性、 $\rho_s[\text{kg}/\text{m}^3]$ は板材料の密度、 $t[\text{m}]$ は板厚、 $E[\text{N}/\text{m}^2]$ はヤング率、 ν はポアソン比である。Eq.(3.7) より、各条件における曲げ波の波長 $\lambda_B = c_B/f$ より、板要素周辺については一要素長が 0.045 m となるように離散化を行った。板厚 t をパラメータとして、挿入損失 IL を算出した (Fig.3.16)。板厚 t に対応する面密度 m における垂直入射の透過損失 R_0 の質量則と剛性則を併記する。

■ 板の固有周波数の影響

窓に無張力膜要素を設定した条件では、非共振帯域において、面密度 m によらず類似した周波数特性を持っている一方で、窓に板要素（質量+剛性）を設定した条件では、板厚 t によってディップの周波数帯域が異なっている。これは板が顕著に振動する固有周波数に近接する帯域においては、家屋内に音波が透過しやすくなっているため、家屋内の音圧レベルが上昇している。板の四周を単純支持とした板の固有周波数 f_{mn} は下式で与えられる。

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Et^2}{12\rho_s(1-\nu^2)}} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \quad (3.8)$$

ここで、 $E[\text{N}/\text{m}^2]$ はヤング率、 $t[\text{m}]$ は板厚、 $\rho_s[\text{kg}/\text{m}^3]$ は板材料の密度、 ν はポアソン比、 m, n はモード字数、 $a, b[\text{m}]$ は板の寸法である。各板厚における板の固有周波数の奇数モードを Table.3.3 に示す。

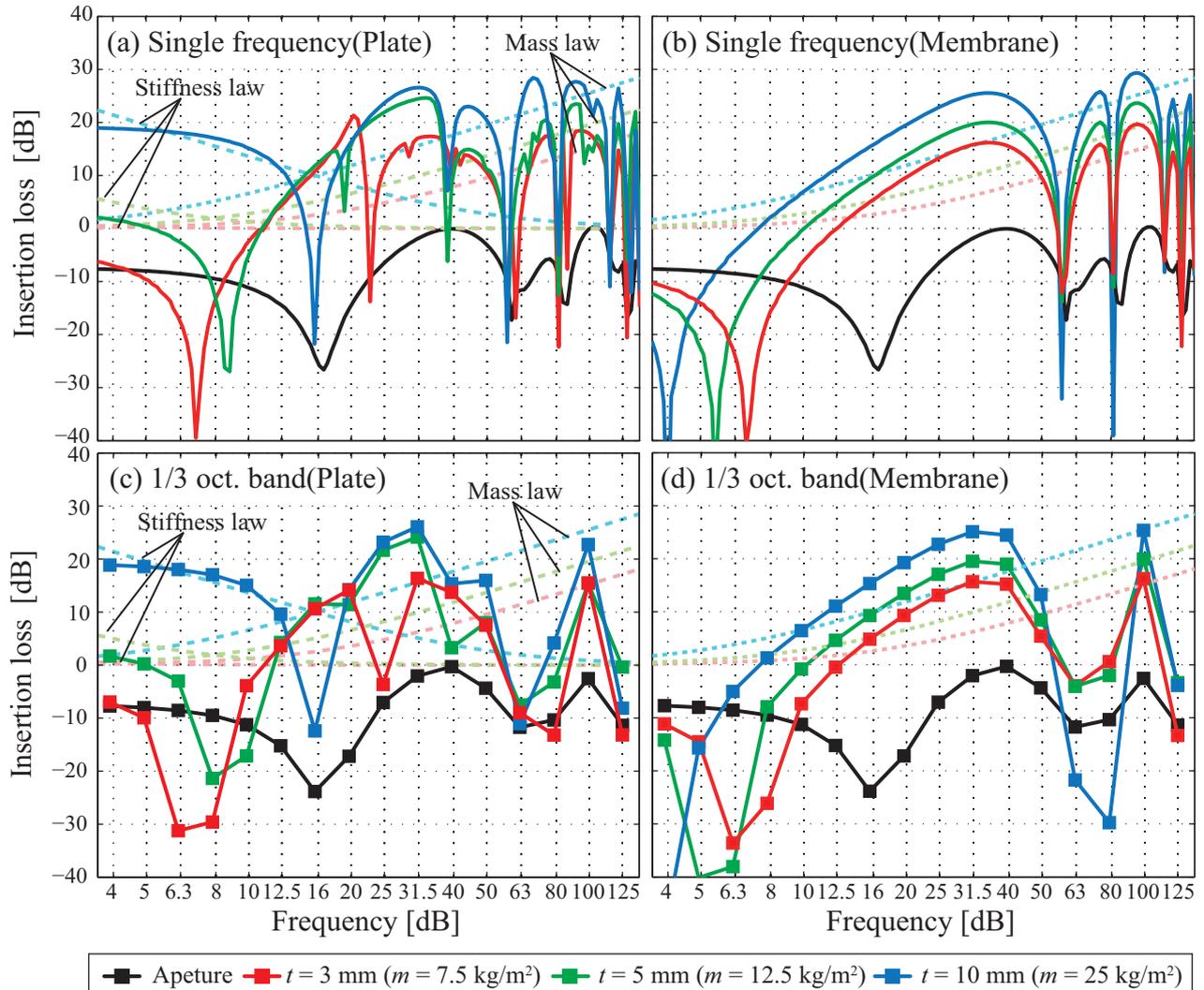


Fig. 3.16: Insertion loss with changing the area density of membrane window and the thickness of plate window. Lines without markers represent mass law and stiffness law in normal incidence condition.

Table. 3.3: Natural frequencies of simple supported plates.

		Mode order					
		(1,1)	(1,3)	(3,3)	(1,5)	(3,5)	(5,5)
Frequency	$t = 3$ mm	4.71	23.6	42.4	61.3	80.2	117.8
	$t = 5$ mm	7.86	39.3	70.7	102.2	133.6	196.5
	$t = 10$ mm	15.7	78.6	141.4	204.3	267.2	392.9

板の固有周波数の奇数モードに近接する周波数帯域でディップが生じていることがわかる。また、全面開放（窓なし）での超低音域における家屋の共振周波数 f_r 及び家屋内の固有モード周波数と、板（窓）の固有周波数が近接する周波数帯域ではディップが深く、著しく屋内の音圧レベルが上昇するような現象も見られる。

■ 超低音域の透過音の制御

窓に無張力膜要素を設定した条件と比較すると、20 Hz 以下の超低音域において挿入損失 IL が上昇している。これは窓の剛性制御の影響であり、板の一次の固有周波数以下の周波数帯域では、剛性が支配的に作用し、質量に依存しない。垂直入射の透過損失の剛性則と質量則が交差する周波数帯域、すなわち板の一次の固有周波数で大きくディップが生じ、家屋内の音圧レベルが上昇している。同じ板材料であれば、板厚 t が小さいほど板の一次の固有周波数が低いため、ディップの周波数帯域の上下関係が、窓に無張力膜要素を設定した条件とは異なっている。

■ 家屋内の音圧レベル分布

各条件における家屋内の音圧レベル分布を Fig.3.18-3.23 に示す。窓に無張力膜要素を設定した条件とは異なり、窓周辺での音圧分布が複雑な分布になっている傾向にある。無張力膜要素では、面内で変位がほぼ均一且つ同位相で振動しているが、板要素では面内に変位の分布が生じている (Fig.3.17)。そのため、板振動場の変位に対応するような音圧分布が窓の周辺で生じている。そのため、Fig.3.22(e) のように、励起していなかった z 軸方向の屋内の固有モードが発生している。特に、家屋の寸法比が異なり、家屋内の固有モードが縮退していないような条件にでは、一方向から伝搬していても二次元モードや三次元モードが強く励起される可能性が示唆される。

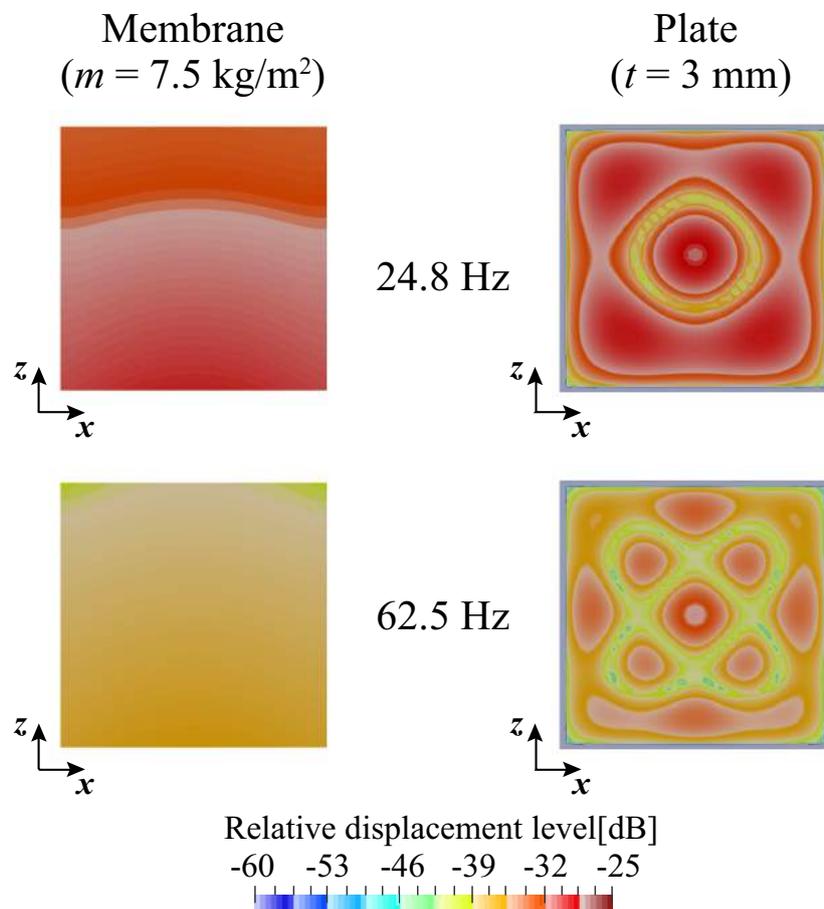


Fig. 3.17: Distribution of relative displacement level of membrane and plate .

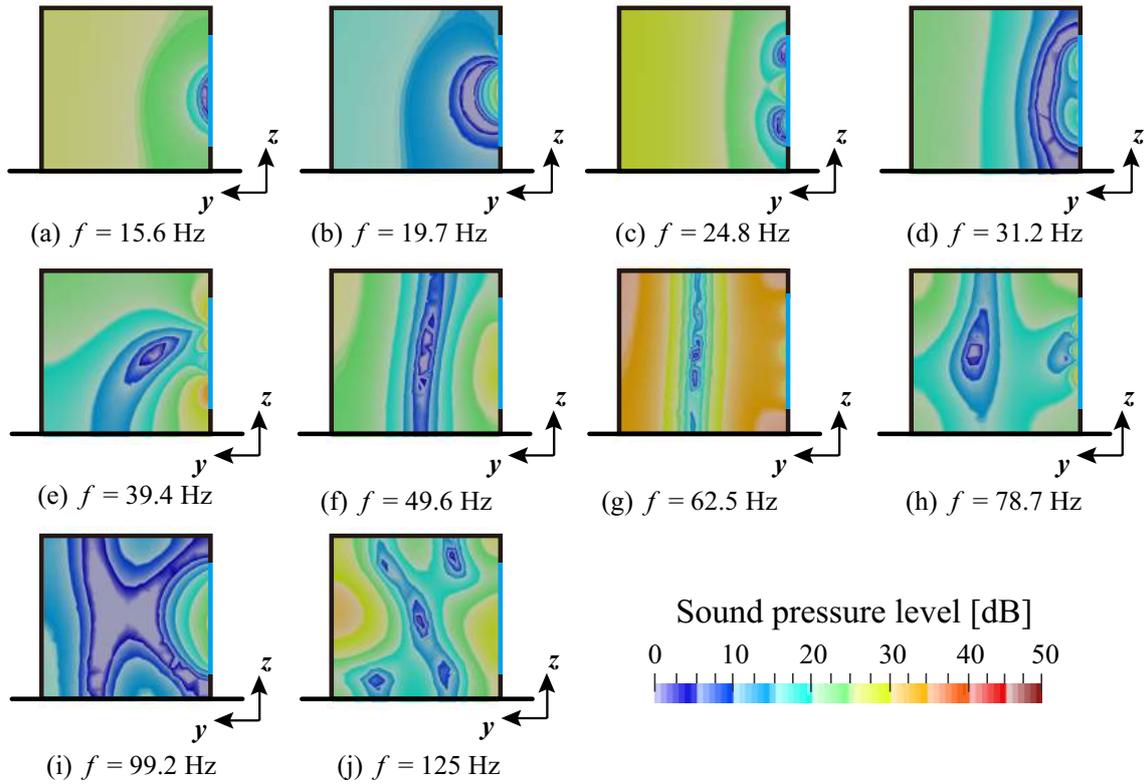


Fig. 3.18: Distribution of indoor SPL on y-z plane($x=0$) under "Plate" condition($t = 3$ mm).

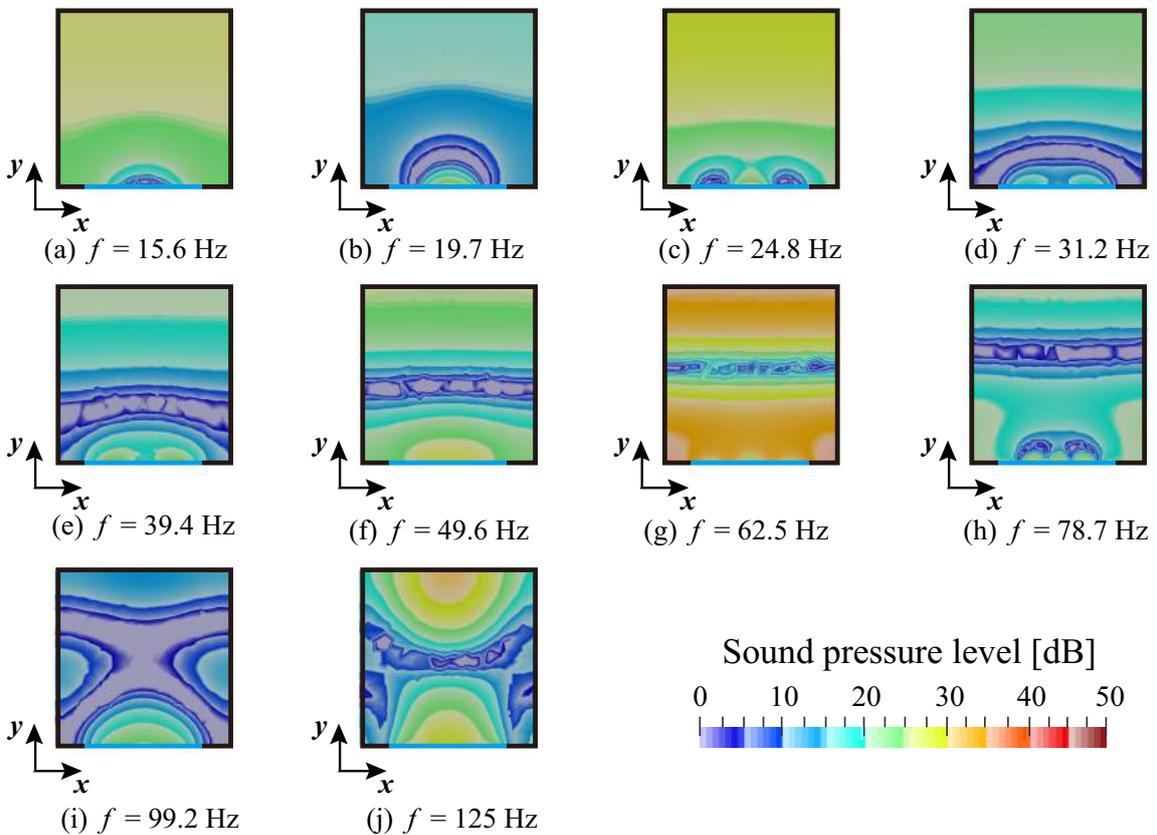


Fig. 3.19: Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.5$) under "Plate" condition($t = 3$ mm).

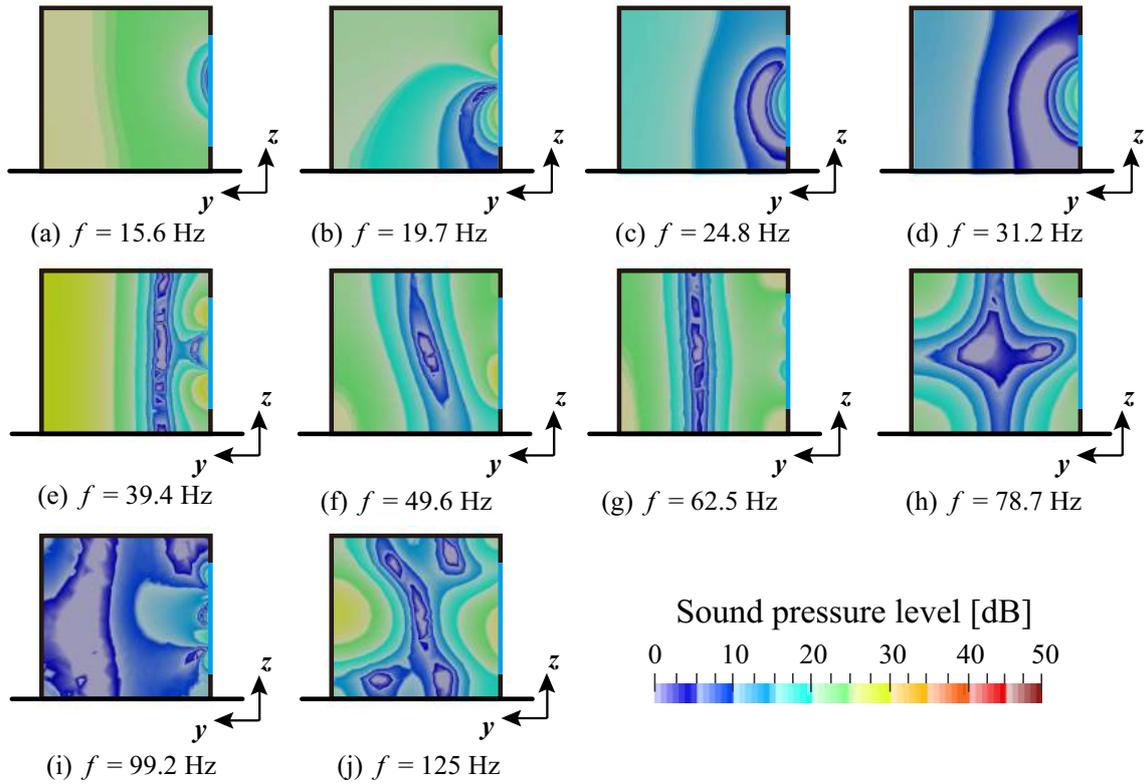


Fig. 3.20: Distribution of indoor SPL on y-z plane($x=0$) under "Plate" condition($t = 5$ mm).

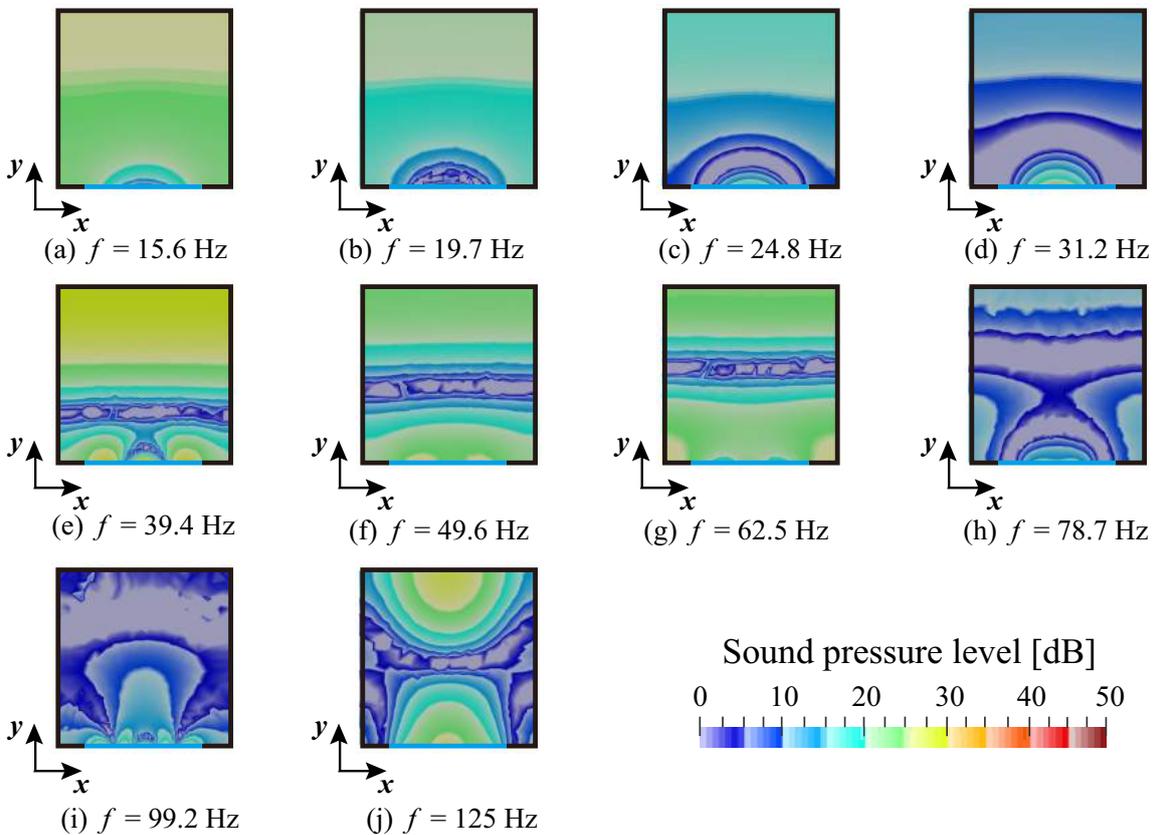


Fig. 3.21: Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.5$) under "Plate" condition($t = 5$ mm).

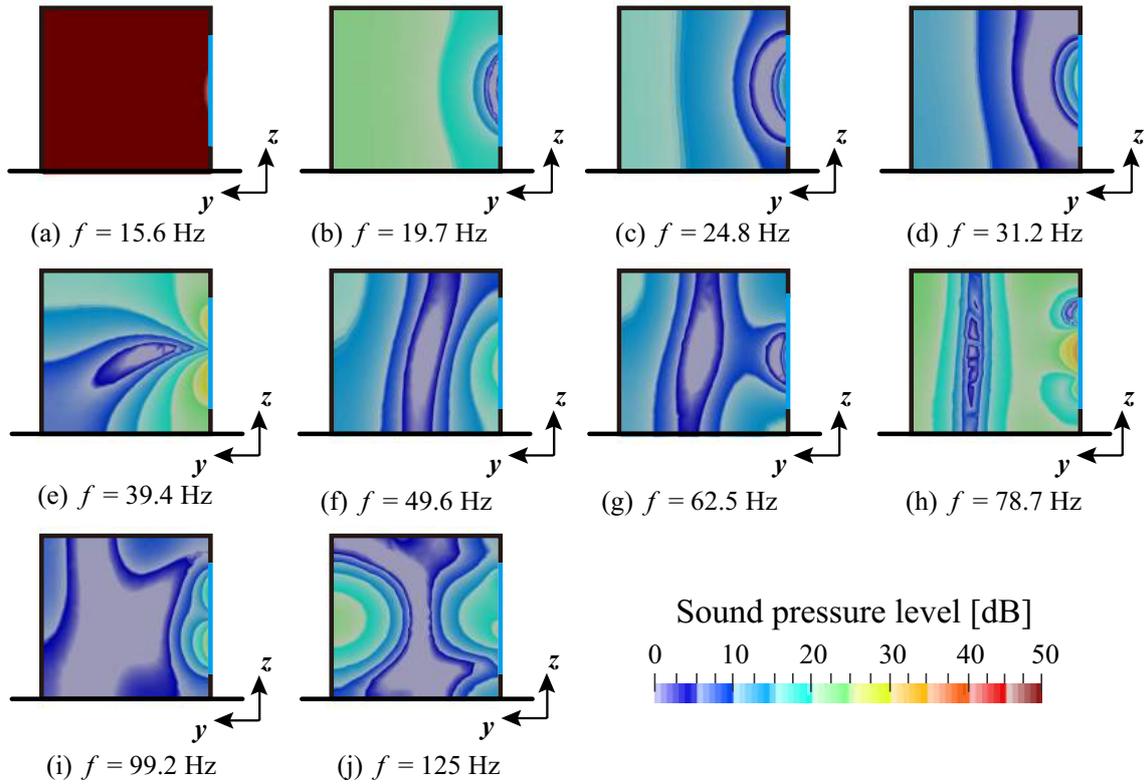


Fig. 3.22: Distribution of indoor SPL on y - z plane($x=0$) under "Plate" condition($t = 10$ mm).

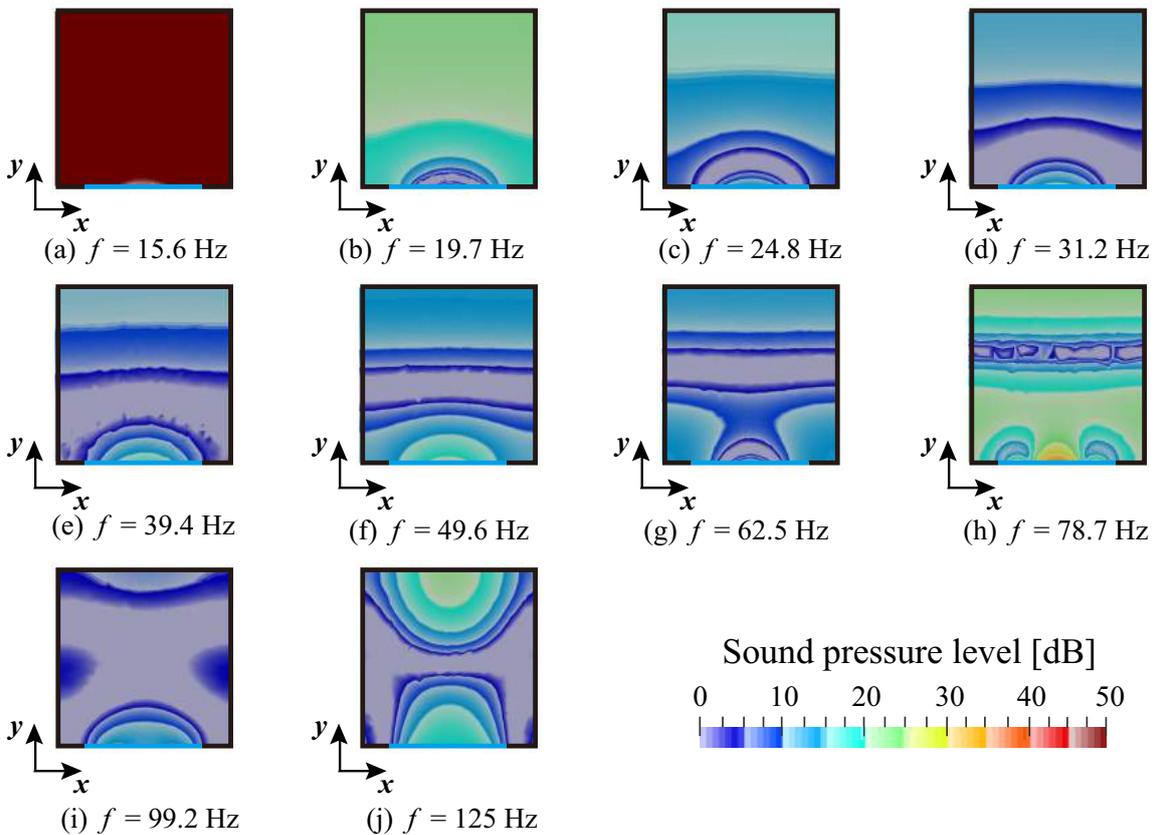


Fig. 3.23: Distribution of indoor SPL on x - y plane($z=1.5$) under "Plate" condition($t = 10$ mm).

3.3 外壁からの透過・伝搬に関する検討

家屋の遮音性能を決定づける要因の一つである外壁からの低周波音の透過・伝搬に関する検討を行う。ここでは外壁を振動場として扱い、屋外音場-振動場-屋内音場の音響振動連成系で解析を行う。解析モデルの家屋の面全体で一様な面密度の外壁を想定する (Fig.3.24)。外壁材は柱や梁等の構造材に支持されているが、低周波領域では構造材と外壁が一体となって振動するような現象が考えられる。そのため本検討では、外壁の振動場として無張力膜要素を設定する。解析条件は無張力膜要素を指定する面の数と外壁の面密度 m をパラメータとして解析を行う (Fig.3.25)。面密度 m は Table.3.4 に示すような材料を想定した物性値を与えている。周波数、空間の離散化、音圧レベル分布の算出に関しては第 3.2 節と同様の解析条件で行った。

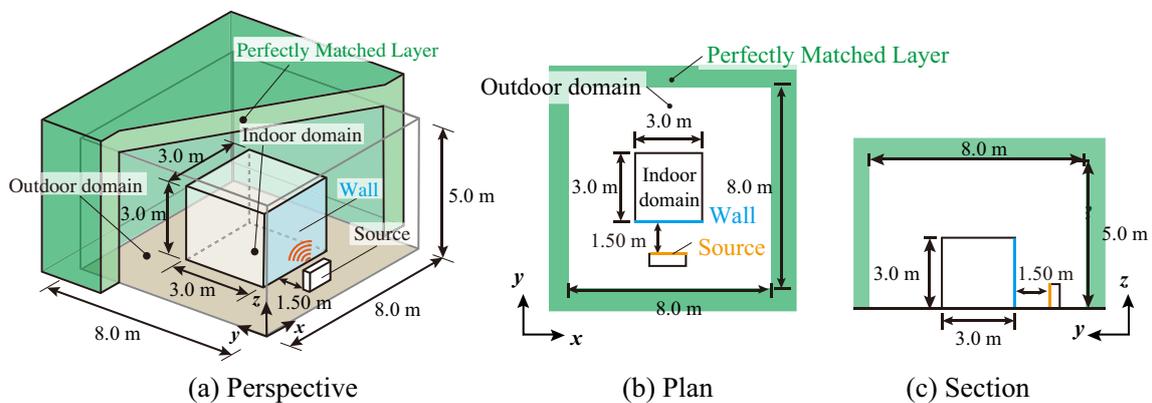


Fig. 3.24: Numerical model of a wall modeling house and acoustic field.

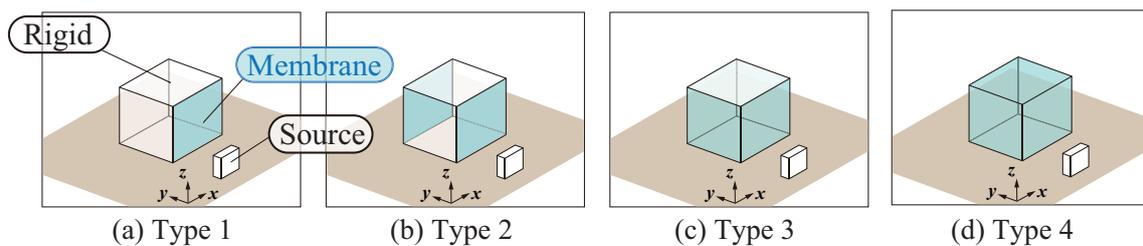


Fig. 3.25: Numerical models of the box-shaped house with rigid and membrane walls.

Table. 3.4: Physical properties and support condition of membrane.

Area Density	$m = 12.5 \text{ kg/m}^2$: Grass plate 5 mm
	$m = 25.0 \text{ kg/m}^2$: Grass plate 10 mm
	$m = 50.0 \text{ kg/m}^2$: ALC plate 100 mm
	$m = 100 \text{ kg/m}^2$: Lath-Mortar 50 mm
Support condition	Free support

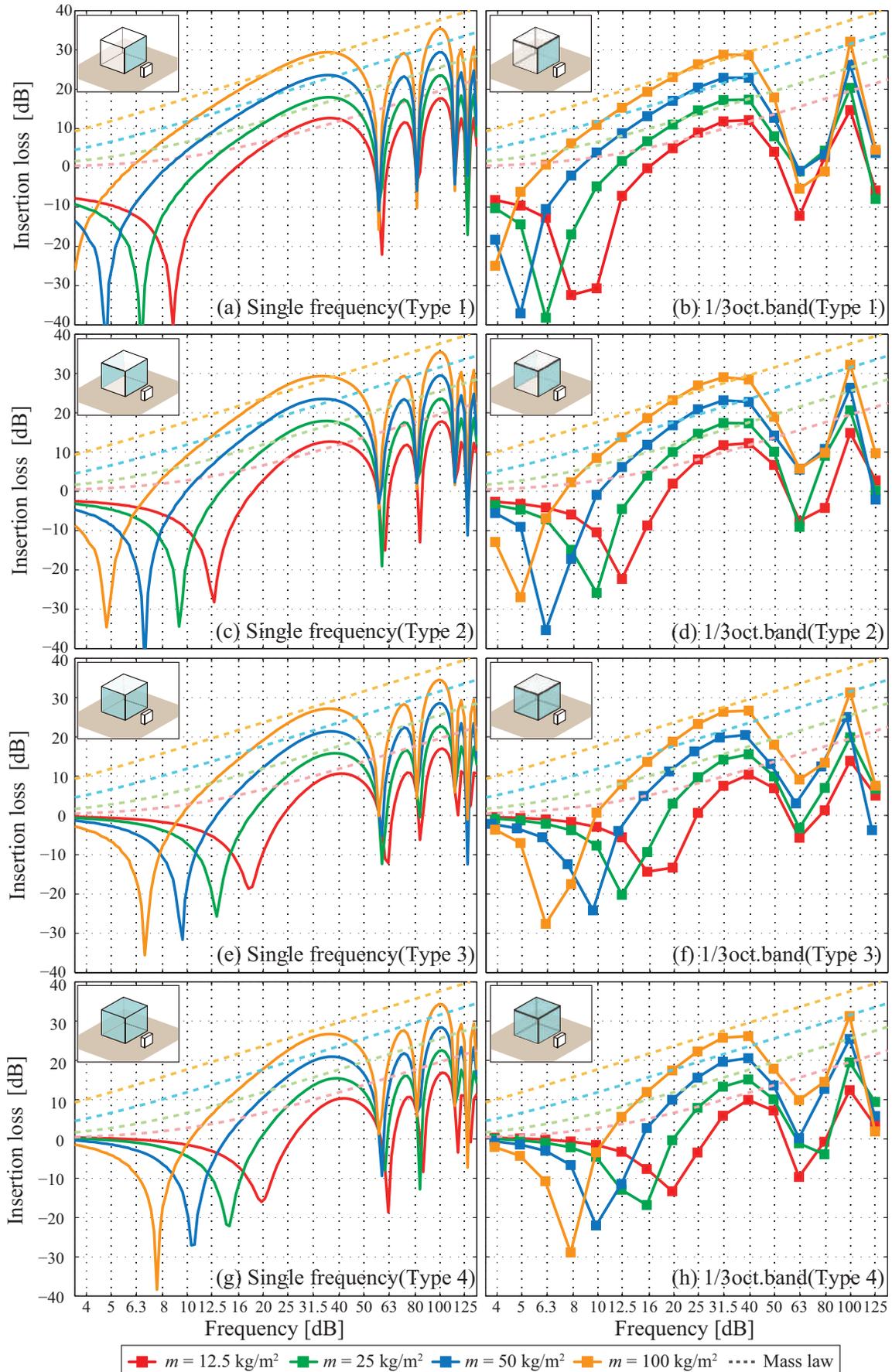


Fig. 3.26: Insertion loss of four types of house model, with changing the area density of membrane walls. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.

3.3.1 外壁の質量の影響

外壁の面密度 m をパラメータとして、各解析 Type で挿入損失 IL を算出した (Fig.3.26)。面密度 m における垂直入射の透過損失 R_0 の質量則を併記する。

■ 超低音域における家屋内の音圧レベルの上昇

各条件において、20 Hz 以下の周波数帯域でディップが生じており、家屋内の音圧レベルが上昇している。また、面密度 m が大きいほどディップの周波数帯域が低域側にシフトしており、ディップが深い傾向にある。これは家屋内の空気をばね、外壁（膜）を質量とした共振系が形成されていると考えられ、第 3.2.1 節と同様の現象が発生している。外壁の質量を 2 倍にすることで、共振周波数が概ね $1/\sqrt{2}$ 倍程度になっていることから、Eq.(3.5) との対応も見られる。一方で、解析 Type によって共振周波数の帯域が異なっている。この解析 Type による共振周波数 f_r の変化について、理論的な考察を行う。超低音域では家屋内外の絶対圧力 P_{in} , P_{out} [Pa] が一様であり、変位 u_i は屋外方向を正として、外壁は同位相で振動することを仮定すると以下の外壁の運動方程式 Eq.(3.9) と断熱過程における室内の状態方程式が導出できる。外壁の運動方程式は振動を考慮する外壁の数 n だけ立式する。

$$m_i S_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = (P_{in} - P_{out}) S_i \quad (3.9)$$

$$P_{in}(0) V_{in}(0)^\gamma = P_{in}(t) V_{in}(t)^\gamma$$

ここで、 m_i [kg/m²], S_i [m²], u_i [m] それぞれは i 番目の外壁の面密度、面積、変位であり、 V_{in} [m³] は室内の容積、 γ は空気の比熱比である。時刻 t における室内の容積 $V_{in}(t)$ は以下の式で与えた。

$$V_{in}(t) = V_0 + \sum_i^n u_i(t) S_i \quad (3.10)$$

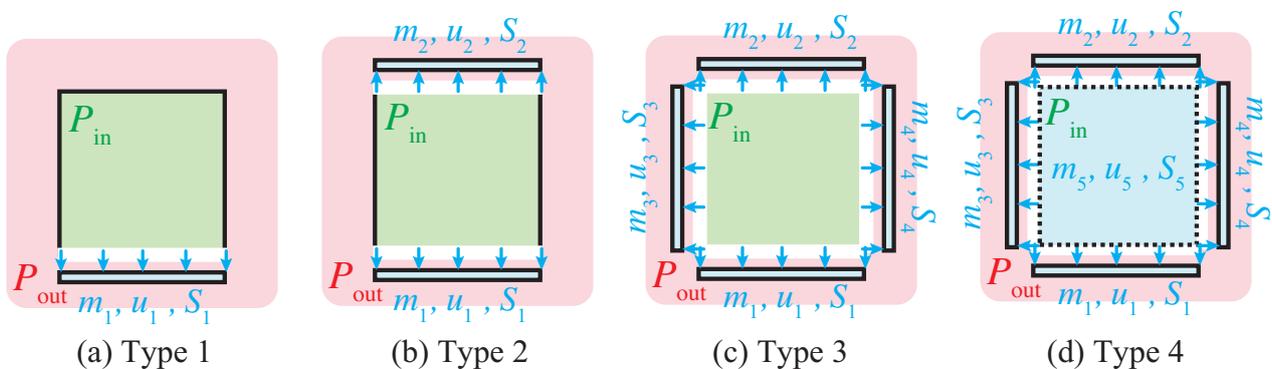


Fig. 3.27: Schematics for deriving equation of motion.

第3.2.1節と同様の導出方法で、超低音域における家屋内の共振周波数 f_r が下式で表せる。

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{S_i \gamma P_0}{m_i V_0}} \quad (3.11)$$

Eq.(3.11)において、本検討では $m_i = m_j = m$, $S_i = S_j = S$ となっているため、各解析 Type における共振周波数 f_r が下式で表せる。

$$f_r = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma P_0 S}{m V_0}} & \text{(Type 1)} \\ \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\gamma P_0 S}{m V_0}} & \text{(Type 2)} \\ \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4\gamma P_0 S}{m V_0}} & \text{(Type 3)} \\ \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{5\gamma P_0 S}{m V_0}} & \text{(Type 4)} \end{cases} \quad (3.12)$$

各解析 Type の共振周波数 f_r を比較すると、Eq.(3.12)に近い関係性があることが確認できる。これより、超低音域における家屋内の共振周波数は、外壁の面積や質量にも依存すると考えられる。また、共振周波数 f_r より低い周波数帯域では家屋内に音波が透過し、挿入損失 IL は0に漸近する傾向がある。

■ 20 Hz 以上の周波数帯域の傾向

20 Hz 以上の周波数帯域においては、面密度 m や解析 Type に寄らず、類似した周波数特性を持っており、60, 80, 125 Hz 付近の周波数帯域でディップが生じている。音圧分布より家屋内に固有モードが発生している。一方で、100 Hz 付近では、(1,1,1)の三次元モード発生していない。加振力が yz 平面で対称になっているため、(1,1,1)モードが励起されず、挿入損失 IL にも落ち込みが見られない。超低音域の共振周波数から一次の家屋内の固有モードまでの周波数帯域では、垂直入射の透過損失 R_0 の質量則との対応が見られる。振動を考慮する外壁の数が多いほど、共振周波数 f_r が高域側にシフトするため、Type 4では垂直入射の透過損失 R_0 の質量則との対応が悪くなっている。

■ 家屋内の音圧レベル分布

面密度 $m = 12.5 \text{ kg/m}^2$ における各解析 Type の音圧レベル分布を Fig.3.28-3.31 に示す。40 Hz 以下の周波数帯域では解析 Type により、音圧分布が変化している。また、62.5 Hz では各解析 Type で、(0,1,0)モードに近い音圧分布となっているが、音圧レベルの絶対値が異なっている。これは屋内音場と膜振動場の連成系での固有モードが強く現れていると考えられる。家屋内の固有モード周波数において、面密度 m や周波数によって挿入損失のディップの深さが異なるのは、この現象によるものだと考えられ、固有モード発生する周波数帯域の家屋無いの音圧レベルの上昇値は、外壁質量や周波数にも依存すると推測できる。

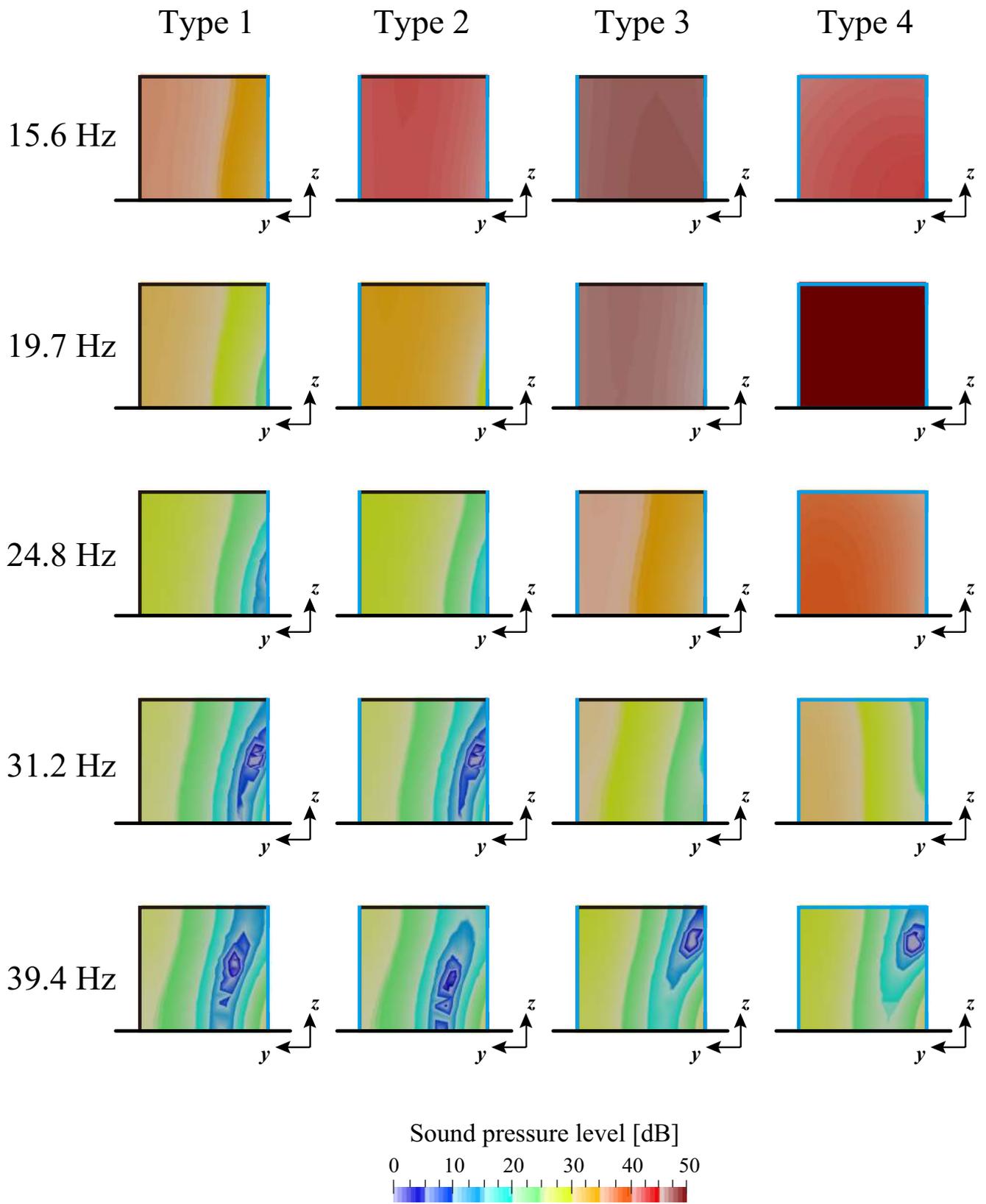


Fig. 3.28: Distribution of indoor SPL of four types of house model on y-z plane($x=0$) at 15.6 ~ 39.4 Hz($m = 12.5 \text{ kg/m}^2$).

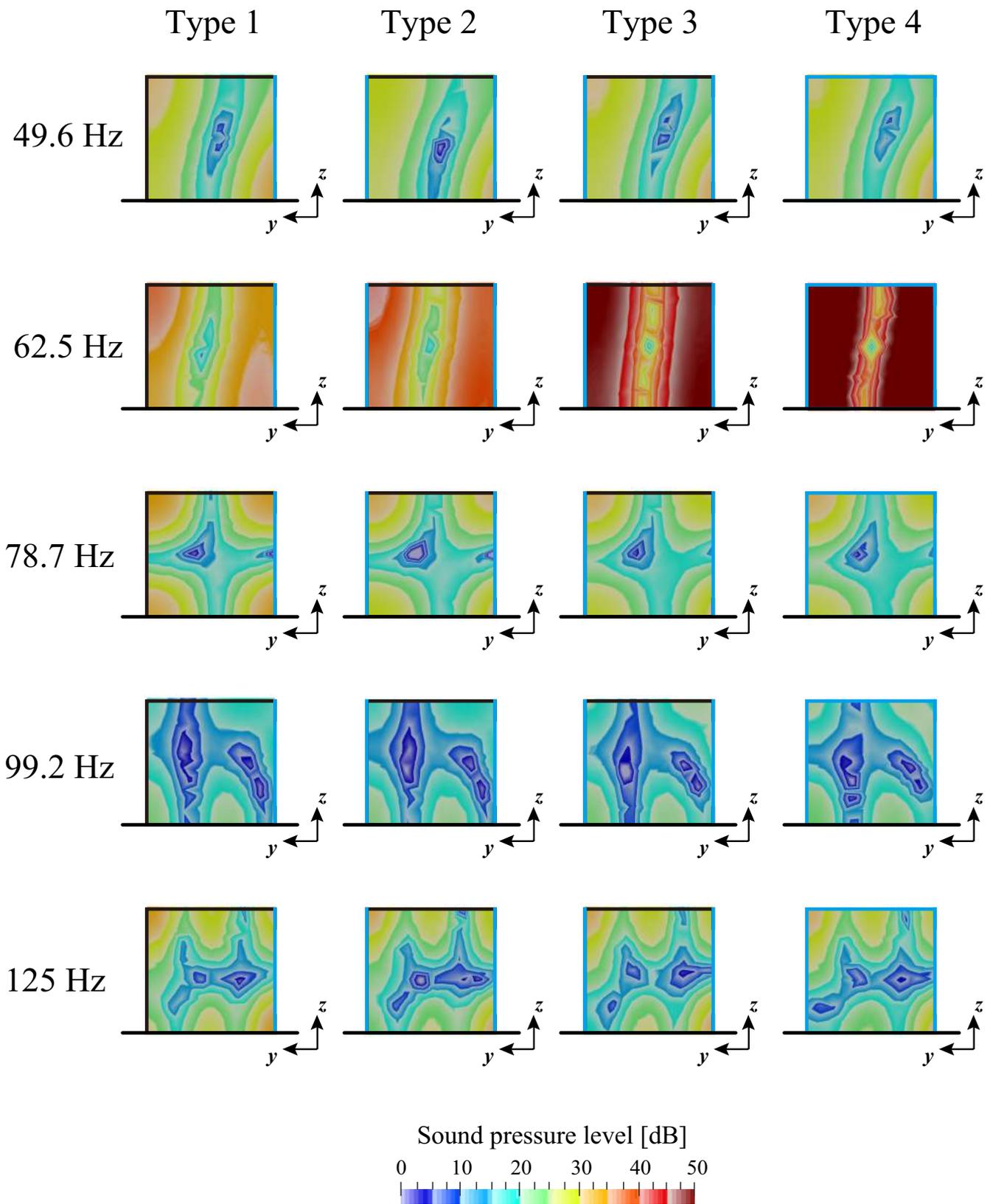


Fig. 3.29: Distribution of indoor SPL of four types of house model on y-z plane($x=0$) at 49.6 ~ 125 Hz($m = 12.5 \text{ kg/m}^2$).

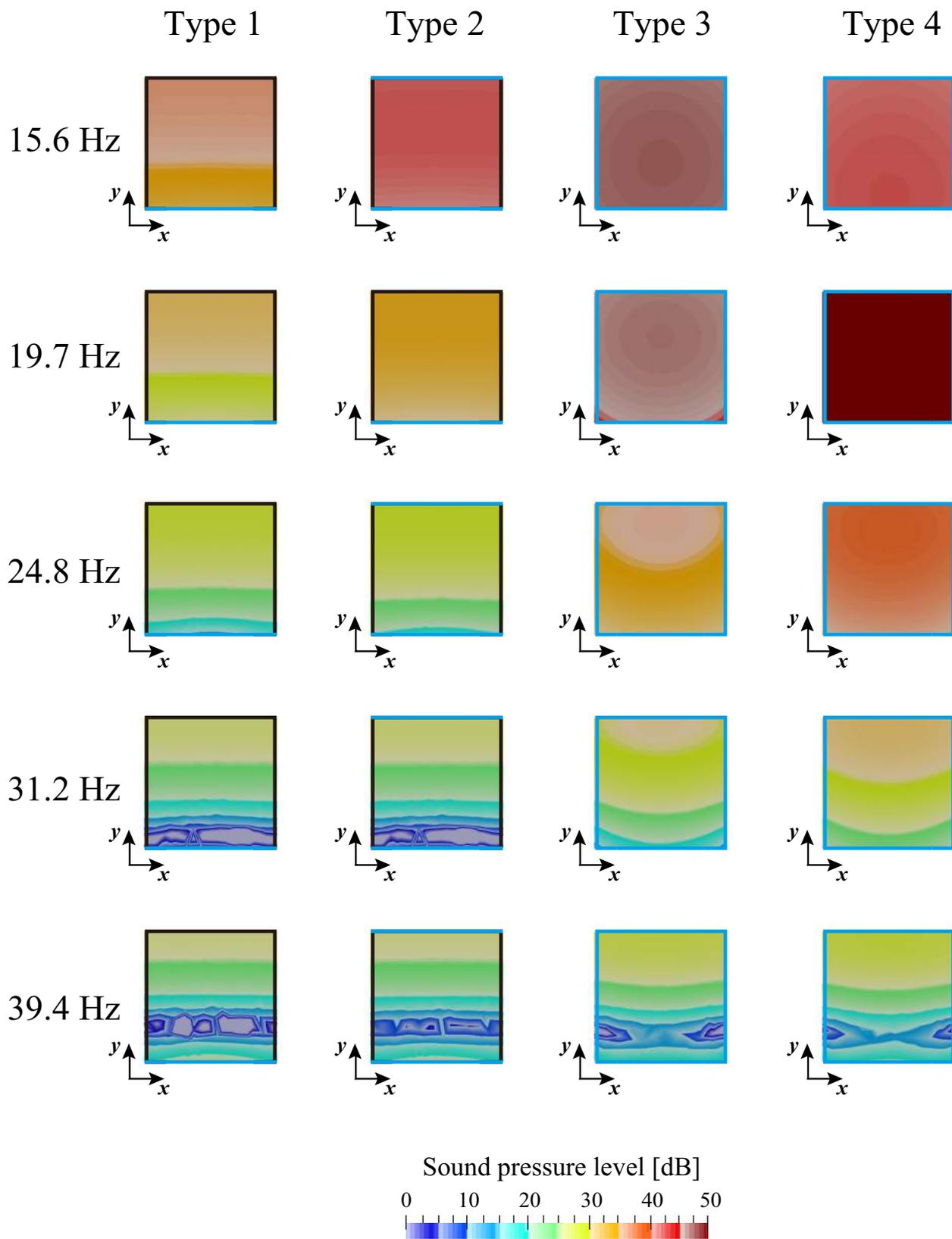


Fig. 3.30: Distribution of indoor SPL of four types of house model on x-y plane($z=1.5$) at 15.6 ~ 39.4 Hz($m = 12.5 \text{ kg/m}^2$).

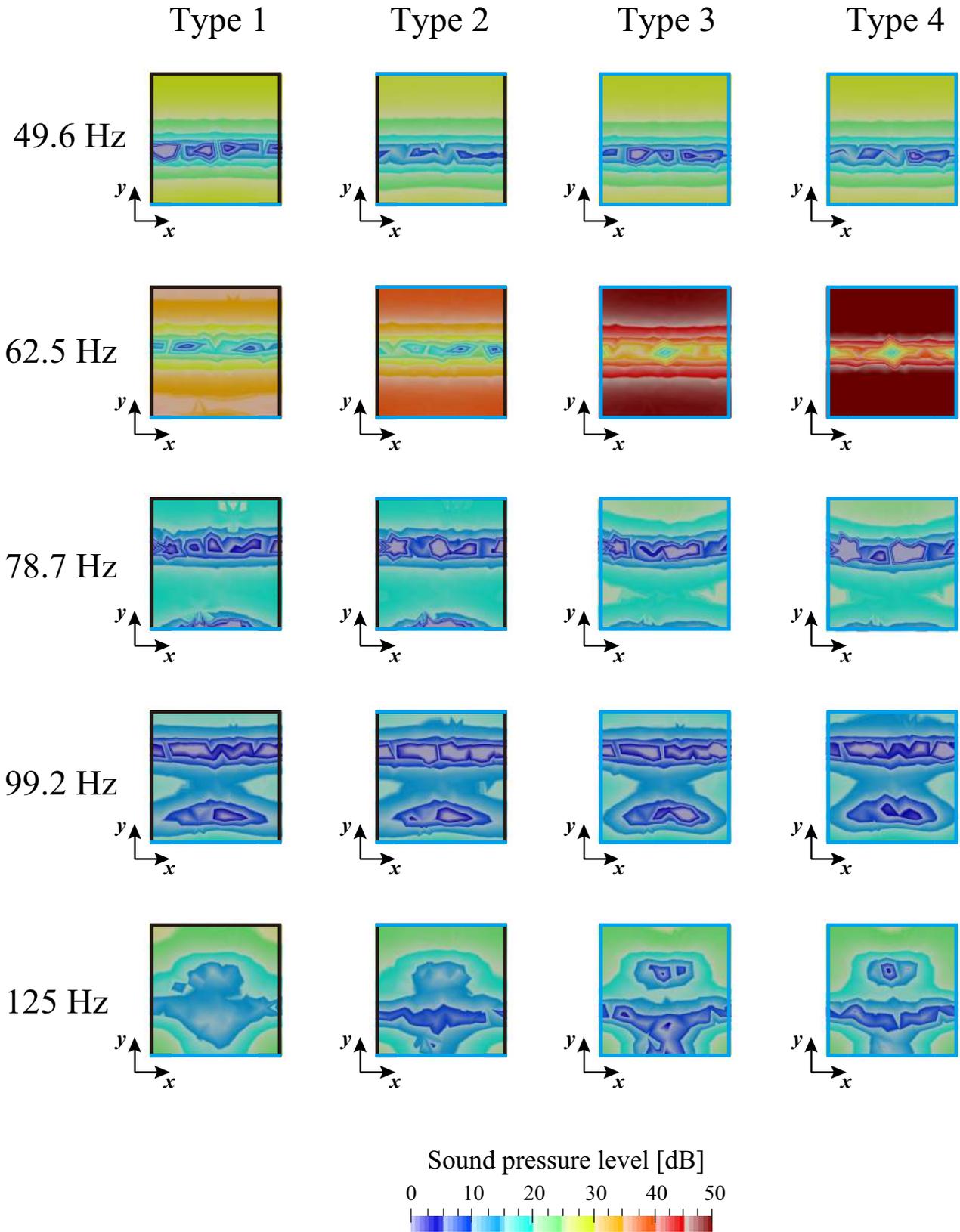


Fig. 3.31: Distribution of indoor SPL of four types of house model on x-y plane($z=1.5$) at 49.6 ~ 125 Hz($m = 12.5 \text{ kg/m}^2$).

3.4 微小な隙間からの透過・伝搬に関する検討

既往研究では、換気扇、ドアや窓サッシ周囲の隙間などの家屋の気密性が低周波領域の家屋の遮音性能に関わる要素の一つとして挙げられている [26, 4, 5]。本検討では家屋に存在する微小な隙間として、(1) 窓開放による微小な隙間、(2) 換気口の2つの項目を取り上げ、それぞれの影響について検討・考察する。

3.4.1 窓開放の影響

窓を開放することで開口部には微小な隙間が生じる。数値解析の音響領域では粘性のない理想気体を扱っているが、波長 λ に対して小さな隙間については、空気の粘性の影響が考えられる。まず、低周波領域において、微小な隙間内での空気の粘性の影響を確認するため、平板上の粘性境界層の理論について述べる。

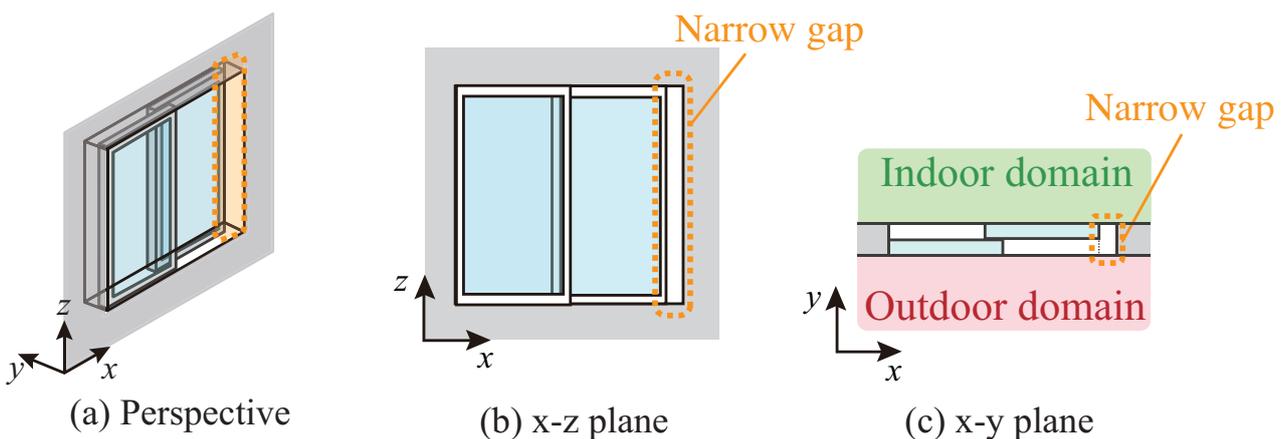


Fig. 3.32: The narrow gap generated by opening a window.

■ 平板上の粘性境界層の理論

粘性流において、物体の近傍で粘性の影響を強く受ける層のことを粘性境界層 (Viscous boundary layer) といい、物体近傍では流体の粘性により流速 v が減少する。減少の割合は物体から離れるにつれて小さくなり、ある距離において粘性の影響を無視できる程度になる (Fig.3.33)。平行して流れる流体が互いに入り混じることなく、層をなして流れる状態を層流といい、粘性流の層流において、無限大の平板上の粘性境界層厚 δ_v は下式で与えられる。

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho_0\omega}} \quad (3.13)$$

ここで、 $\eta[\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2]$ は空気の粘性係数、 $\rho_0[\text{kg}/\text{m}^3]$ は空気の密度、 ω は角周波数を表す。本論文で対象としている周波数帯域 (4 ~ 125 Hz) においては、 δ_v は 196 ~ 1100 μm の値をとる。

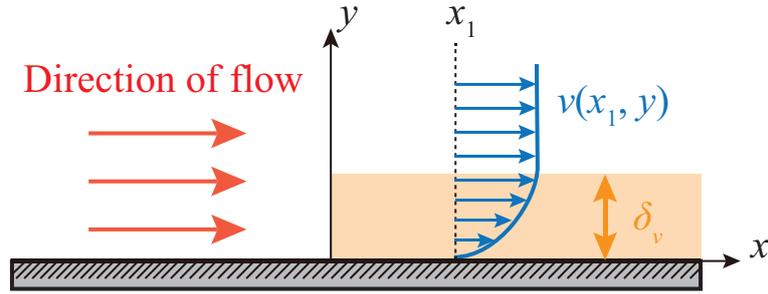


Fig. 3.33: Schematic of viscous boundary layer above flat plate.

平板上の変位 y における x 方向の粒子速度 $v_x(y)$ に関する方程式は下式で与えられる。

$$\rho_0 \frac{\partial v_x}{\partial t} = \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (3.14)$$

上式より、定常状態における v_x は下式のように表せる。

$$v_x = v_0 e^{-(1-j)y/\delta_v} \quad (3.15)$$

Eq.(3.15) より、 $f = 4, 31.5, 125$ Hz における平板上の x 方向の粒子速度分布を Fig.3.34 に示す。これより、低周波数帯域における平板上の数 mm の領域内では、平板上で粒子速度に分布が生じていることが確認できる。窓の開放によって生じる微小な隙間内を平行平板間と見なし、平板上の粘性境界層の対称性を利用して、平行平板間の粘性流を考えると、低周波領域では隙間幅が 10 mm 以下の隙間内では粒子速度 v に分布が生じ、粘性の影響があると考えられる。

平行平板間において、二次関数的に粒子速度が分布すると仮定すると、平行平板間における流れ抵抗 σ の理論値が以下の式で与えられる [13]。

$$\sigma = \frac{12\eta}{w^2} \quad (3.16)$$

ここで、 $\eta[\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2]$ は空気の粘性係数、 $w[\text{m}]$ は平行平板間の距離を表す。

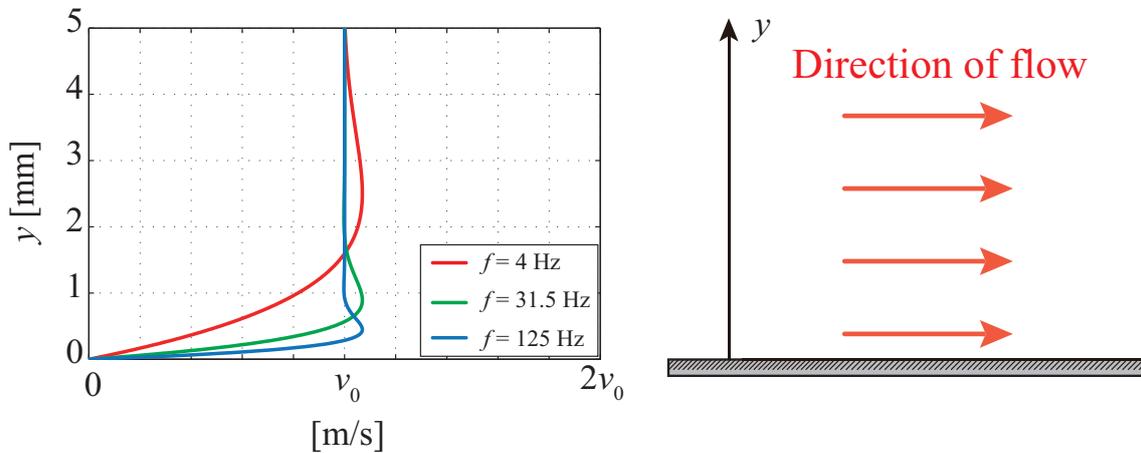


Fig. 3.34: Particle velocity distribution above flat plate for different frequencies.

■ 解析モデル

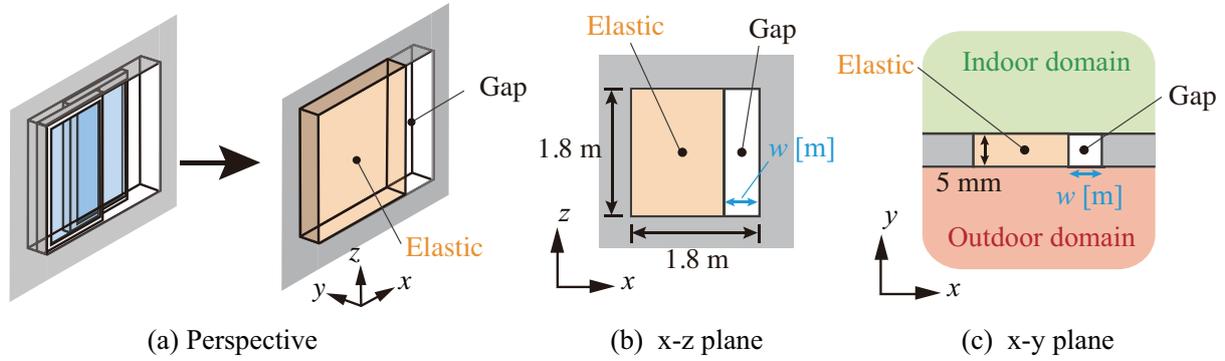


Fig. 3.35: Numerical model of a window opening: (a) perspective, (b) x-z plane and (c) x-y plane.

解析モデルは第 3.2 節と同様に、家屋の一面に 1.8 m × 1.8 m の窓を設定する。Fig.3.35(a) のような引違い窓を想定し、窓ガラスと窓の開放による隙間の両方が存在するモデルを設定した。窓ガラスは三次元弾性体要素を設定し、弾性体振動場として扱った。板ガラス 5 mm 相当の物性値を設定し、境界条件は自由支持とした。引違いによる窓の重なりを考慮して、全体の質量 m が 40.5 kg で一定になるよう、開放する隙間の幅に応じて密度 ρ_e [kg/m³] を与えた。窓の開放による隙間については音響要素を設定した。微小な隙間部分における音響伝搬では空気の粘性が強く作用するため、粘性の考慮の有無による 2 つのモデルについて解析を行った。ここでは実効密度 ρ_{eff} により、粘性を考慮することとした。実行密度 ρ_{eff} は下式で与えられる。

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_0 + \frac{\sigma}{j\omega} \quad (3.17)$$

ここで、 σ [Pa · s/m²] 流れ抵抗であり、Eq.(3.16) の平行平板間における流れ抵抗 σ を隙間幅 w に応じて与えた。周波数、空間の離散化、音圧レベル分布の算出に関しては第 3.2 節と同様の解析条件で行った。

開口部の隙間幅 w をパラメータとして、挿入損失 IL を算出した (Fig.3.36)。面密度 $m = 12.5$ kg/m² における垂直入射の透過損失 R_0 の質量則を併記する。

Table. 3.5: Physical properties and support condition of Elastic and narrow gap.

Elastic	Mass	$m = 40.5$ [kg]
	Young's modules	$E = 7.5 \times 10^{10}$ [N/m ²]
	Poisson's ratio	$\nu = 0.22$ [-]
	Support condition	Free support
Air Gap	Gap width	$w = 1, 10, 100, 900$ [mm]
	Flow resistivity	$\sigma = 12\eta/w^2$ [Pa · s/m ²]

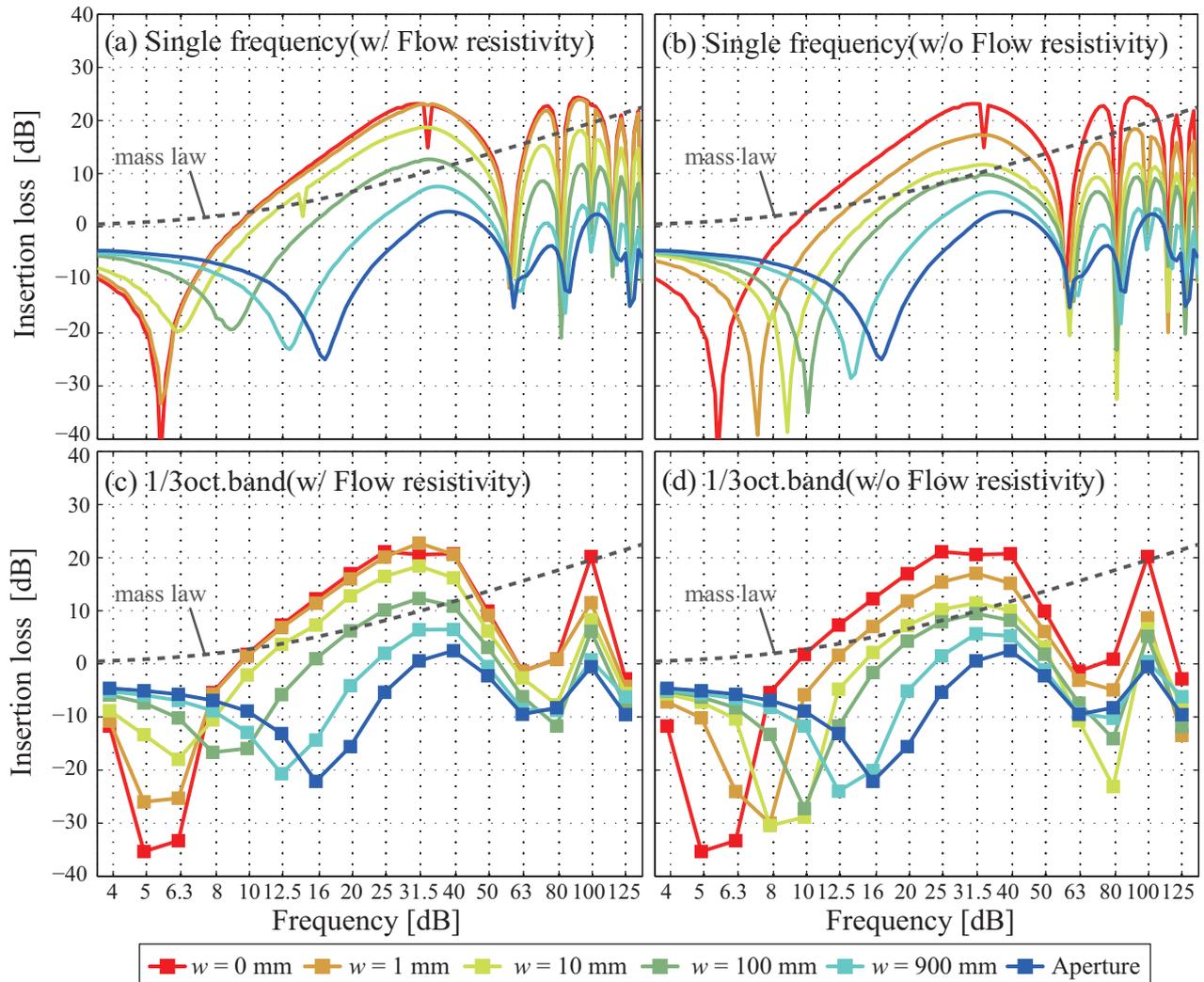


Fig. 3.36: Insertion loss of the house model with changing the gap width. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.

■ 隙間・窓開放の影響

隙間が生じることで家屋内へ音波が透過し、隙間幅 w が大きいほど家屋内の音圧レベルが上昇しており、挿入損失 IL が全周波数帯域で低下する傾向にある。一方で、超低音域における共振周波数 f_r が隙間幅 w が大きくなるほど高域側にシフトしており、全面開放（窓なし）条件の共振周波数 f_r に収束するような傾向にある。この影響によって、8 Hz 以下の周波数帯域では、隙間が生じることで寧ろ家屋内の音圧レベルが低下する現象が起きている。

また、100 Hz 付近の周波数帯域でディップが生じている。隙間がない状態では発生していなかった、(1,1,1) の三次元モードが励起されたことで、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。特に、音波が透過しやすい部分が生じることで、家屋内への伝搬性状が変化し、家屋内の固有モード周波数に近接する周波数帯域で影響が顕著であると考えられる。

■ 粘性の有無の影響

隙間の音響要素について、粘性を考慮していないモデルでは微小な隙間の条件においても家屋内の音圧レベルが急峻に上昇している。これより、現実に対して家屋内への透過音の過大評価の可能性が考えられ、微小な隙間の解析にあたっては空気の粘性を考慮することが推奨される。また、隙間幅 w がある程度大きい条件では、粘性の有無による差は小さく、粘性の影響は殆どないと考えられる。ここで、開口部の面積に対する隙間の面積の比を開口率 (Aperture ratio) として、開口率に対する 1/3 オクターブバンドの家屋内の音圧レベルの変化量を周波数ごとに算出した (Fig.3.37)。各周波数帯域で開口率の上昇と共に、全面開放 (窓なし) の値に収束していく傾向にある。家屋内に固有モードが発生する周波数帯域では、全面開放 (窓なし) とすることで、寧ろ屋内の音圧レベルが低下するような傾向も見られる。微小な隙間の領域では、粘性を考慮しているモデルでは緩やかに家屋内の音圧レベルが上昇している。一方で、粘性を考慮していない場合は、家屋内の音圧レベルが急峻に上昇し、変動も大きい傾向にある。

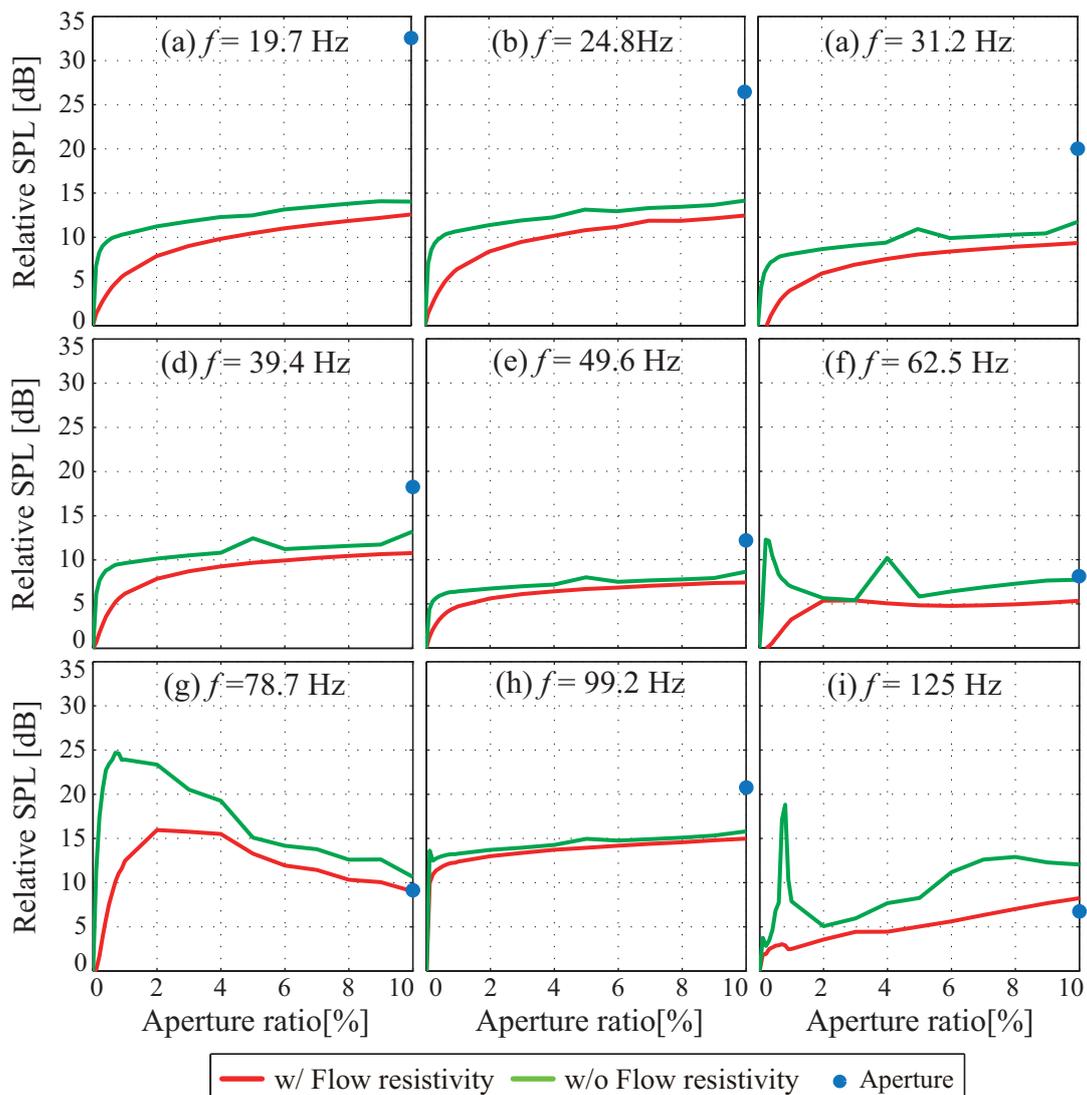


Fig. 3.37: Effect of the aperture ratio on the indoor SPL relative to the no-gap condition.

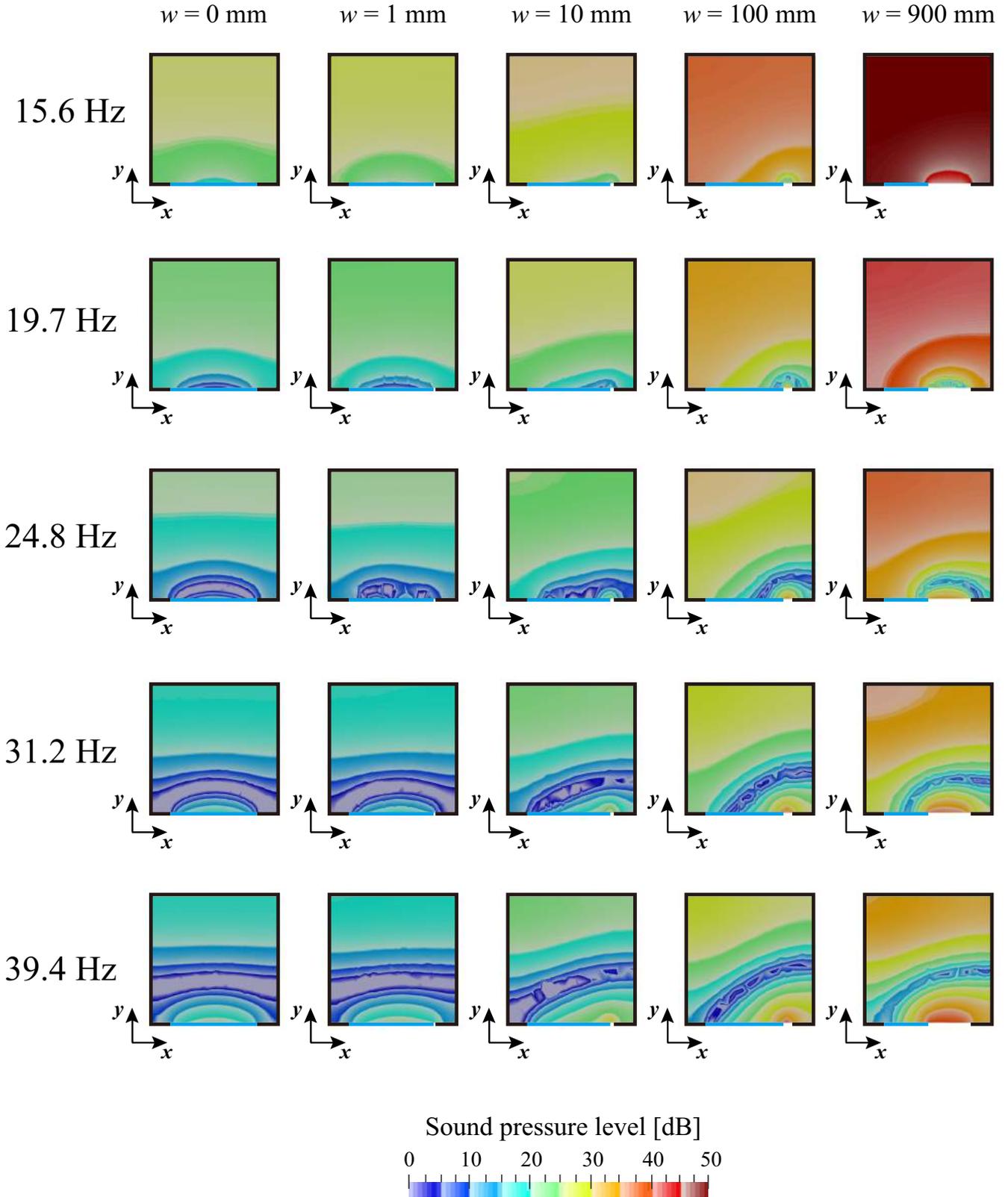


Fig. 3.38: Distribution of indoor SPL on x-y plane(z=1.0) at 15.6 ~ 39.4 Hz with changing gap width of window opening under "w/ Flow resistivity" condition.

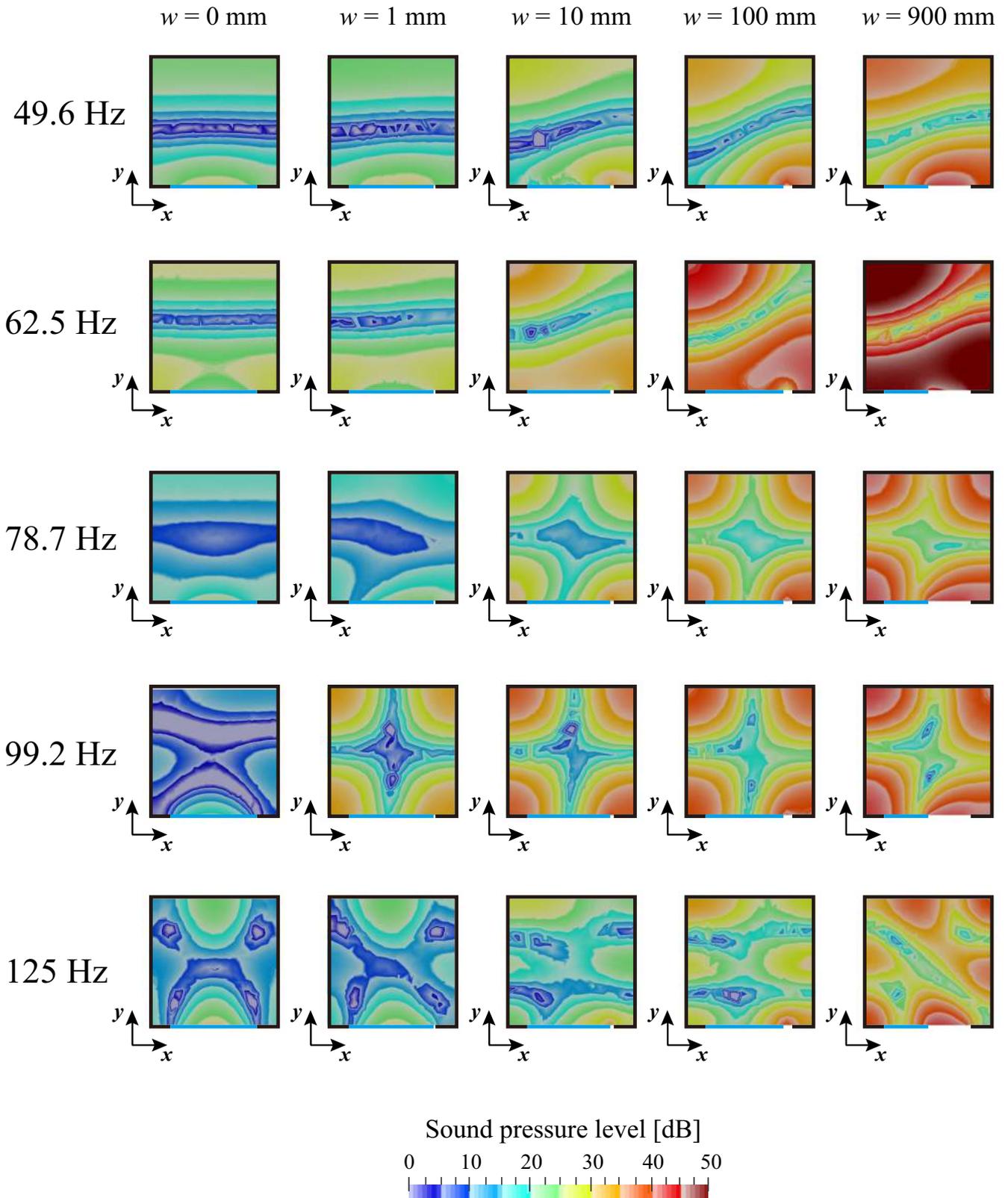


Fig. 3.39: Distribution of indoor SPL on x-y plane(z=1.0) at 49.6 ~ 125 Hz with changing gap width of window opening under "w/ Flow resistivity" condition.

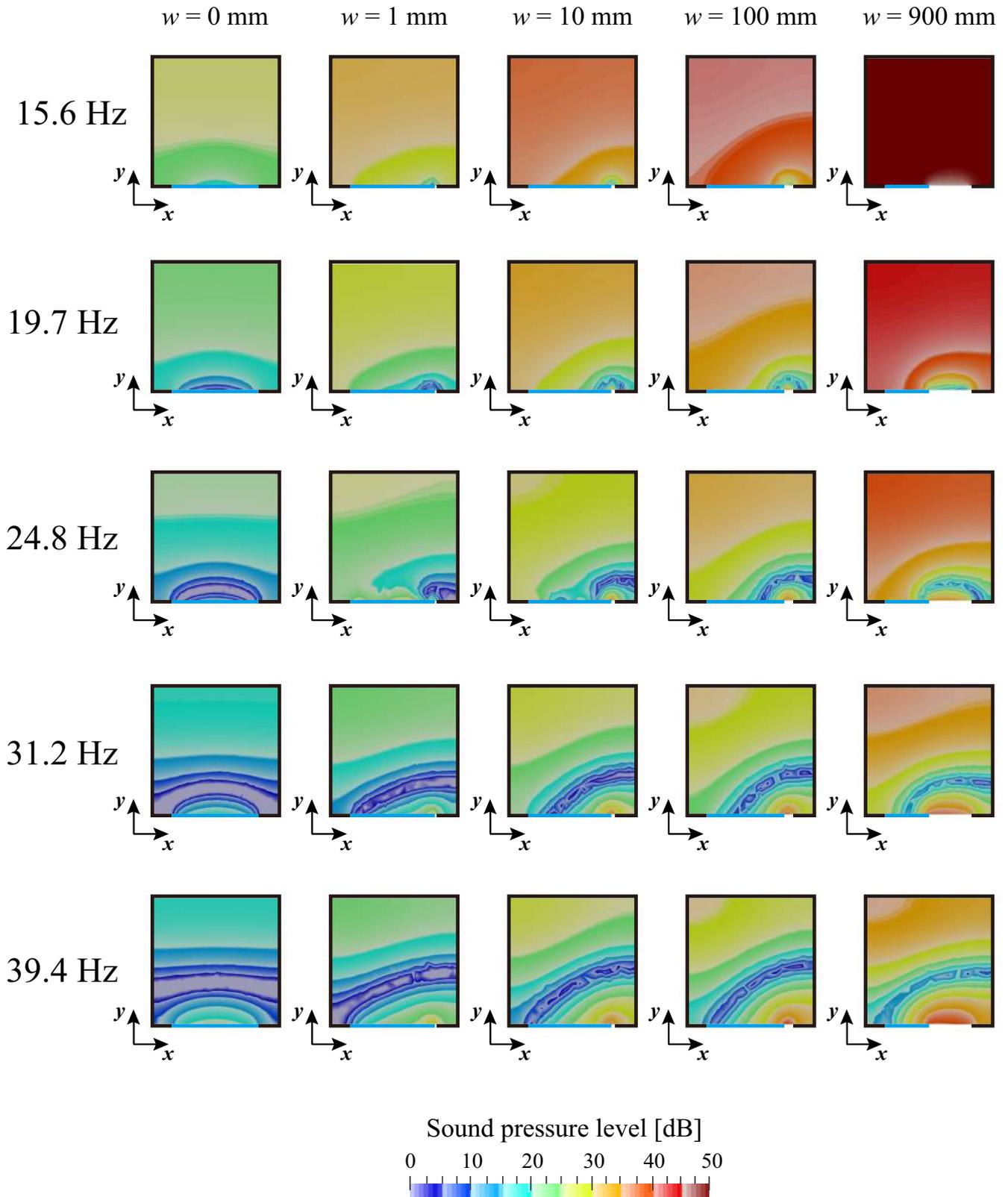


Fig. 3.40: Distribution of indoor SPL on x-y plane(z=1.0) at 15.6 ~ 39.4 Hz with changing gap width of window opening under "w/o Flow resistivity" condition.

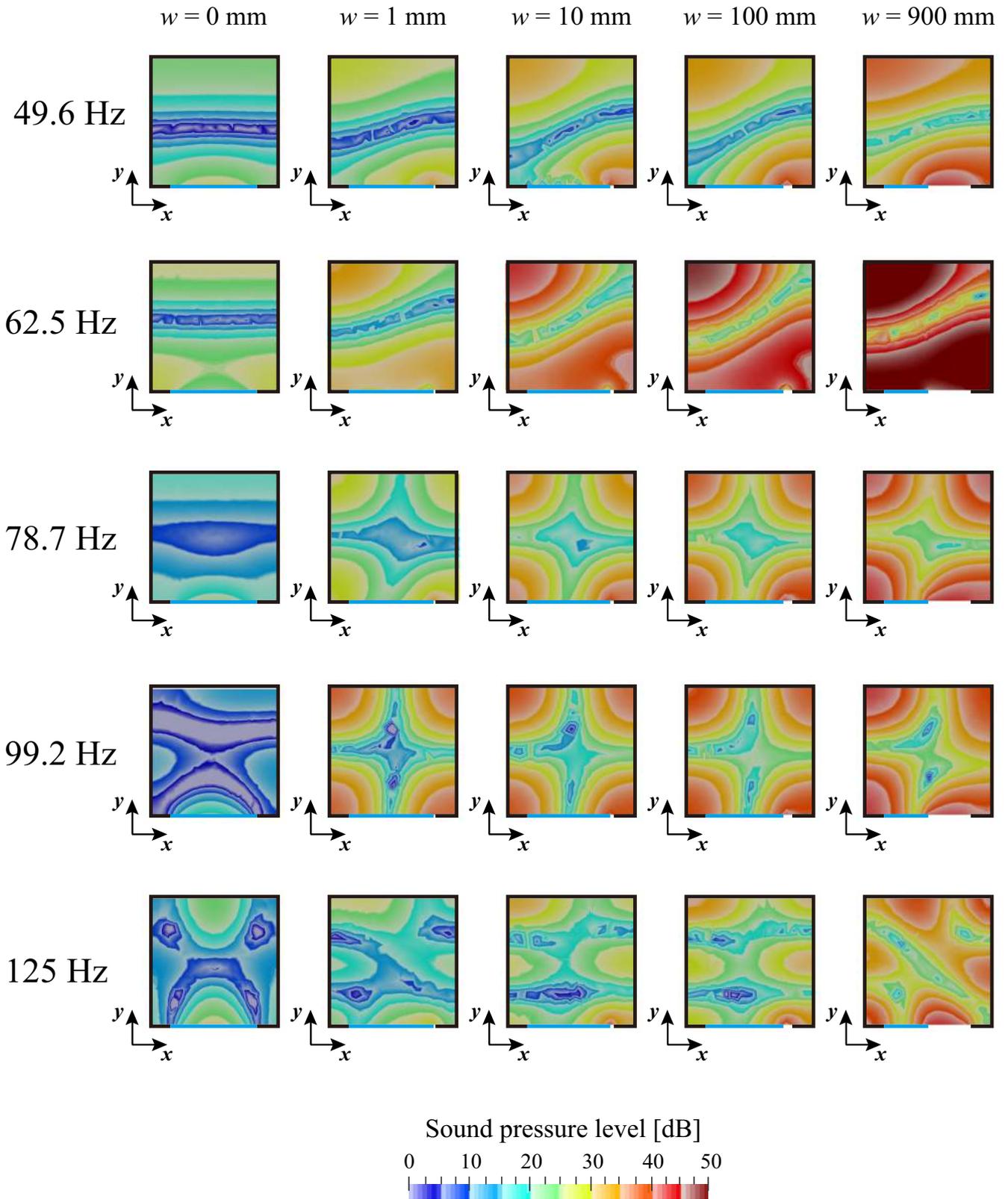


Fig. 3.41: Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.0$) at 49.6 ~ 125 Hz with changing gap width of window opening under "w/o Flow resistivity" condition.

3.4.2 換気口の影響

ここでは、換気口のモデル化を行い、換気口の有無が屋内音場に与える影響について考察を行った。住宅換気口の径は、必要換気量すなわち居室の大きさによって変化するものの、一般的には直径 100 mm 以下であり、換気口の長さは壁の厚さによって決まり、概ね 200 mm 程度と考えられる [15]。

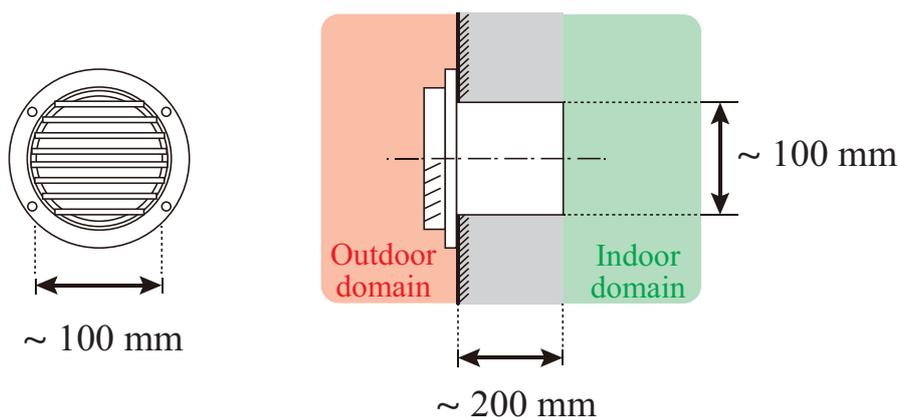


Fig. 3.42: Configuration and size of a ventilation opening.

■ 円形ダクト内（換気口内）の粘性境界層の理論

換気口の径は解析周波数帯域 4 ~ 125 Hz においては、波長 λ (2.72 ~ 85 m) に対して小さい寸法であるため、ダクト内においては空気の粘性の影響が考えられる。そこで、換気口内の粘性の影響について考えるため、円形ダクト内の粘性境界層について考える。円形ダクト内の粘性境界層厚 δ_v は下式で与えられる。

$$\delta_v = \sqrt{\frac{\eta}{\rho_0 \omega}} \quad (3.18)$$

ここで、 η は空気の粘性係数 [$\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$], ρ_0 は空気の密度 [kg/m^3], ω は角周波数を表す。本研究で対象としている周波数帯域 (6.3 ~ 125 Hz) においては、 δ_v は 139 ~ 776 μm の値をとる。Fig.3.43 に示す

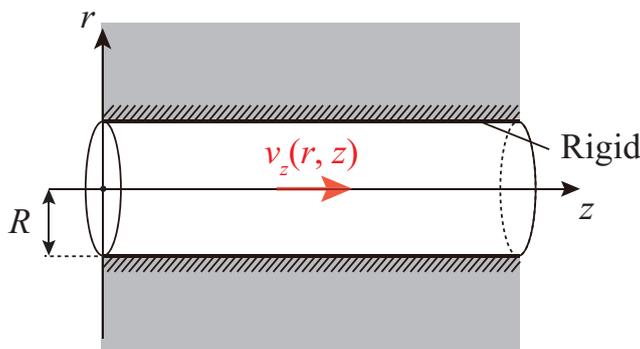


Fig. 3.43: The coordinate system of a cylinder.

ような空気で満たされた半径 R の開いた円筒管を考える。粘性流体における運動方程式は、線形化した Navier-Stokes 方程式により下式で表される。

$$\eta \Delta \mathbf{v} + (\eta + \zeta) \Delta (\Delta \cdot \mathbf{v}) - \nabla p = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (3.19)$$

ここで $\eta [\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2]$ は空気の粘性係数, ζ は空気の粘性率, $p [\text{Pa}]$ は音圧, $\mathbf{v} [\text{m}/\text{s}]$ は粒子速度, $\rho_0 [\text{kg}/\text{m}^3]$ は空気の密度を表す。ここで、以下の仮定をおこなう。

- 管壁は剛とし、非通気性かつ温度 T_0 は一定に保たれているとする。
- 流体は非圧縮性流体 ($\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$) とする。
- 円筒管内の空気要素は定常状態とする。(時間因子: $\exp(j\omega t)$)
- 円筒管内の流れは層状流れであることを仮定する。

また、問題の対称性と円筒管の長さが十分に長いことを考慮すると、粒子速度 \mathbf{v} は円筒軸 (z 軸) 方向に依存せず、半径 r 方向に依存する。 $\mathbf{v} = (0, 0, v_z(r, z))$ の関係から、Eq.(3.19) の Navier-Stokes 方程式は以下のように表せる。

$$\frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho_0 \frac{\partial v_z}{\partial t} \quad (3.20)$$

この方程式は円筒系の Bessel 方程式である。 $r = R$ における $v_z = 0$ であり、 $r = 0$ における v_z は有限値を持つ。よって、円筒管内の z 方向の粒子速度 v_z 以下のように表せる。

$$v_z(r, z, \omega) = -\frac{\pi_c(r, \omega)}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.21)$$

ここで、 $\pi_c(r, \omega)$ は下式で表される。

$$\pi_c(r, \omega) = -j\delta_v^2 \left(1 - \frac{J_0 \left(\frac{r}{\delta_v} \sqrt{-j} \right)}{J_0 \left(\frac{R}{\delta_v} \sqrt{-j} \right)} \right) \quad (3.22)$$

J_0 は 0 次の第 1 種 Bessel 関数であり、 δ_v は円形ダクトの粘性境界層である。

ここで、Eq.(3.21) において、 $p(z) = e^{-jkz}$ としたとき、 $z = 0$ における円筒管断面内の z 方向の粒子速度分布を Fig.3.44 に示す。円筒管の半径 R を 1, 10, 100 mm とすると、半径 R の大きい条件については、管壁の近傍を除いて、断面内において粒子速度の分布は一様となっており、空気の粘性の影響が小さいことがわかる。一方で、半径 R の小さい条件では、断面内で粒子速度の分布が生じており、空気の粘性の影響が大きく出ている。また、低い周波数帯域ほど粘性境界層厚 δ_v が大きな値を取るため、円筒管断面内に分布が生じる傾向がある。ここで、粘性境界層厚 δ_v と円筒管の半径 R の関係性について以下にまとめる。

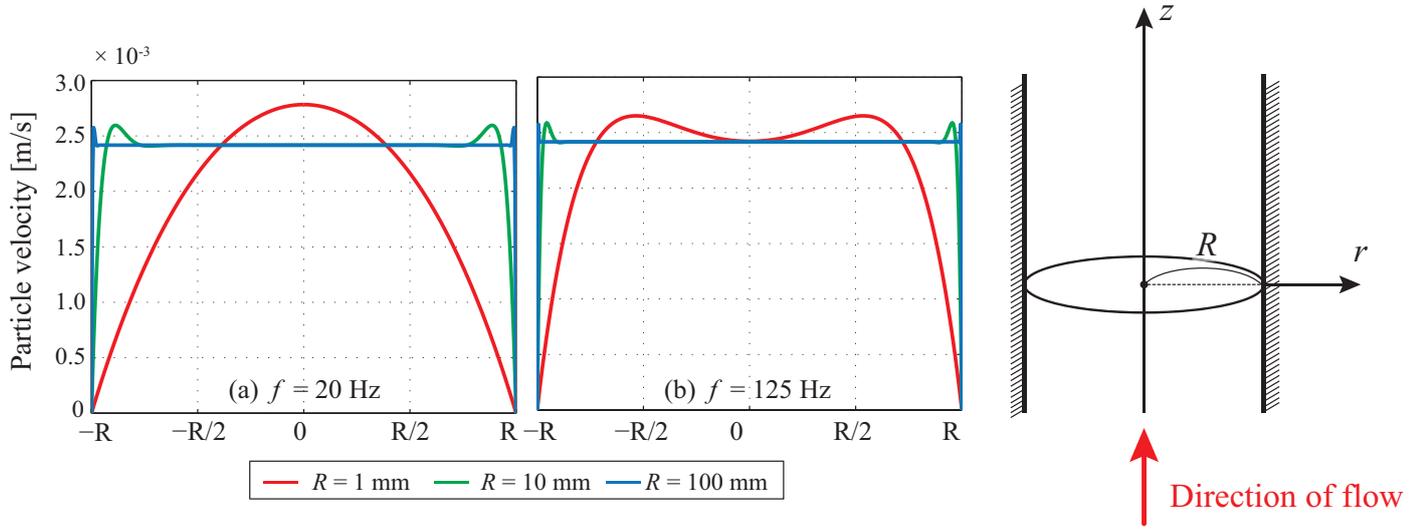


Fig. 3.44: Particle velocity distribution of the cylinder cross-section for different radii of cylinder.

高周波領域

高周波領域 ($\delta_v \ll R$) では、流体の粘性による影響が主に管壁の近傍に集中する。その他の円筒管断面における粒子速度は以下の式で表される。

$$v_z(r, z, \omega) = \frac{1}{j\omega\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.23)$$

低周波領域

低周波領域 ($\delta_v \gg R$) では、粘性の影響が支配的になり、円筒管断面全体で流体の流れが変化する。ここで、円筒管断面における平均粒子速度 $\langle \mathbf{v} \rangle$ は以下の式で表せる。

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\int_0^R 2\mathbf{v}\pi r dr}{\pi R^2} \quad (3.24)$$

$$\int_0^a r J_0(r) dr = a J_1(a) \quad (3.25)$$

したがって、

$$\langle \mathbf{v} \rangle = -\frac{\Pi_c(\omega)}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.26)$$

ここで、

$$\Pi_c(\omega) = -j\delta_v^2 \left(1 - 2 \frac{\delta_v}{R\sqrt{-j}} \frac{J_1\left(\frac{R}{\delta_v}\sqrt{-j}\right)}{J_0\left(\frac{R}{\delta_v}\sqrt{-j}\right)} \right) \quad (3.27)$$

また、低周波領域 ($\omega \rightarrow \infty$) における巨視的挙動としては、管内の流体の流れはダルシーの法則 (Darcy's law) により記述できる。

$$\langle \mathbf{v} \rangle = -\frac{\Pi_c(0)}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.28)$$

ここで、 $\Pi_c(0) = R^2/8$ は流体の物理量には依存せず、ダクトの半径に依存する。これより低周波領域において、円形ダクト内における流れ抵抗 σ は以下の式により表せる。

$$\sigma = 8\eta/R^2 \quad (3.29)$$

住宅換気口においては半径 R は ~ 50 mm 程度のオーダーであるため、Fig.3.44 からわかるように、粘性の影響は小さいと考えられるため、本検討では換気口内の空気の粘性は考慮しないモデルで解析を行うこととする。

■ 解析モデル

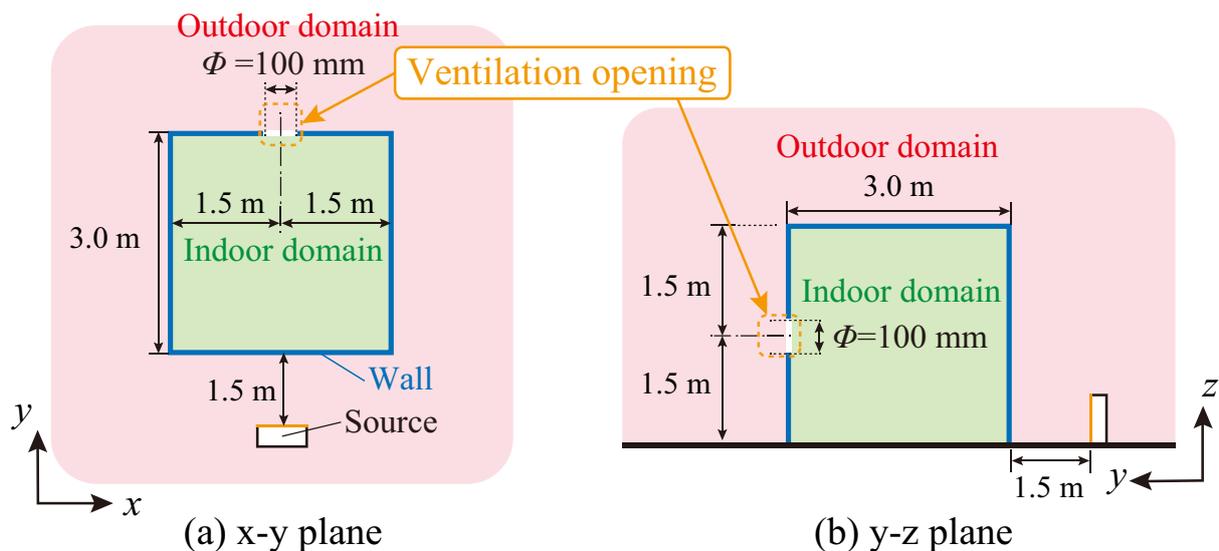


Fig. 3.45: Numerical models of a box-shaped house with ventilation opening on the a wall.

解析モデルは第 3.3 節の外壁からの透過・伝搬に関する検討と同様のモデルにおいて、音源側の外壁に対向する壁面に換気口を想定した直径 $\Phi = 100$ mm の円形開口部を設定する (Fig.3.45)。換気口は外壁面の中央に配置し、形状入力の簡便性や換気口の有無が屋内音場に与える影響を検討するため、換気口の長さ方向については 0 とした。解析条件は無張力膜要素を指定する面の数と外壁の面密度 m をパラメータとして解析を行う。第 3.3 節の解析結果と比較することで、換気口の有無の影響を検討する。周波数、離散化、音圧レベル分布の算出に関しては第 3.2 節と同様の解析条件で行った。空間の離散化については、換気口周辺のみ局所的に細かく離散化を行った。外壁の面密度 m をパラメータとして、各解析 Type で挿入損失 IL を算出した (Fig.3.46)。面密度 m における垂直入射の透過損失 R_0 の質量則を併記する。

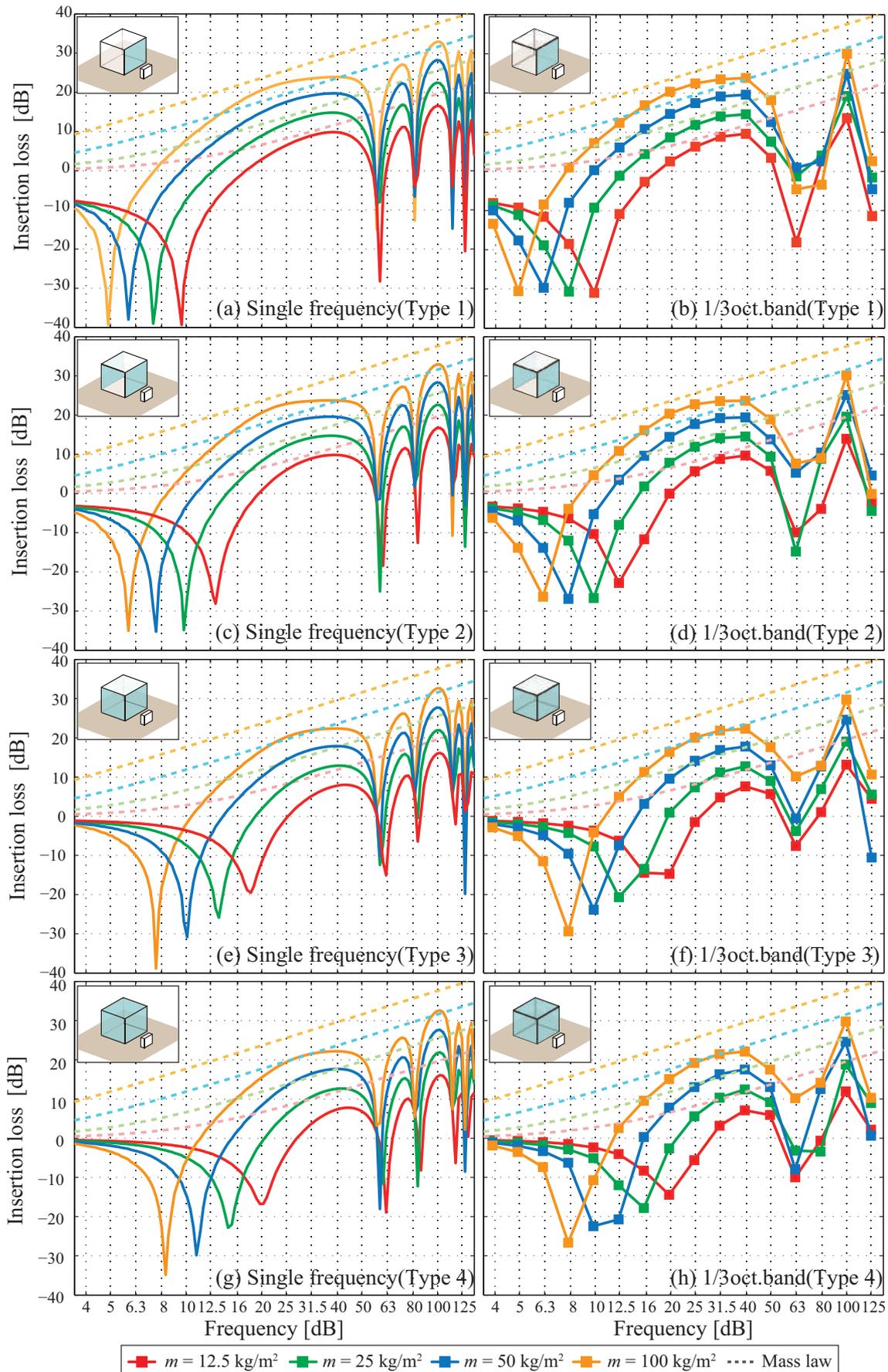


Fig. 3.46: Insertion loss of four types of house model with ventilation opening, with changing the area density of membrane walls. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.

■ 換気口の有無の影響

第 2.4 節の外壁からの透過・伝搬に関する検討と比較すると、各解析 Type において、換気口の設置により全周波数帯域で挿入損失 IL が低下している。そのため、超低音域における家屋内の共振周波数 f_r から家屋内の固有モード周波数までの非共振帯域において、透過損失 R_0 の質量則との対応が悪くなっている。Type3, Type 4 では、面密度 m が半分相当の質量則と対応しているような変化も見られる。

換気口の設置前後における家屋内の音圧レベルの変化量を Fig.3.47 に示す。各解析 Type において、超低音域において家屋内の音圧レベルの著しい低下と上昇が見られる。これは換気口の設置により、超低音域における家屋内の共振周波数 f_r が高域側にシフトする影響だと考えられる。そのため、換気口を設置することで、寧ろ家屋内の音圧レベルが低下するような現象も発生している。また、外壁質量が大きいほど、家屋内の音圧レベルの変化量が大きい傾向が見られ、比較的高重量な外壁を有する家屋においては、換気口付近で遮音対策をすることで、効果が得られる可能性が示唆される。12.4 ~ 31.2 Hz の周波数帯域では、20 Hz 以上の周波数帯域では、家屋内の音圧レベルが若干上昇する傾向にあるが、著しい変化は見られない。特に、家屋内に固有モードが発生し始める周波数帯域では、屋内音場はリアクティブな音場になっており、有効にエネルギー伝搬するアクティブな成分が少ないと考えられる。そのため、換気口を設置しても家屋内の音圧レベルに大きな変化はなかったと考えられる。

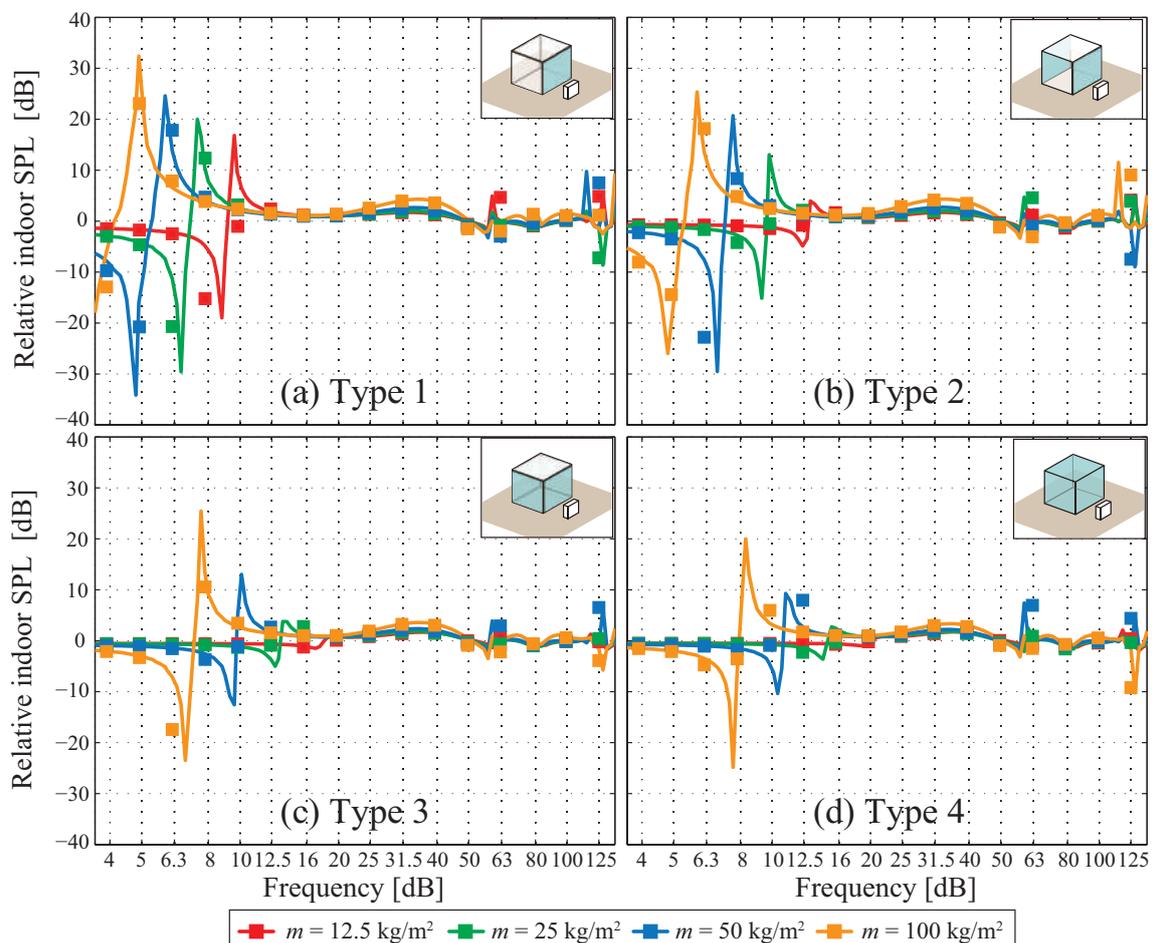


Fig. 3.47: Relative indoor SPL of before and after setting ventilation opening.

■ 家屋内のエネルギーの伝搬性状

半自由空間において、音源から 1 m 離れた位置における音圧レベルが 46 dB になるように振動境界面の振動速度を調整した条件において、家屋内のアクティブインテンシティレベル分布を 1/3 オクターブバンド中心周波数毎に単一周波数で算出した。Type4 の解析モデルにおいて、外壁の面密度 $m = 50 \text{ kg/m}^2$ とした条件で換気口の有無で算出した。(Fig.3.48,3.49)。

20 Hz 以下の周波数帯域においては、換気口付近のアクティブインテンシティレベルが上昇しており、換気口付近からエネルギーの伝搬性状が変化している。また、12.4 ~ 31.2 Hz の周波数帯域では、音源側からの外壁面でなく、家屋の背面側に回折した音波が家屋内に伝搬するような現象が発生している。

50 Hz 以上の周波数帯域では、換気口の有無によって家屋内全体のエネルギー流性状に大きな差がないように見える。家屋内に固有モードが発生し始める周波数帯域ではリアクティブな音場成分が支配的になり、換気口から有効にエネルギーが伝搬しないと考えられる。そのため、換気口の有無によって家屋内の音圧レベルに殆ど差がなかったと考えられる。

一方で、本検討では、外壁の中心のような対称的な場所に換気口を配置したため、20 Hz 以上の周波数帯域では、設置前後での屋内の音圧レベルに大きな差が見られなかった。一方で、外壁の非対称的な場所に配置されることで、屋内音場の加振条件が変化することで、別の固有モードが発生する可能性が考えられる。

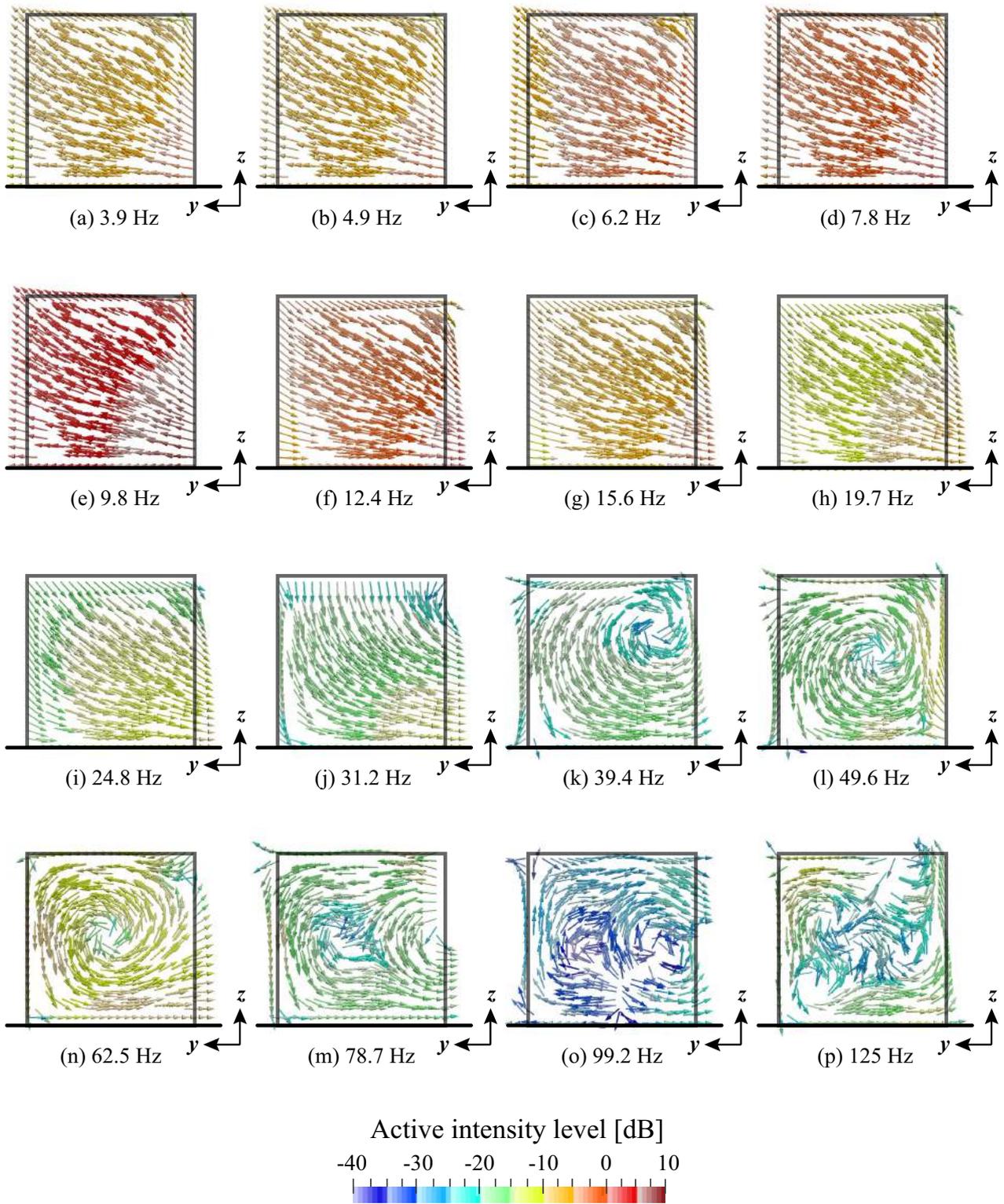


Fig. 3.48: Distribution of active intensity level on y-z plane($x=0$) without ventilation opening on the wall(Type 4, $m = 50 \text{ kg/m}^2$).

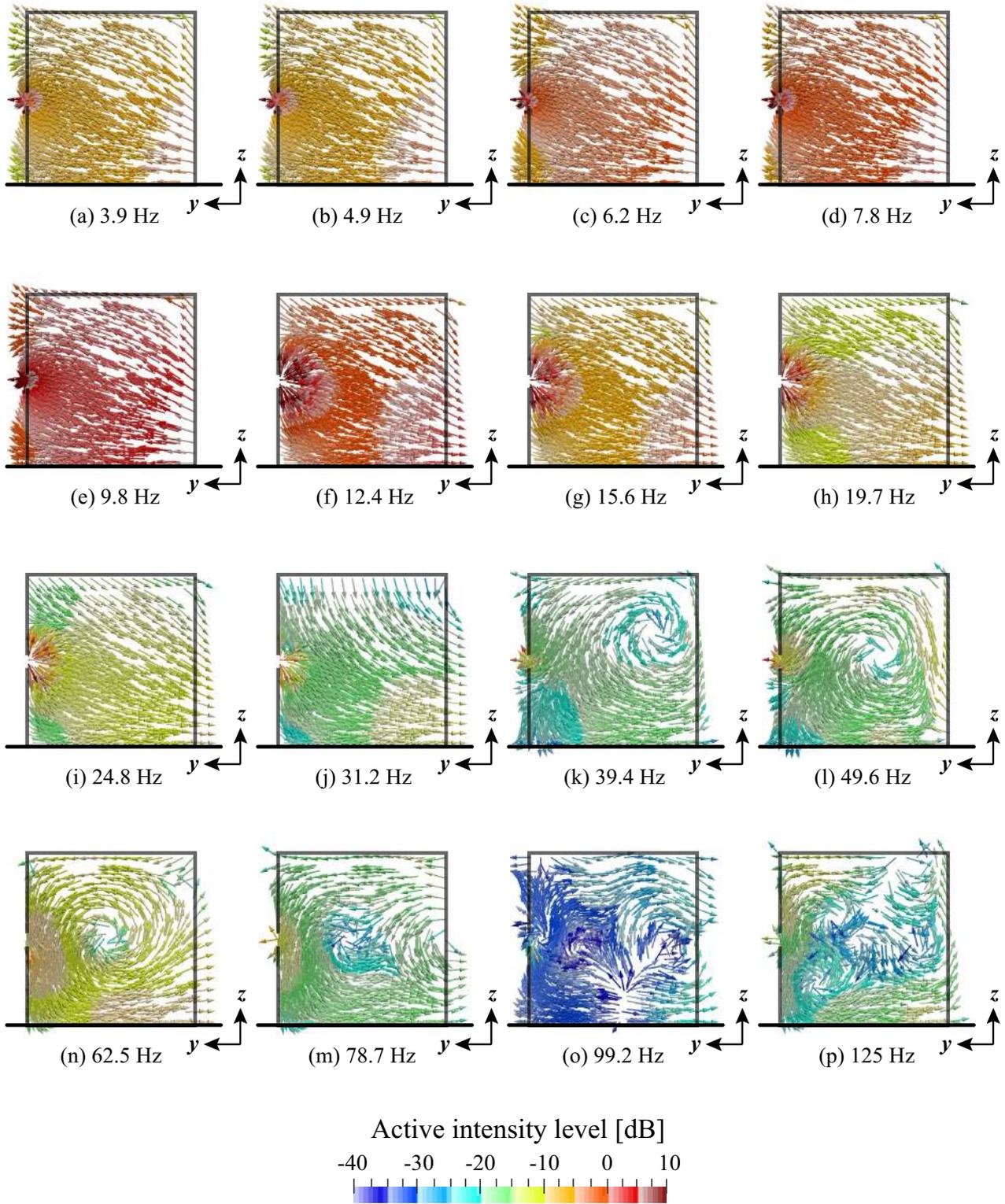


Fig. 3.49: Distribution of active intensity level on y - z plane ($x=0$) with ventilation opening on the wall (Type 4, $m = 50 \text{ kg/m}^2$).

3.5 まとめ

本章では、定常的な低周波音を発生する設備機器が家屋の近傍に設置されている状況を模擬し、音響振動連成解析により低周波領域における家屋の数値解析モデルの構築を行った。受音系における低周波領域の家屋の遮音性能に関わる要素として(1)窓、(2)外壁、(3)微小な隙間の3つの項目について、解析モデルを構築し、屋内音場に与える影響を検討した。

第1節では、想定する状況から、解析モデルの構築、また本論文で重要なファクターとなる屋外音場の模擬について妥当性を検証した。

第2節では、窓からの透過・伝搬に関する検討において、窓の質量や剛性の影響を検討した。超低音域において、家屋内空気をばね、窓（開口部）を質量とする共振系が形成され、家屋内の音圧レベルが著しく上昇する現象が見られた。この共振系の共振周波数は窓（開口部）の面積、質量や家屋の容積、窓の固有周波数により決定すると考えられる。そのため、これらのパラメータを変化させることで家屋内の音圧レベルが上昇する周波数帯域を制御できる可能性が示唆された。また、家屋内の固有モード周波数に近接する周波数帯域で家屋内の音圧レベルが上昇する傾向にあった。そのため、高次の固有モードが近接する100 Hz付近では、質量則ほどの遮音性能は期待できない可能性が示唆された。特に、固有モードが縮退していないような家屋の寸法比であると、屋内の音圧レベルが上昇する周波数帯域が多くなると考えられる。一方で、家屋内の固有モード周波数に近接していても、発生していない固有モードも存在していた。一般に、固有モードの励起は屋内音場の加振条件に依存すると考えられ、音源の位置を変化させることで固有モードの励起を制御できる可能性が示唆された。

第3節では、外壁からの透過・伝搬に関する検討において、外壁質量の影響を検討した。窓から透過・伝搬に関する検討と同様に、超低音域において家屋内空気をばね、外壁を質量とする共振系が形成され、家屋内の音圧レベルが著しく上昇する現象が見られた。また、家屋内の固有モードの励起により、家屋内の音圧レベルが上昇傾向にあった。一方で、家屋内空気と外壁の連成系での固有モードの発生により、音圧レベルの上昇値（挿入損失の低下値）が外壁質量や周波数により異なっていた。これより、家屋内の固有モード周波数における音圧レベルの上昇値は、家屋の外壁質量や周波数に依存する可能性が示唆された。

第4節では、微小な隙間からの透過・伝搬に関する検討において、窓開放と換気口の有無の影響について検討を行った。窓の開放によって生じる微小な隙間では、空気の粘性を考慮していないと、家屋内への透過音を過大評価する可能性が示唆された。隙間が生じることで屋内音場の加振条件が変化し、隙間がない状態では発生していない家屋内の固有モードが励起された。一方で、隙間幅を大きくすることで超低音域での共振周波数が高域側にシフトする影響で、8 Hz以下の周波数帯域で、隙間がない状態よりも家屋内の音圧レベルが低下するような現象も見られた。

換気口の影響では、超低音域における共振系での共振周波数 f_r が高域側にシフトする影響で、換気口を設置することで、寧ろ家屋内の音圧レベルが低下するような現象が見られた。特に、家屋内に固有モードが発生し始める周波数帯域では、リアクティブな音場成分が支配的になり、換気口から有効にエネルギーが伝搬せず、換気口の有無によって家屋内の音圧レベルに殆ど差がなかったと考えられる。

本章における各種検討では、超低音域において屋内空気をばね、窓や外壁を質量とする共振系の形成

と、家屋内の固有モードの発生が屋内の音圧レベルが上昇する共通要因として挙げられた。前者の超低音域における共振系の形成は、窓や外壁の質量や剛性、換気口等の微小な隙間によって共振周波数 f_r が変化するため、家屋内の音圧レベルが上昇する周波数帯域を厳密に予測することは困難だと考えられる。一方で、室容積や窓の面積、質量等から、パラメータを適切に与えることで、ある程度精度で家屋内の音圧レベルが上昇する周波数帯域を予測できる可能性が示唆された。また、後者の家屋内の固有モードの発生は、家屋の寸法や比で決定するため、家屋内の音圧レベルが上昇する周波数帯域は、比較的容易に予測ができると考えられる。一方で、定量的な家屋内の音圧レベルの上昇値については、不明瞭な部分も多い。本検討では音場、振動場における減衰を考慮していなかったため、共振帯域での家屋内の音圧レベルの上昇が顕著だったと考えられ、音場、振動場の減衰の考慮した検討の必要がある。

第4章

模擬家屋を用いた低周波音に対する家屋の遮音性能の測定

4.1 はじめに

第3章では、定常的な低周波音を発生する設備機器が家屋の近傍に設置された状況を想定し、有限要素法を用いた音響振動連成解析により、低周波領域における家屋の数値解析モデルの構築を行った。低周波領域の遮音性能に関わる要素の中でも、“受音系”のような家屋側の要素を中心に検討を行い、窓、外壁、微小な隙間からの透過・伝搬を模擬し、それぞれの個々の要素が家屋内の音場に与える影響について考察した。一方で、数値解析のような理想環境下での知見は得られたものの、実環境での低周波音の騒音伝搬や音響透過等の物理現象については不明な点が多い。

本章では模擬家屋と低周波音源を用いて、家屋内で音圧レベル分布の測定を行う。実環境においては、家屋の窓や外壁の質量を変化させることは困難なため、実環境で可能なパラメータとして、窓の開放条件や音源の配置、換気口の有無等を測定条件として計測を行った。

同時に実測における測定条件を模擬した数値解析と実測結果を比較を行うと共に、実環境での家屋内外における低周波音の伝搬現象を考察する。

4.2 測定概要

低周波音源を家屋の近傍に配置し、家屋内の多数点で音圧レベルを計測した。測定は小林理学研究所の敷地内で実施した。2015年11月18日～11月22日の4日間で測定を実施した。

4.2.1 模擬家屋

測定に使用した模擬家屋の概要を Fig.4.2 に示す。大きさは、内寸が $4.8\text{ m} \times 1.8\text{ m} \times 2.15\text{ m}$ であり、外寸は $5.0\text{ m} \times 2.2\text{ m} \times 2.5\text{ m}$ である。家屋の一面に $1.8\text{ m} \times 1.8\text{ m}$ の引き違い窓（ガラス厚 5 mm ，アルミサッシ）が設置されている。模擬家屋はコンクリートブロックの上に設置されており、地面から 20 cm 程立ち上がっている。外壁は外壁材，合板，吸音材，石膏ボード等で構成されており、面密度 m はおよそ $20 \sim 40\text{ kg/m}^2$ であると考えられる。なお，本章では模擬家屋の長手方向を x 方向，短手方向を y 方向，高さ方向 z 方向と定義する。



Fig. 4.1: The test house for experiment.

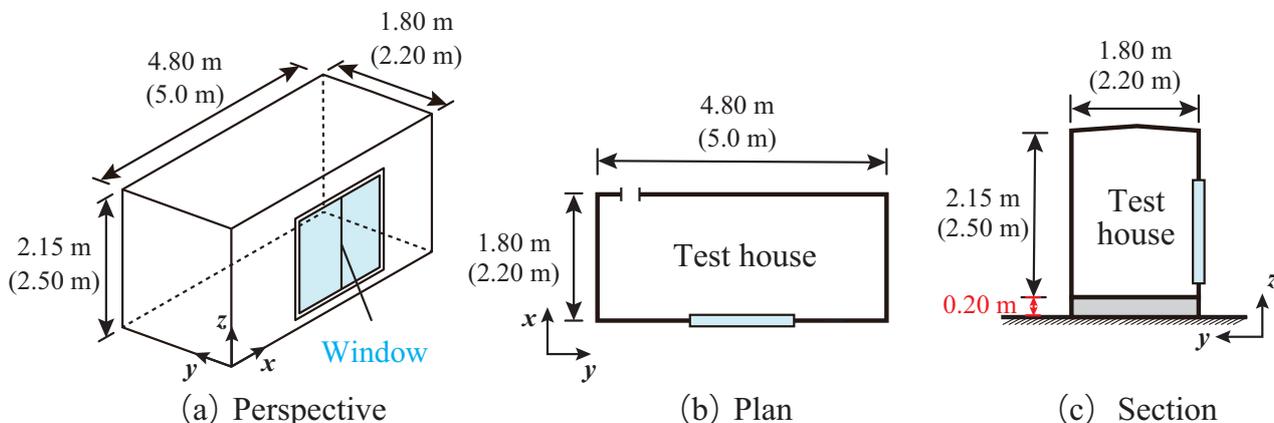


Fig. 4.2: Dimensions of the test house for experiment.

4.2.2 低周波音源

実測に用いた低周波音源は4つの音源を使用した。4～20 Hzの周波数帯域は、80Φ低周波音用サブウーファー、空圧式サーボアクチュエーターを使用し、信号はSweep純音を使用した。25～125 Hzの周波数帯域は、市販のサブウーファー、スピーカーを使用し、信号はピンクノイズを使用している。

Table. 4.1: Using sound sources and signals for the experiment.

Frequency	4～20 Hz	25～80 Hz	100 Hz～
Sound Source	(a) Fostex Super Woofer FW800HS	Electro Voice FORCE-iSUB	JBL MRX500
	(b) Pneumatic servomechanism		
Signal	Sweep sine wave	Pink noise (31.5, 63 Hz)	Pink noise(125～1000 Hz)



(a) Fostex Super Woofer FW800HS



(b) Pneumatic servomechanism



(c) Electro Voice FORCE-iSUB



(d) JBL MRX500

Fig. 4.3: Low-frequency sound sources for the experiment.

4.2.3 測定条件

■ 窓の開放条件

家屋に設置されている引き違い窓の開放条件は、以下の全4条件で測定を実施する (Fig.4.4)。

1. 全面開放 (窓なし) : 窓をサッシから取り外した状態
2. 5 cm 開放 : 窓を 5cm 開放した状態
3. 窓閉じ : 窓を完全に閉め, 中から鍵をかけた状態
4. 窓閉じ + テープ気密 : 窓閉じ状態に養生テープでサッシ周囲の隙間を塞いだ状態



(a) Aperture(w/o window)

(b) 5 cm open

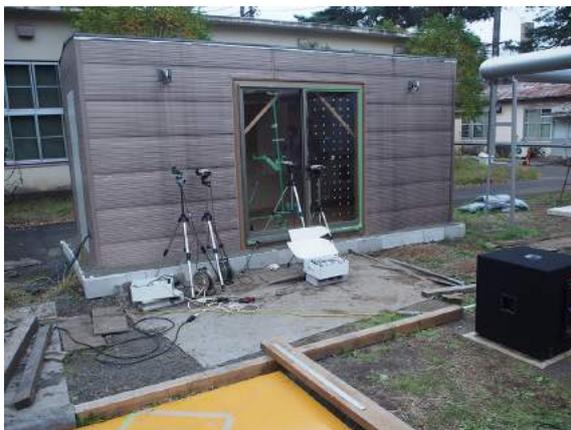
(c) Close

(d) Close with tape

Fig. 4.4: Opening conditions of the window of test house.

■ 音源の配置

模擬家屋の窓が設置されている面に対し、(1) 正面方向, (2) 斜め方向に音源を配置して、測定を実施する (Fig.4.5)。各種音源と模擬家屋の配置を Fig.4.6 に示す。



(a) Front position



(b) Oblique position

Fig. 4.5: Conditions of the sound source's position.

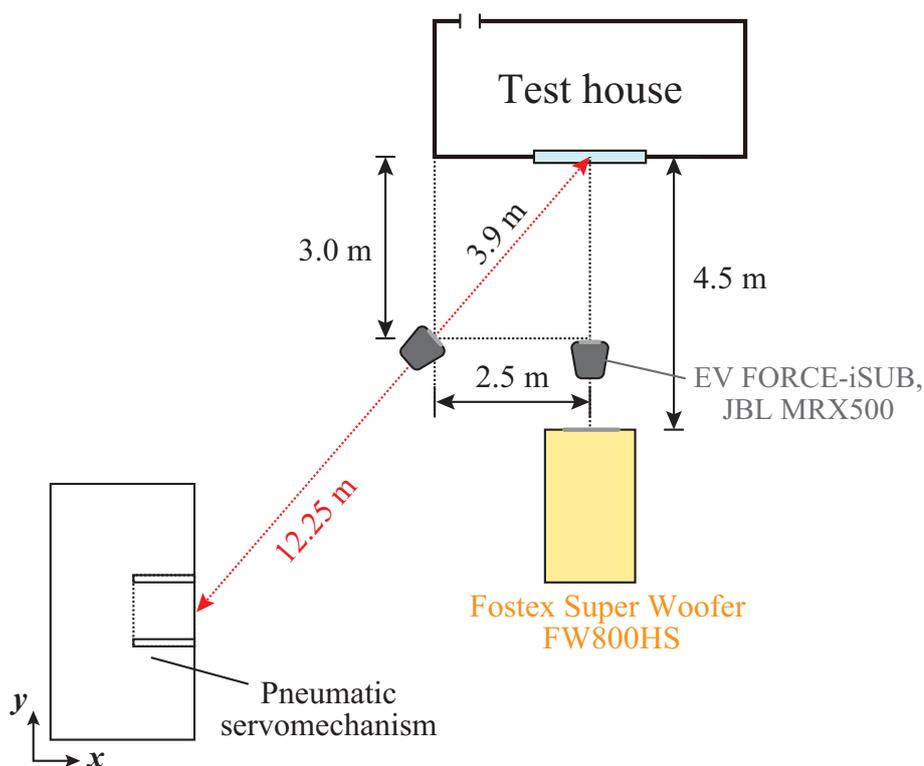


Fig. 4.6: Arrangement of the sound sources and the test house.

■ 換気口の有無

家屋の外壁面に直径 75 mm ほどの穴が空いている。これを家屋の換気口と想定して、換気口の有無の条件で測定を実施した。ここでは、穴をパテで埋めた状態のことを換気口がない状態とし、窓の開放条件における”窓閉じ”の条件でのみ実施する。

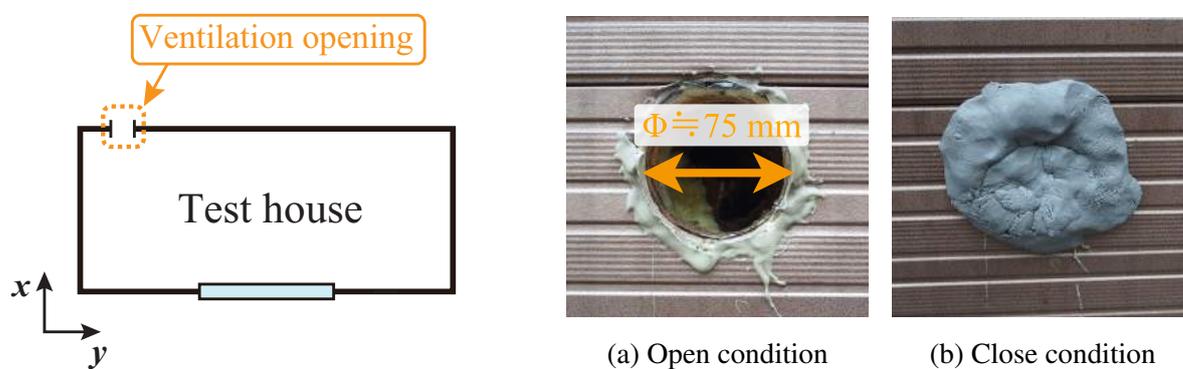


Fig. 4.7: Conditions of ventilation opening of test house.

■ 床下からの音波の伝搬対策

模擬家屋はコンクリートブロックの上に設置しているため、地面から 20 cm ほど立ち上がっている。そのため、床下から音波が伝搬する可能性が示唆される。本測定ではその影響を限りなく排除するため、模擬家屋の床下の周囲を砕石や砂利を使ってを埋め、床下からの音波の伝搬対策を行った。

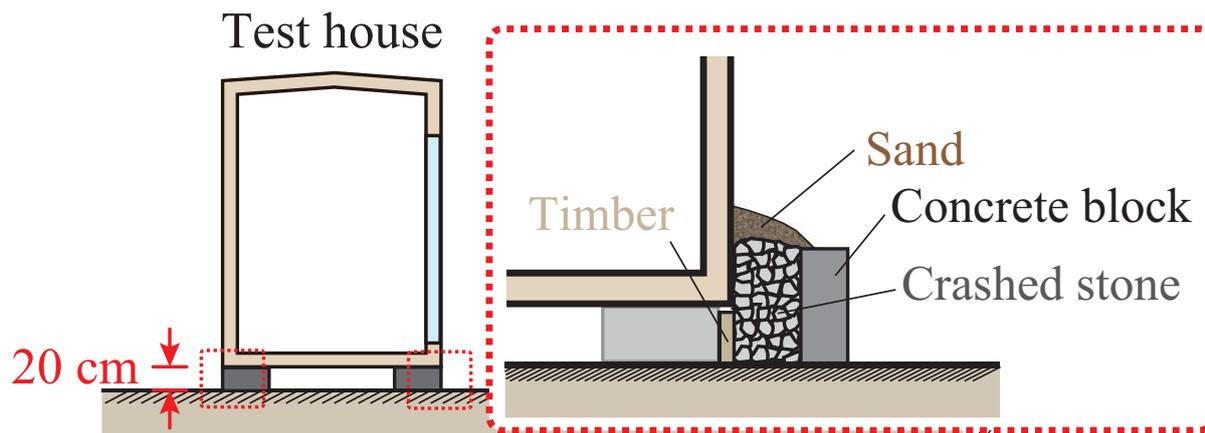


Fig. 4.8: Propagation measures of the sound wave from the floor bottom of the test house.

■ ドア周辺の対策

模擬家屋の側面には出入りのためのドアがついている。ドアは外壁の重量に比べて軽量であり、ドアの周囲には微小な隙間が生じているため、その影響が懸念される。本測定ではその影響を限りなく排除するため、ドアを外し、外壁構造に合わせて、その箇所を新たに外壁を施工した。



(a) Before construction



(b) After construction

Fig. 4.9: Figure before and after the construction wall in the place where there was the door.

4.2.4 測定方法

■ 家屋内の測定点

長手方向 (x 方向) に 7 点, 短手方向 (y 方向) に 5 点, 高さ方向 (z 方向) に 5 点配置し, 全 175 点で音圧レベルを計測する (Fig.4.10)。計測は yz 断面の 25 点 (5 点 \times 5 点) で同時に計測するための木組みユニットを作成し, 断面ごとに (全 7 断面) 測定を実施した (Fig.4.11)。

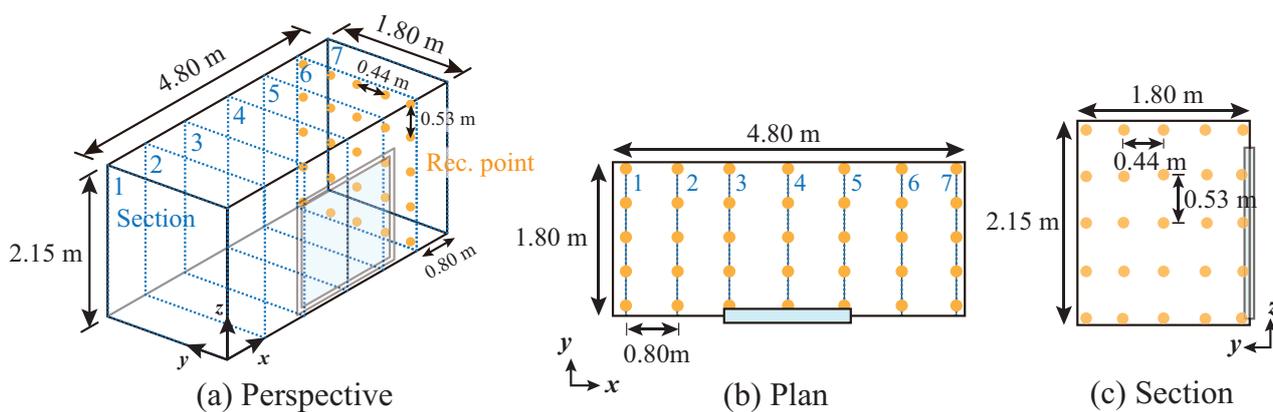


Fig. 4.10: Dimensions of the test house and the arrangement of indoor microphones.



(a) Section 1



(b) Section 5

Fig. 4.11: Arrangement of indoor microphones using wooden frame unit.

■ 使用機器と音圧レベルの測定方法

家屋内の音圧レベルを測定について、以下のシステムを用いて測定を行った (Fig.4.12)。低周波音計及び低周波音測定機能付き精密騒音計は RION XN-12A, RION NA-17, RION XN-1G, RION NL-62 を使用した (Fig.4.13)。サンプリング周波数 f_s は 6000 Hz で、25 ch で同時に計測する。信号が Sweep 純音の場合は、信号の最初から最後までを収録できるように、計測を開始してから信号を再生し、1 周期終了した後に計測を止める。そして、1/3 オクターブバンドの音圧レベルの最大値 L_{\max} を算出する。また、信号がピンクノイズの場合は、音源信号を再生してから計測を始め、1 分間計測した後に計測を止め、音源信号を停止する。そして、1/3 オクターブバンドの等価音圧レベル L_{eq} を算出する。

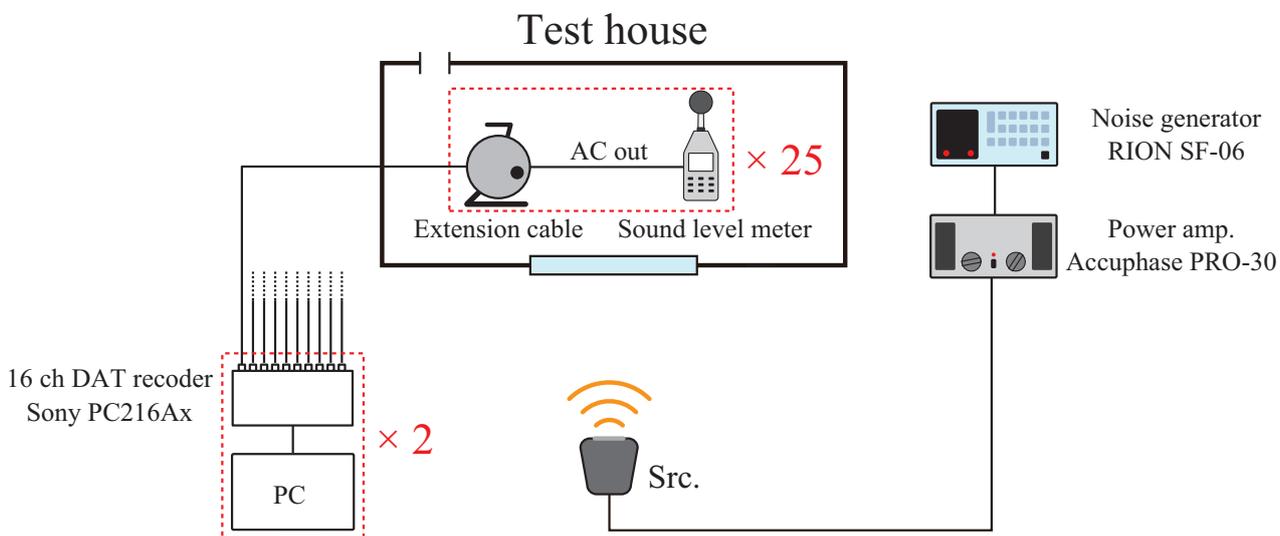


Fig. 4.12: System diagram of sound pressure level measurement.



Fig. 4.13: Low-frequency sound meters for the experiment.

4.2.5 測定値の補正について

■ 個々の低周波音計の補正

測定に使用した低周波音計は、個々で感度が異なっており、それぞれの低周波音計の特性を補正する必要がある。低周波音計を一箇所に円形に並べ、空圧サーボアクチュエーターから 7 Hz の純音を発生させて、1 分間音圧レベルの計測を行った (Fig.4.14)。7 Hz のような超低音域においては、一箇所に集めた低周波音計で音圧レベルに差がないという仮定の元で、1/3 オクターブバンドの 6.3 Hz と 8 Hz の等価音圧レベル L_{eq} の平均値をそれぞれの低周波音計で算出し、1 つの低周波音計を基準にした差分値を算出した。各測定結果における個々の低周波音計について、この差分値を補正している。



Fig. 4.14: Characteristic correction of each low-frequency sound level meters.

■ 測定断面ごとの補正

測定は yz 断面ごとの 25 点ずつ計測するため、断面によって測定日時も異なり、気象条件等の測定環境が変化していると考えられる。その影響を補正するため、各断面の一番下の列の低周波音計の位置に対応するように、家屋の床面に並べた状態で各種条件について測定を行った (Fig.4.15)。各断面の一番下の列の低周波音計に対応する 3 点において、1/3 オクターブバンドの音圧レベルの平均値の差分値 $\Delta L = \bar{L}_{\text{floor}} - \bar{L}_{\text{section}}$ を算出し、断面内の 25 点 (5 点 \times 5 点) の測定値に補正している (Fig.4.16)。



Fig. 4.15: Measurement for correction of each cross section.

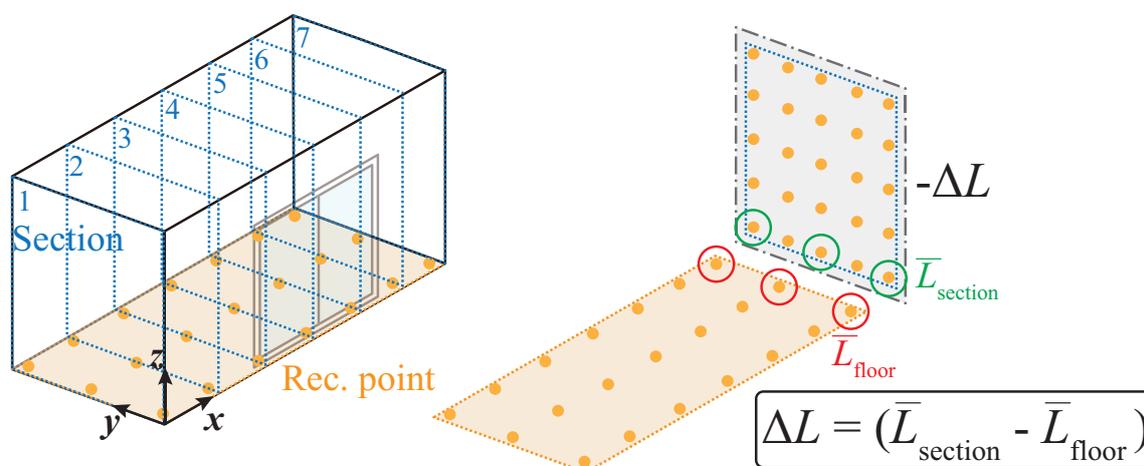


Fig. 4.16: Calculation method of the correction value of each cross section.

4.3 測定結果

4.3.1 算出指標

本測定において、模擬家屋の遮音性能を評価する指標として、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を算出する。屋外音圧レベルについては、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベル L_{out0} とする。別途で各種音源の距離減衰を測定した結果から、音源を点音源と仮定して算出した。屋内音圧レベルについては、全測定点 175 点の音圧レベルのエネルギー平均 \bar{L}_{in} を使用する。

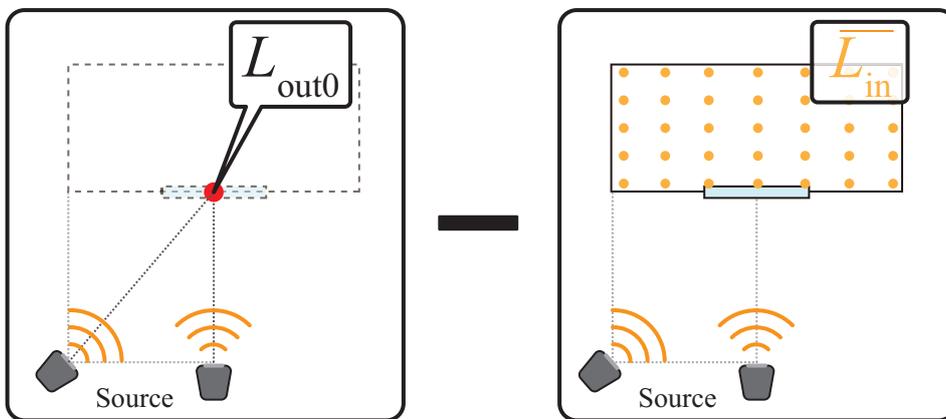


Fig. 4.17: Calculation method for SPL difference between indoor and outdoor.

■ 各種音源の距離減衰特性

家屋がない状態における家屋前面の音圧レベル L_{out0} を算出するため、各音源について、距離減衰特性を測定した (Fig.4.18)。各音源から 2, 4, 8 m の位置の地面 (高さ 0 m) に低周波音計を配置し、音圧レベルを測定した。小林理学研究所の敷地内で周囲からなるべく反射の影響の少ない場所を選定し、計測を行った。(a)80Φ 低周波音用サブウーファーと (b) 空圧サーボアクチュエーターは、大型で移動させるのが困難だったため移動させずに測定し、80Φ 低周波音用サブウーファーについては、場所の都合上、音源から 1, 2, 4.4 m 点の位置で測定した。



Fig. 4.18: Measurement of distance attenuation of each sound sources.

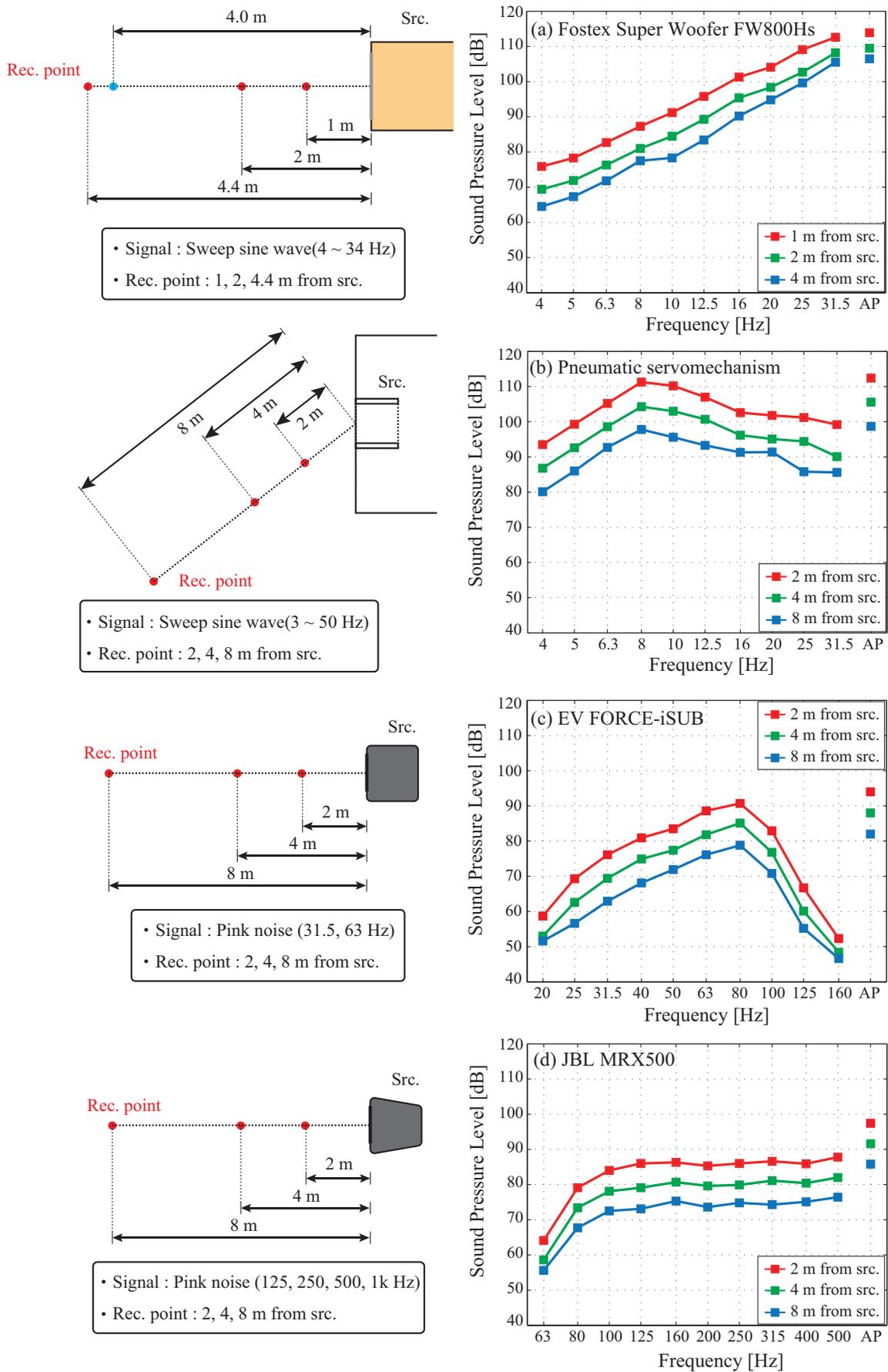


Fig. 4.19: Sound pressure level at receiving point for measurement of distance attenuation of each sound sources.

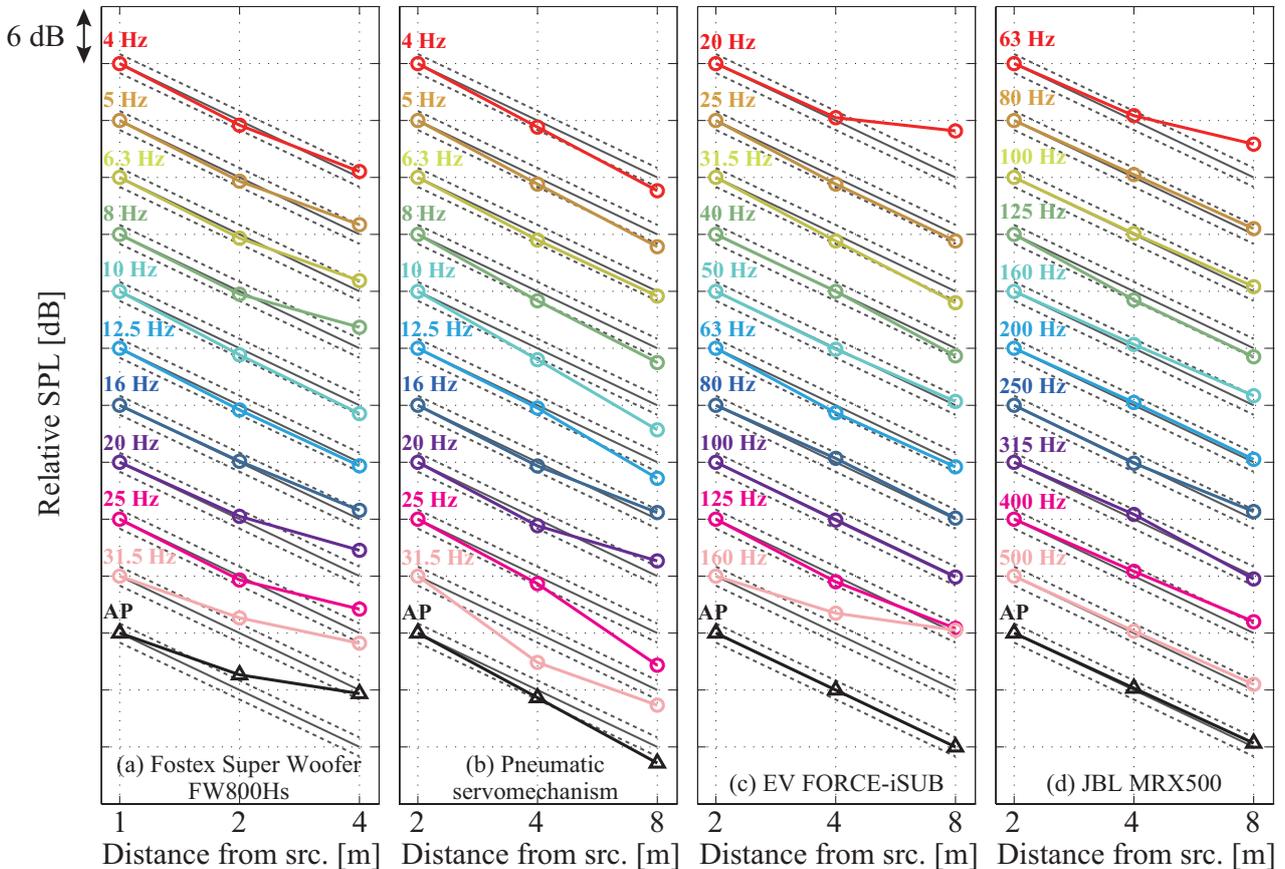


Fig. 4.20: Distance attenuation characteristics of each sound sources.

各種音源の各測定点における音圧レベルを Fig.4.19 に示す。(a)80Φ 低周波音用サブウーファーについては、音源が点音源と仮定して、4.4 m 点の値から 4 点の音圧レベルを算出した。音源から 2 m 点の音圧レベルを基準として ((a) は 1 m 点を基準)、音圧レベルの低下量を算出した (Fig.4.20)。破線は ± 1 dB を表している。本論文では 4 ~ 20 Hz の周波数帯域を (a)80Φ 低周波音用サブウーファーと (b) 空圧サーボアクチュエーターの測定結果を使用し、25 ~ 80 Hz の周波数帯域を (c)EV FORCE-iSUB の測定結果を使用し、100 Hz 以上の周波数帯域を (d)JBL MRX500 の測定結果を使用する。各種音源において、測定結果を使用する周波数帯域では、概ね倍距離 6 dB 減衰になっており、点音源的な振る舞いとなっていると解釈できる。ただし、周波数帯域や測定点によっては ± 1 dB 程度外れている。そのため、算出した測定結果は ± 1 dB 程度の誤差を含んだものとして扱うこととする。

音源近傍では有限の大きさを持つ面音源的な挙動をする可能性が考えられ、また、周囲からの反射の影響の少ない測定点を選定することを考慮し、音源から 4 m 点の音圧レベル ((a) は 2m 点の音圧レベル) を用いて、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベル L_{out0} を算出することとする。

4.3.2 窓開放の影響

各窓の開放条件において、内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ を算出した。1/3 オクターブバンド中心周波数で4~125 Hz で算出した。

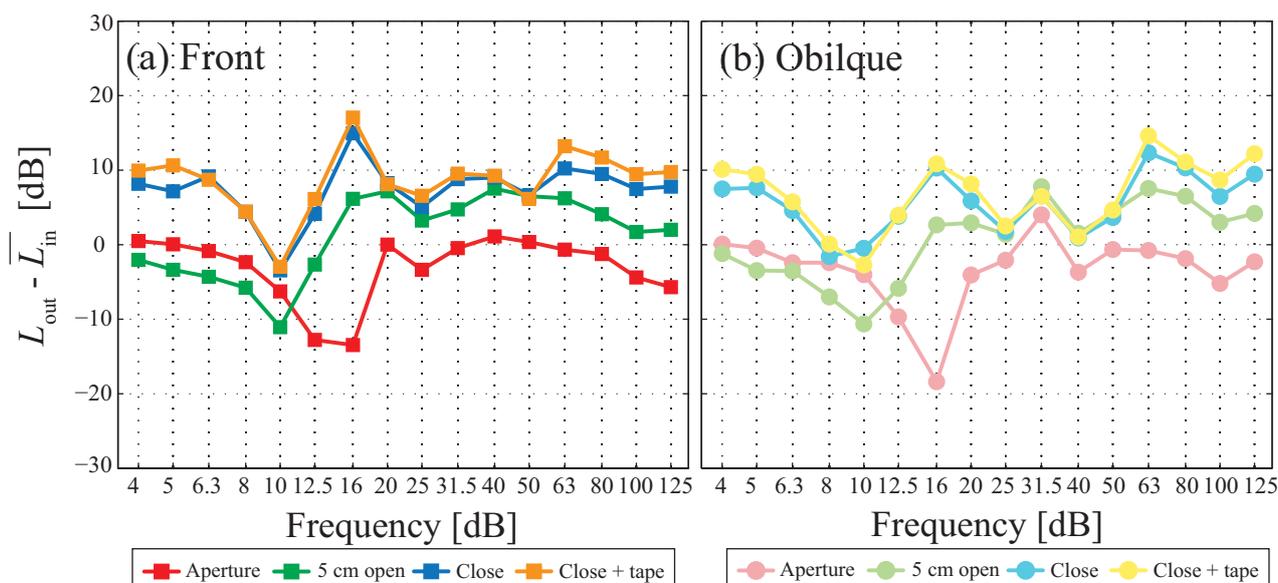


Fig. 4.21: Difference between \bar{L}_{in} and L_{out0} with changing window opening conditions.

■ 家屋内の固有モードの発生

20 Hz 以上の周波数帯域では、窓の開放条件に関わらず、類似した周波数特性を持っており、窓を開放するほど内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ が低下している。また、家屋がない状態での家屋前面の音圧レベル L_{out0} で基準化した家屋内の音圧レベル分布を Fig.4.24-4.38 に示す。各条件の音圧分布において、40 Hz で (1,0,0) モード、63 Hz で (2,0,0) モードに近い音圧分布になっており、屋内の音圧レベルが上昇する傾向にある。模擬家屋の内寸 (4.8 m × 1.8 m × 2.15 m) と外寸 (5.0 m × 2.2 m × 2.5 m) において、壁面を剛とした家屋内の固有モード周波数の理論値を Table.4.2 に示す。家屋内の固有モード周波数の理論値と比較すると、概ね近接した周波数帯域で類似した音圧分布となっている。特に、80 Hz や 100 Hz の様に、複数の固有モードが近接する周波数帯域では2つ以上の固有モードが重なったような分布となっている。そのため、家屋の寸法比が異なり、複数の家屋内の固有モードが近接するような周波数帯域では、家屋内の音圧レベルが上昇する傾向にあると考えられる。

■ 家屋内の音圧レベル分布

20 Hz 以下の周波数帯域では、窓の開放条件によらず、家屋内ではほぼ一様な音圧分布となっている。周波数が高くなるにつれて、家屋内に分布が生じ始める。一次の家屋内の固有モードが発生する周波数帯域までは、屋内の壁面近傍の音圧レベルが高く、窓周辺の音圧レベルが低い傾向にある。

各条件の 50 Hz における音圧分布では、家屋の中心より右側 (+x 方向) に、局所的に音圧レベルが高い

領域が存在しており、家屋内で 10 dB 以上音圧レベルに差が生じるような現象が見られる。この 50 Hz の周波数帯域においては、窓の開放条件が 5 cm 開放、窓閉じ、窓閉じ + テープ気密の 3 条件において、家屋内の音圧レベルの差が殆どなく、音圧分布も類似している。この現象の詳細なメカニズムに関しては不明な点が多いが、家屋内における計測点の位置の選定には、細心の注意を払う必要がある。

また、音源位置が正面方向の条件においても、 x 軸方向に分布が生じている。その要因としては、以下の 2 つが考えられる。

- (1) 音波が窓から顕著に透過することにより、窓面と外壁面の境界上で音波が回折する影響
- (2) 窓や外壁の剛性が作用し、それらが分割振動することで外壁、窓の面内で位相差が発生

一方で、各種音源は地面の上に配置したが、 z 軸方向の固有モードは殆ど見られず、発生している家屋内の固有モードは x, y 軸方向のモードが中心に発生している。

Table 4.2: Natural frequencies of the test houses.

	Mode order (n_x, n_y, n_z)	Frequency [Hz]	
		Inside dim. (4.8 m × 1.8 m × 2.15 m)	Outside dim. (5.0 m × 2.2 m × 2.5 m)
Axial mode	(1,0,0)	35.8	34.3
	(0,1,0)	95.4	78.0
	(0,0,1)	79.9	68.7
	(2,0,0)	71.5	68.7
	(3,0,0)	107.3	103.0
Tangential mode	(1,1,0)	101.9	85.3
	(0,1,1)	124.4	104.0
	(1,0,1)	87.5	76.8
	(2,1,0)	119.2	104.0
	(2,0,1)	107.2	97.1
	(3,1,0)	143.6	129.3
Oblique mode	(3,0,1)	133.8	123.8
	(1,1,1)	129.5	109.5
	(2,1,1)	143.5	124.6

■ 超低音域における家屋内の音圧レベルの上昇

各条件において、20 Hz 以下の超低音域においてディップが生じており、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。第3章と同様に、この超低音域における家屋内の音圧レベルの上昇について、理論的考察を行う。超低音域においては、家屋内外の絶対圧力 P_{in} , P_{out} [Pa] が一様であると仮定すると、以下の窓の運動方程式 Eq.(4.1) と等温過程と断熱過程における室内の状態方程式 Eq.(4.2) が導出できる。

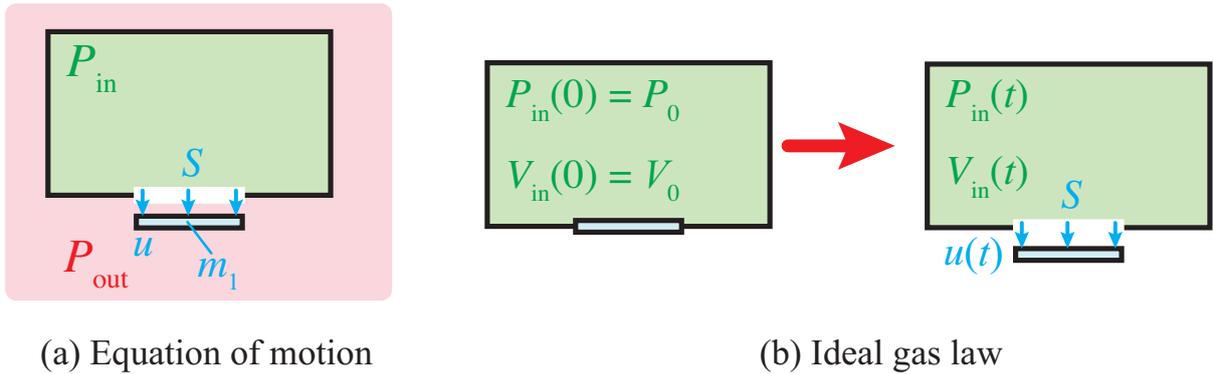


Fig. 4.22: Schematics for deriving theoretical formula.

$$mS \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (P_{in} - P_{out})S \quad (4.1)$$

$$P_{in}(0)V_{in}(0) = P_{in}(t)V_{in}(t) \quad (\text{Isothermal proc.}) \quad (4.2)$$

$$P_{in}(0)V_{in}(0)^\gamma = P_{in}(t)V_{in}(t)^\gamma \quad (\text{Adiabatic proc.})$$

ここで、 m [kg/m²], S [m²], u [m] それぞれは窓の面密度、面積、変位であり、 V_{in} [m³] は屋内の容積、 γ は比熱比である。時刻 t における屋内の容積 $V_{in}(t)$ は以下の式で与えた。

$$V_{in}(t) = V_0 + u(t)S$$

Eq.(4.1),(4.2) より、内外音圧レベル差 $L_{out} - L_{in}$ が下式で与えられる。

$$L_{out} - L_{in} = 20 \log_{10} \left(1 - \frac{\omega^2 m V_0}{P_0 S} \right) \quad (\text{Isothermal proc.}) \quad (4.3)$$

$$L_{out} - L_{in} = 20 \log_{10} \left(1 - \frac{\omega^2 m V_0}{\gamma P_0 S} \right) \quad (\text{Adiabatic proc.})$$

また、超低音域における家屋の共振周波数 f_r が下式で与えられる。

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{P_0 S}{m V_0}} \quad (\text{Isothermal proc.}) \quad (4.4)$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma P_0 S}{m V_0}} \quad (\text{Adiabatic proc.})$$

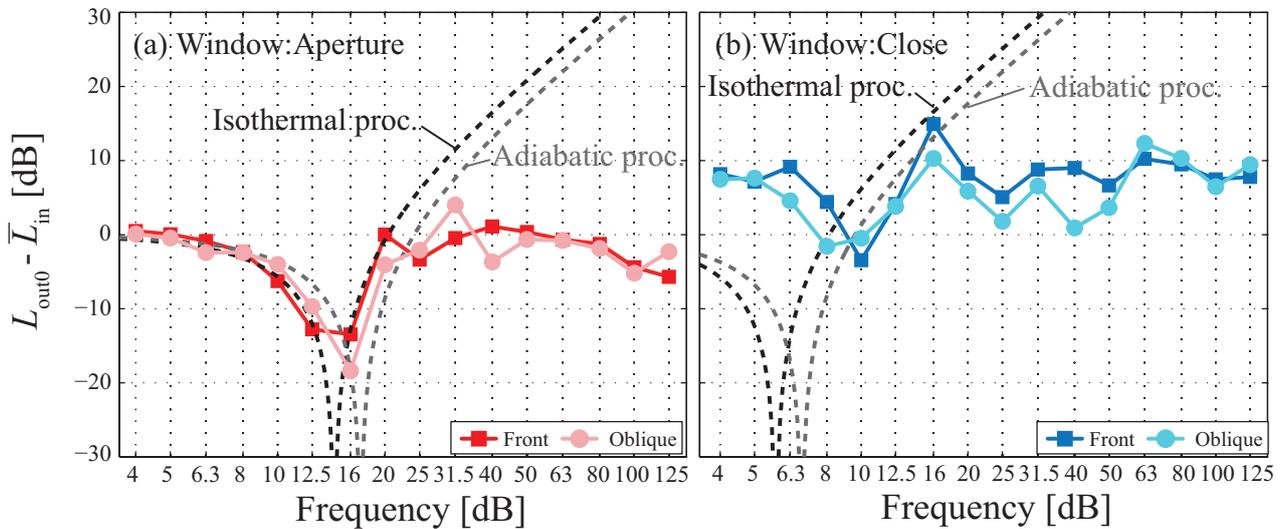


Fig. 4.23: Difference between \bar{L}_{in} and L_{out0} with theoretical formula of infrasound domain.

Eq.(4.3) を用いて、窓の開放条件が全面開放（窓なし）、窓閉じにおいて、内外音圧レベル差の理論値を算出し、実測値に併記する (Fig.4.23)。窓閉じ条件では、上式において 5 mm 厚の板ガラスの面密度 m に加え、開口部（矩形板）の無限大バフル中における放射リアクタンスを屋内外の両面で考慮し、等価面密度 m を与えた。全面開放（窓なし）では、屋内外の両面の等価面密度 m のみ考慮した。

全面開放（窓なし）では、等温過程及び断熱過程における理論式と近接した周波数帯域でディップが生じている。また、共振周波数 f_r より高い周波数帯域での急峻な内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ の上昇や、共振周波数 f_r 以下の周波数帯域で内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ が 0 に漸近する傾向も対応している。

一方、窓閉じ条件では、理論式でのディップの周波数帯域は対応していないが、共振周波数 f_r より高い周波数帯域における急峻な内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ の上昇については共通している。また、Eq.(4.4) において、窓に付加する質量が大きくなるほど、超低音域における家屋の共振周波数 f_r が低域側にシフトするような相対的な関係性にも対応が見られる。また、10 Hz 以下の周波数帯域では、家屋全体の剛性制御の影響により、内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ が上昇していると考えられる。

5 cm 開放条件では、全周波数帯域において窓閉じと類似した周波数特性を持ち、内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ が低下しているため、10 Hz 以下の周波数帯域で、全面開放（窓なし）よりも家屋内の音圧レベルが上昇するような現象も見られる。

■ 窓サッシ周囲の気密性の影響

窓閉じ条件と窓閉じに加え、周囲をテープで気密した条件を比較すると、テープで気密した方が、内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ が若干上昇する傾向が見られるものの、殆ど差がないように見える。家屋内の音圧分布は、窓の周囲をテープで気密することで、 y 方向のモードが強く現れているように見えるが、音圧分布自体に大きな差は見られない。そのため、窓サッシ周辺の微小な隙間が屋内音場に及ぼす影響は小さいと考えられる。

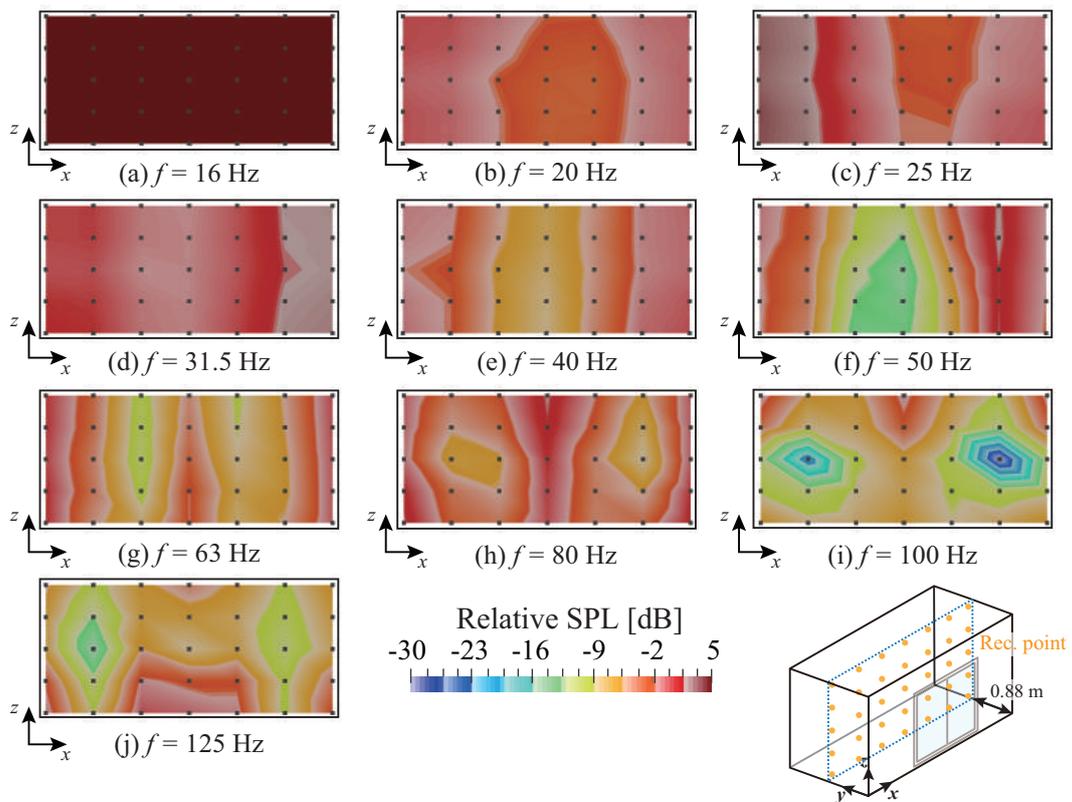


Fig. 4.24: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Front" condition.

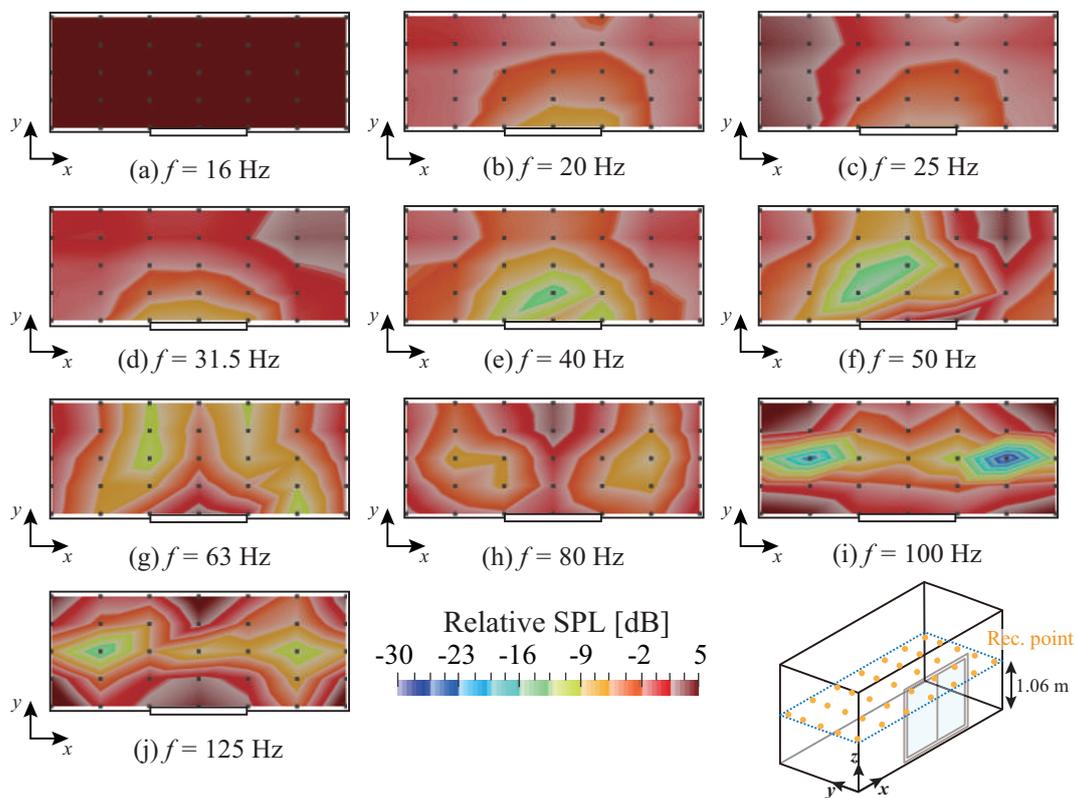


Fig. 4.25: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Front" condition.

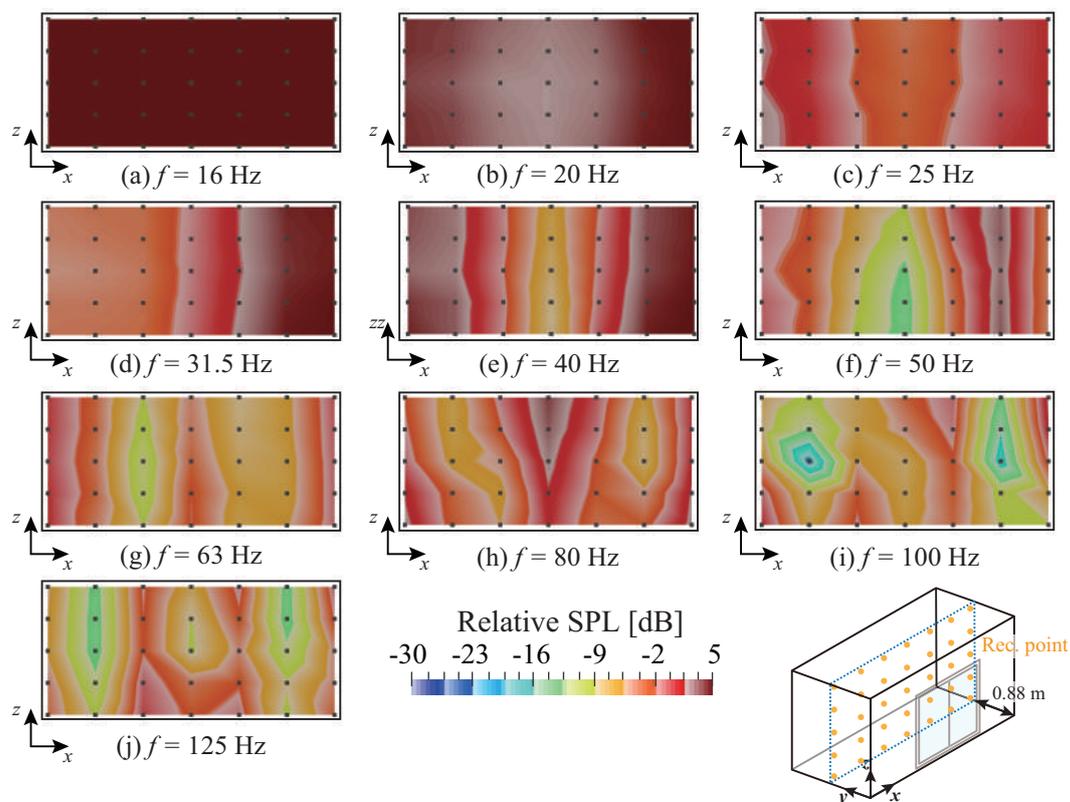


Fig. 4.26: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Oblique" condition.

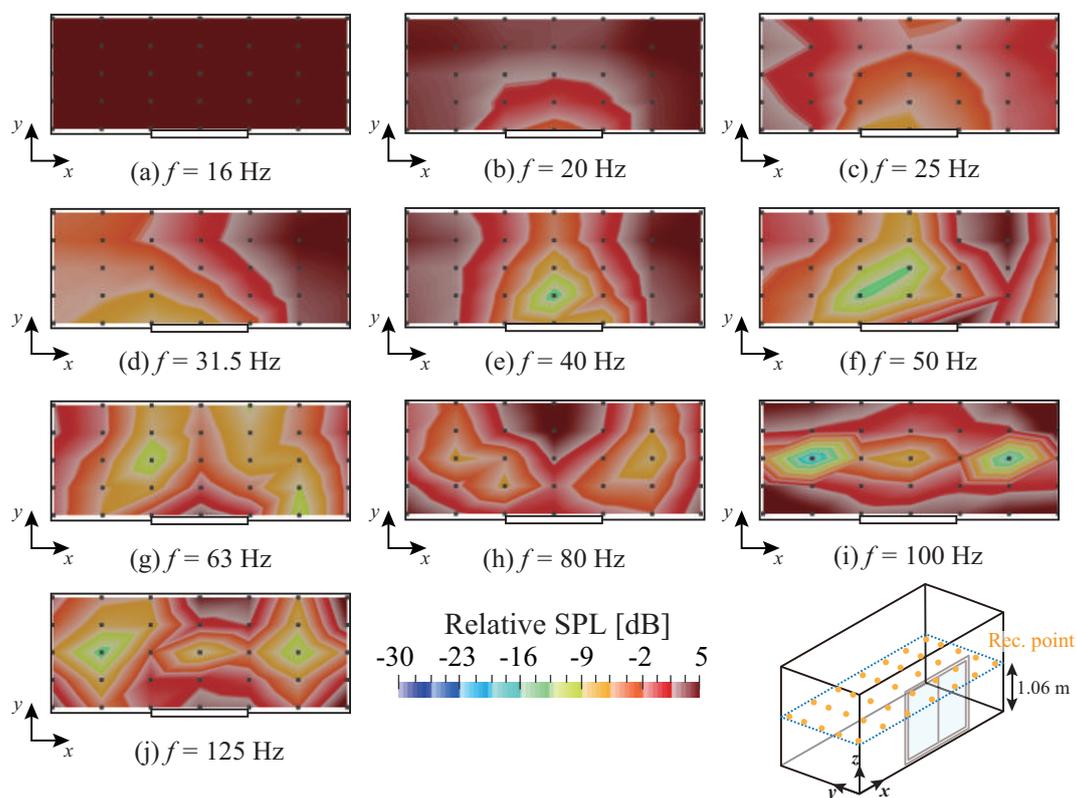


Fig. 4.27: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Oblique" condition.

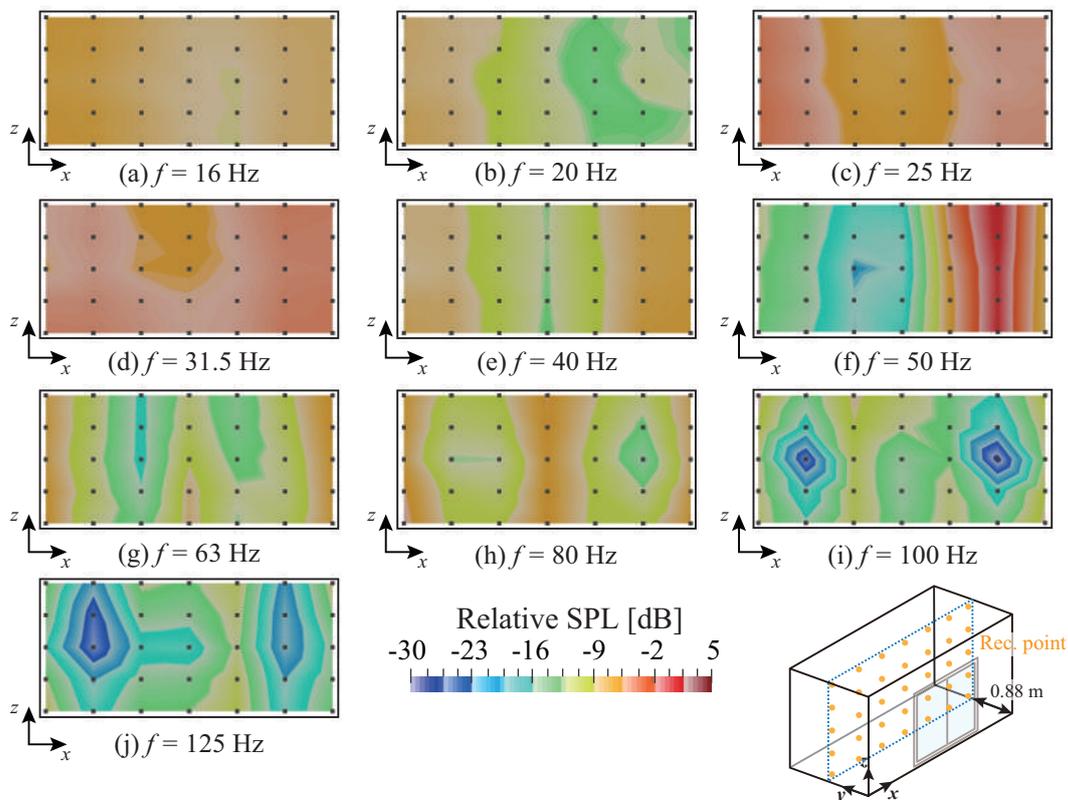


Fig. 4.28: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Front" condition.

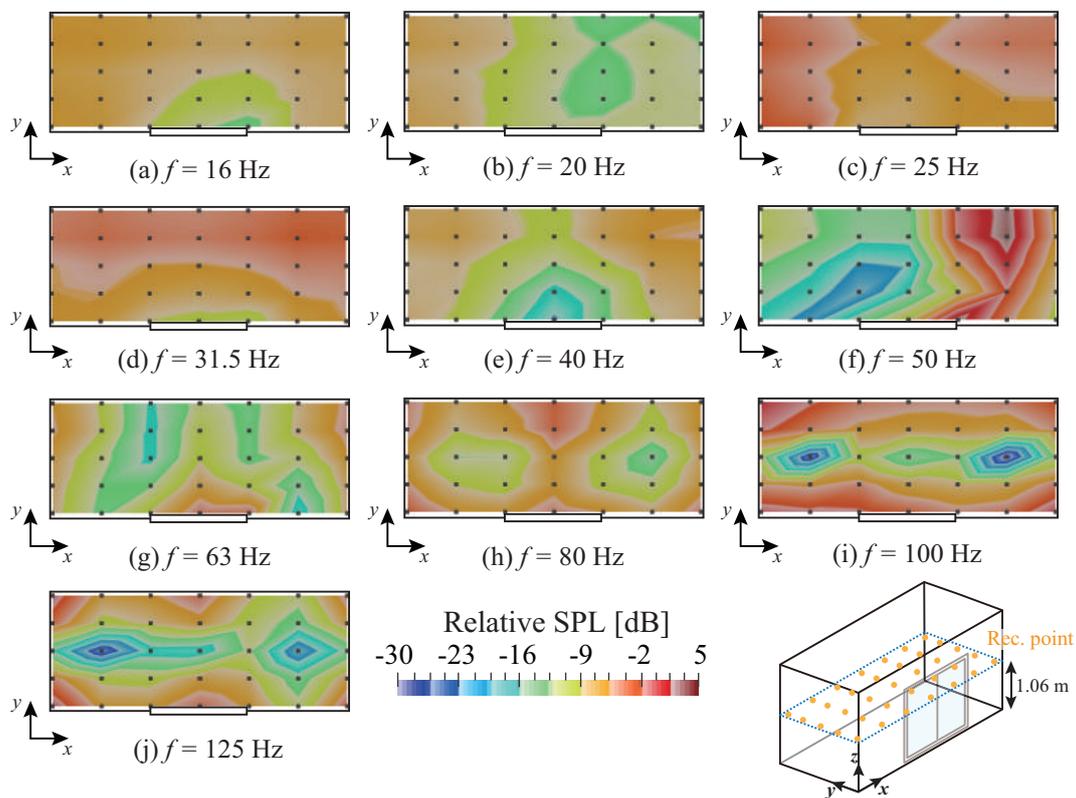


Fig. 4.29: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5cm open", "Src. = Front" condition.

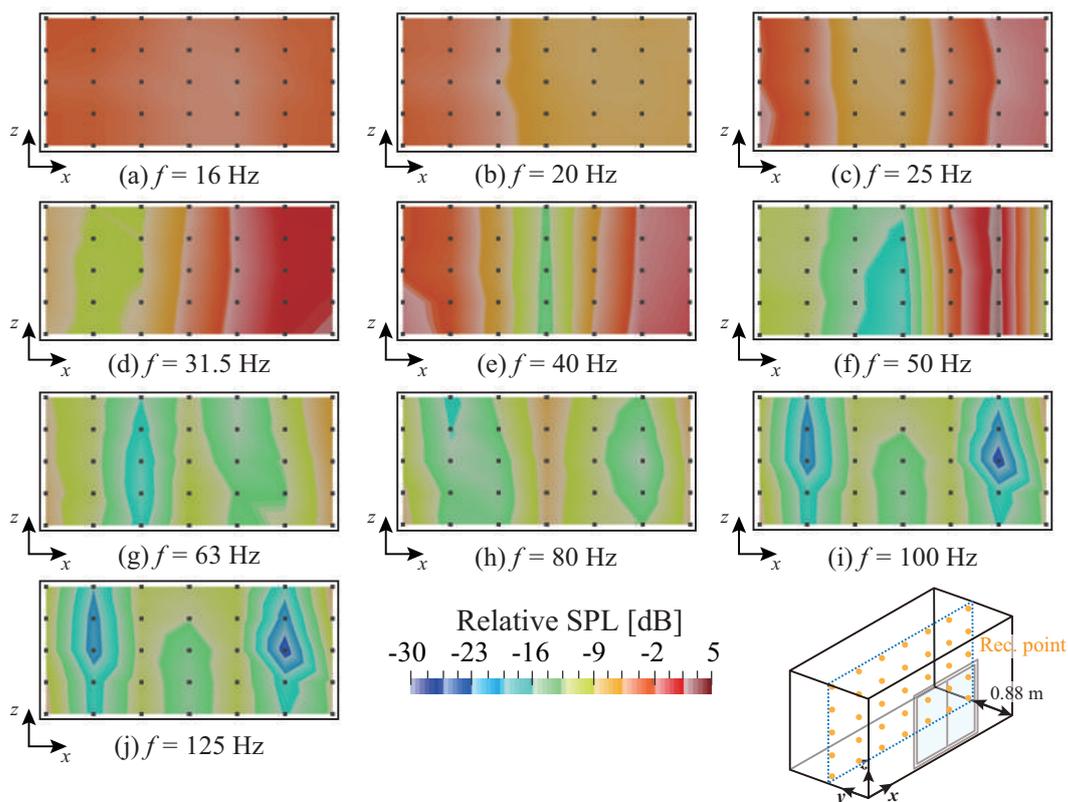


Fig. 4.30: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Oblique" condition.

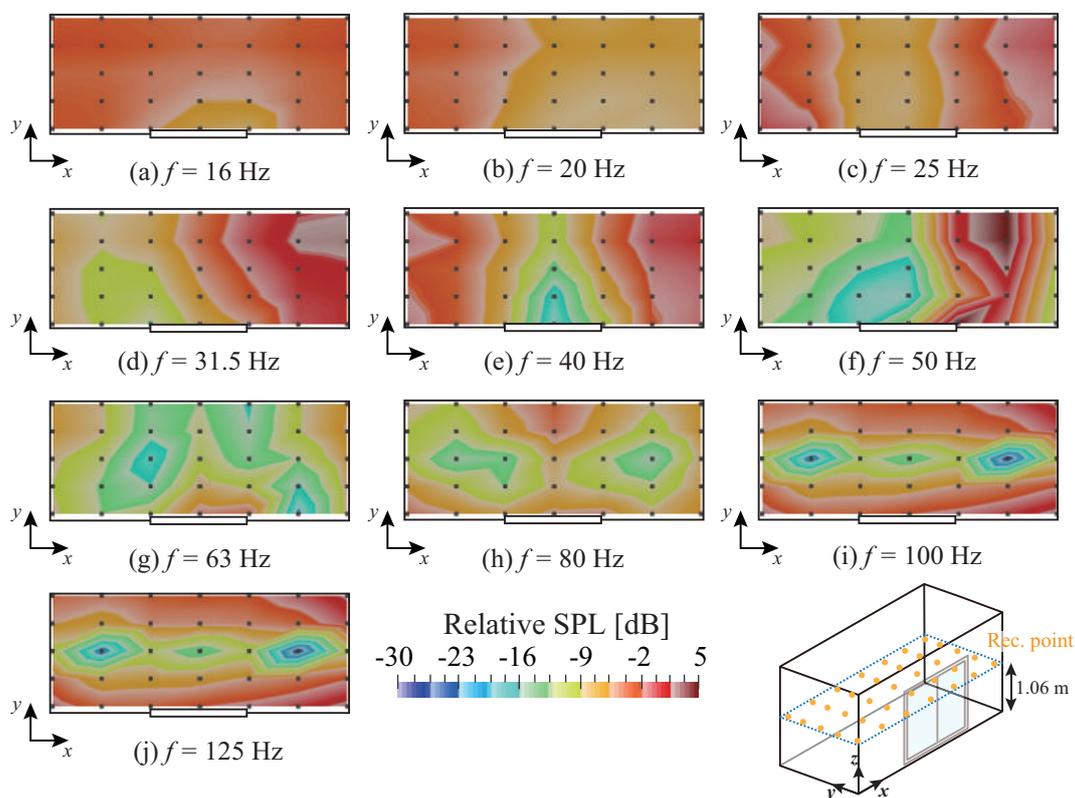


Fig. 4.31: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5cm open", "Src. = Oblique" condition.

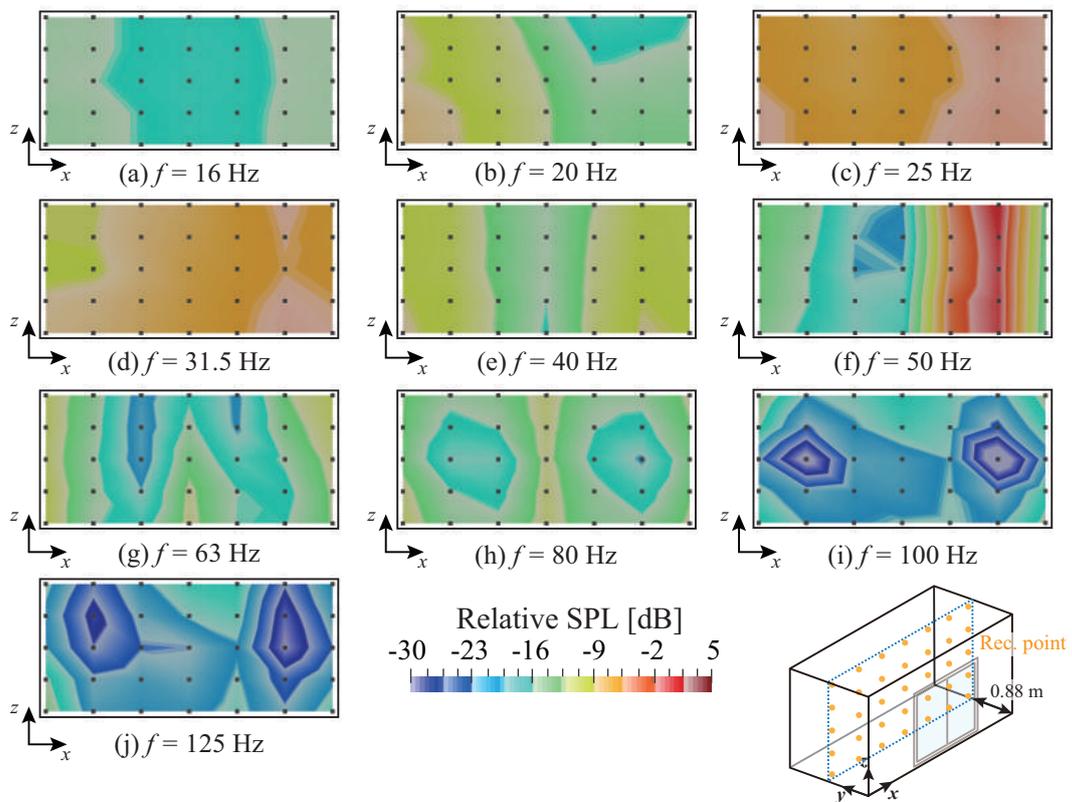


Fig. 4.32: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Front" condition.

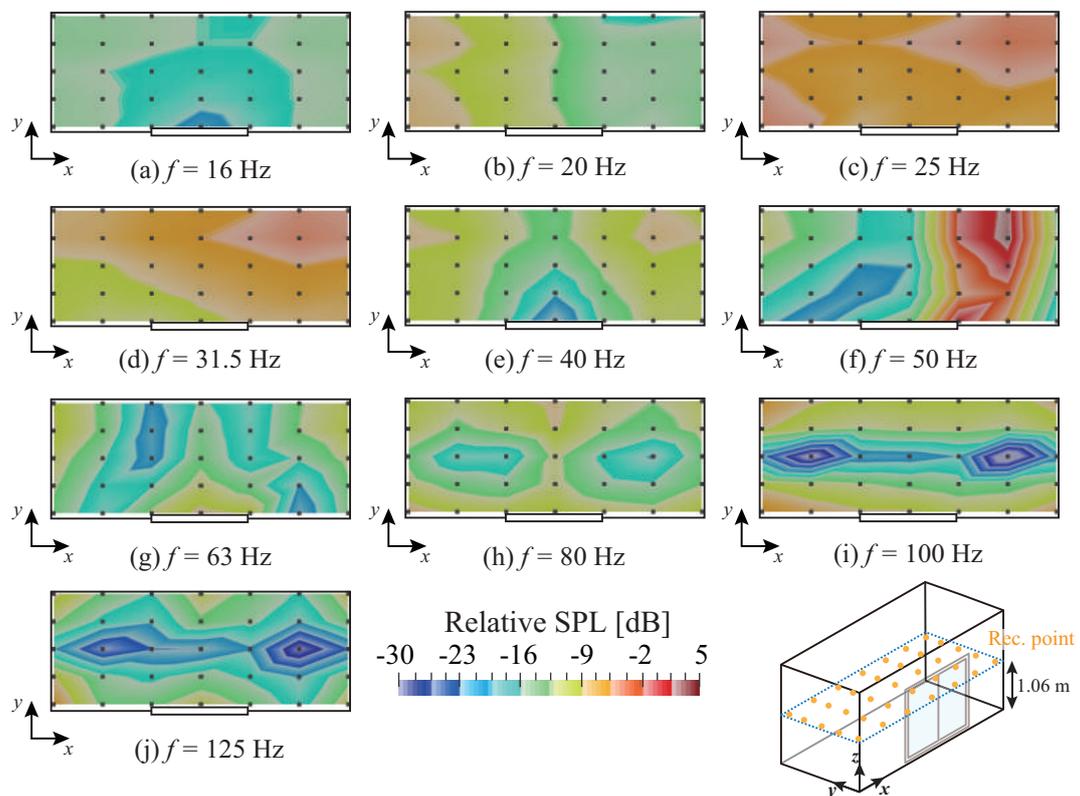


Fig. 4.33: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Front" condition.

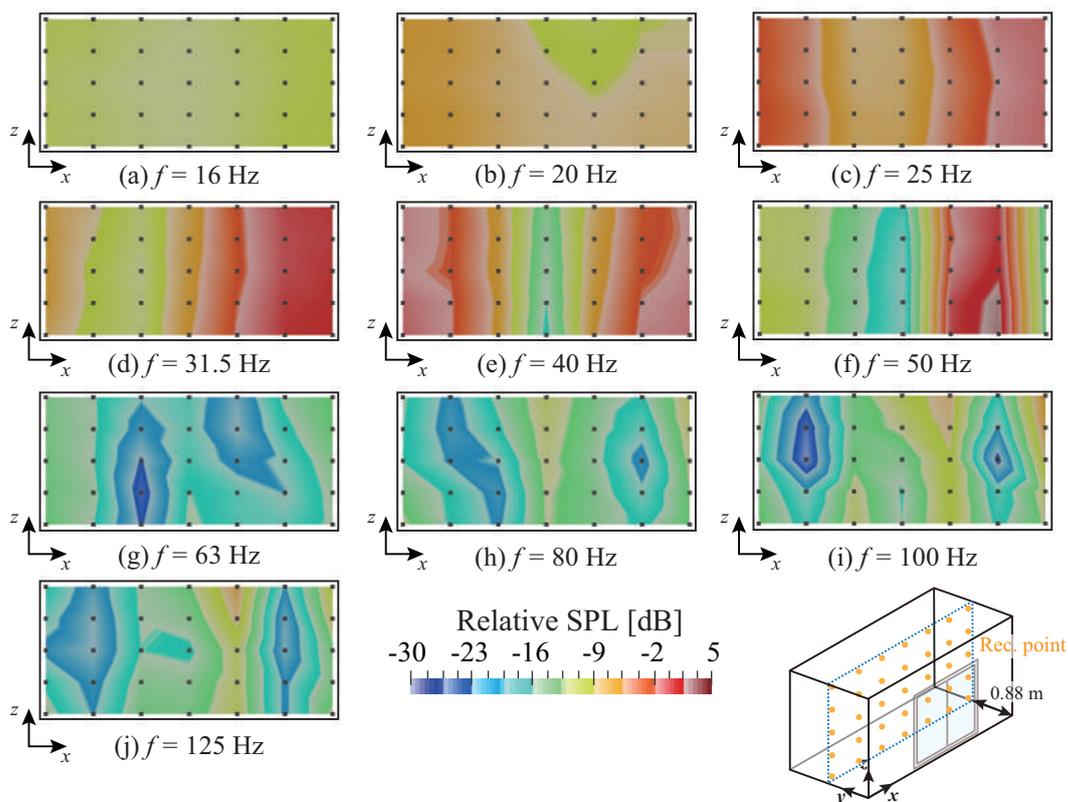


Fig. 4.34: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Oblique" condition.

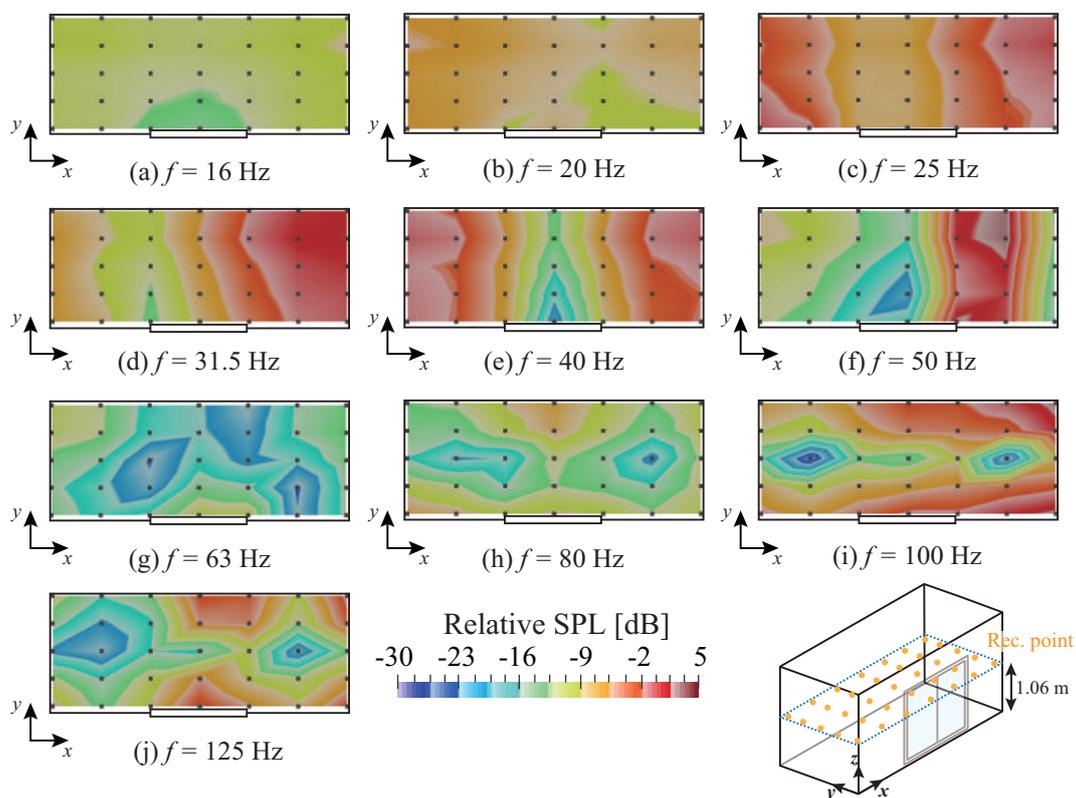


Fig. 4.35: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Oblique" condition.

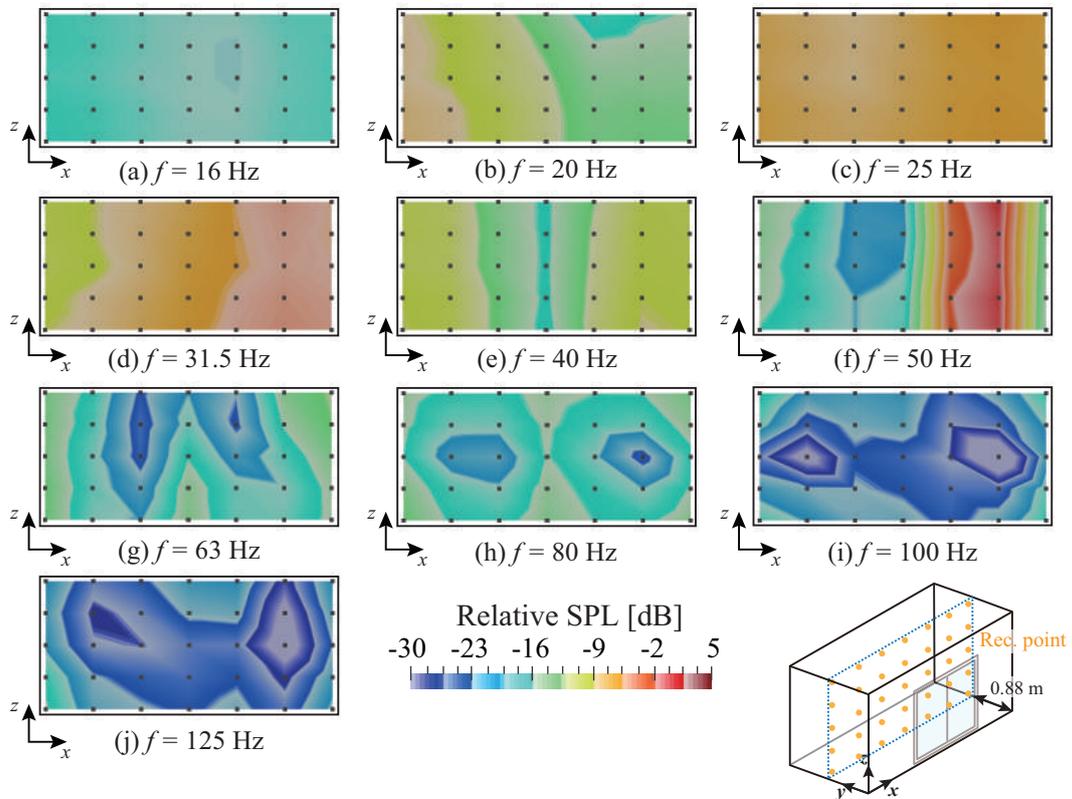


Fig. 4.36: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close+tape", "Src. = Front" condition.

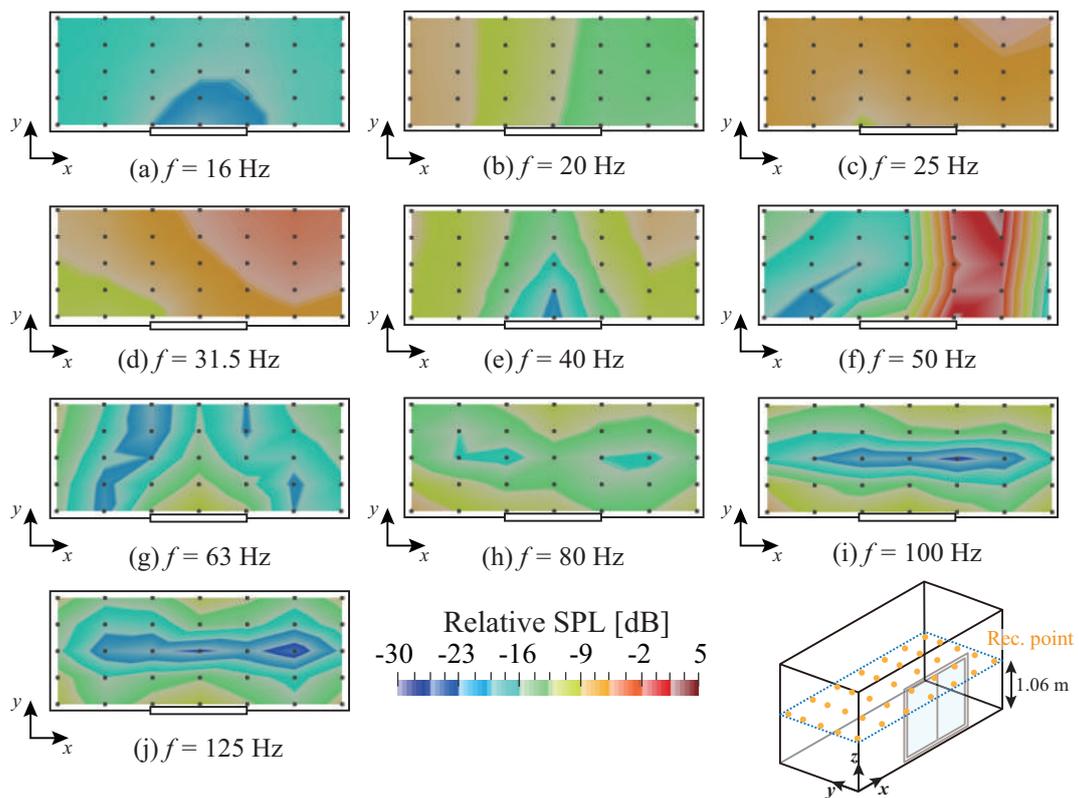


Fig. 4.37: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close+tape", "Src. = Front" condition.

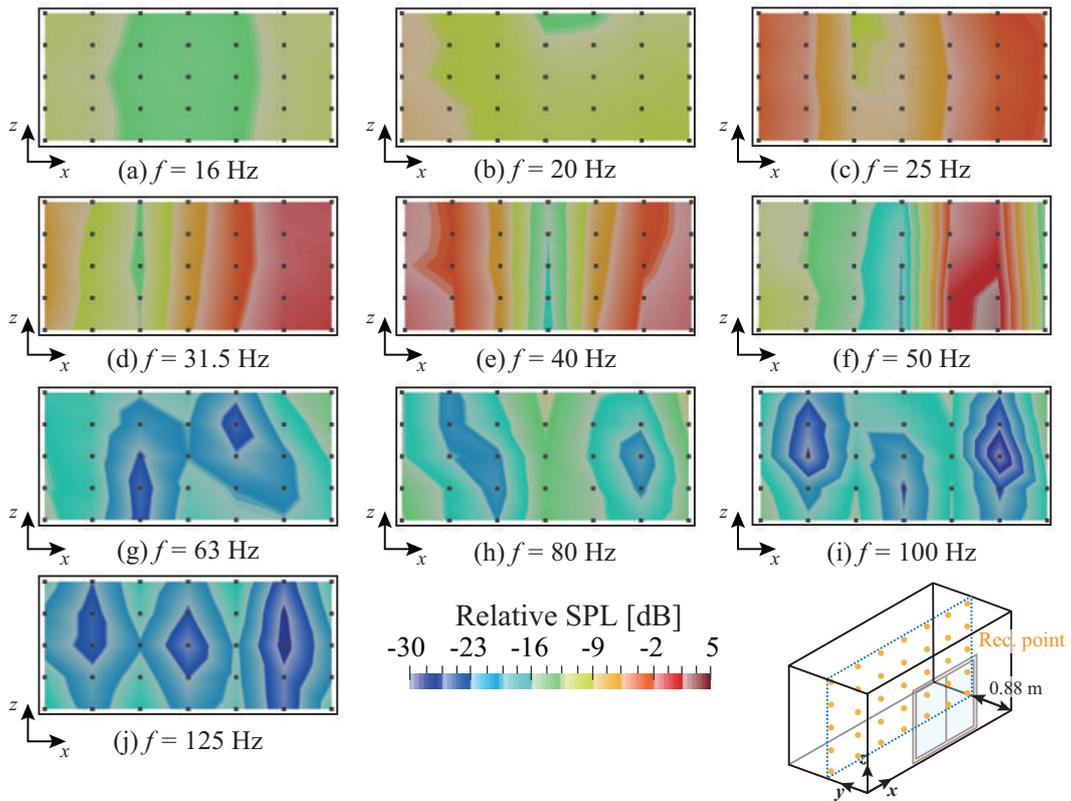


Fig. 4.38: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close+tape", "Src. = Oblique" condition.

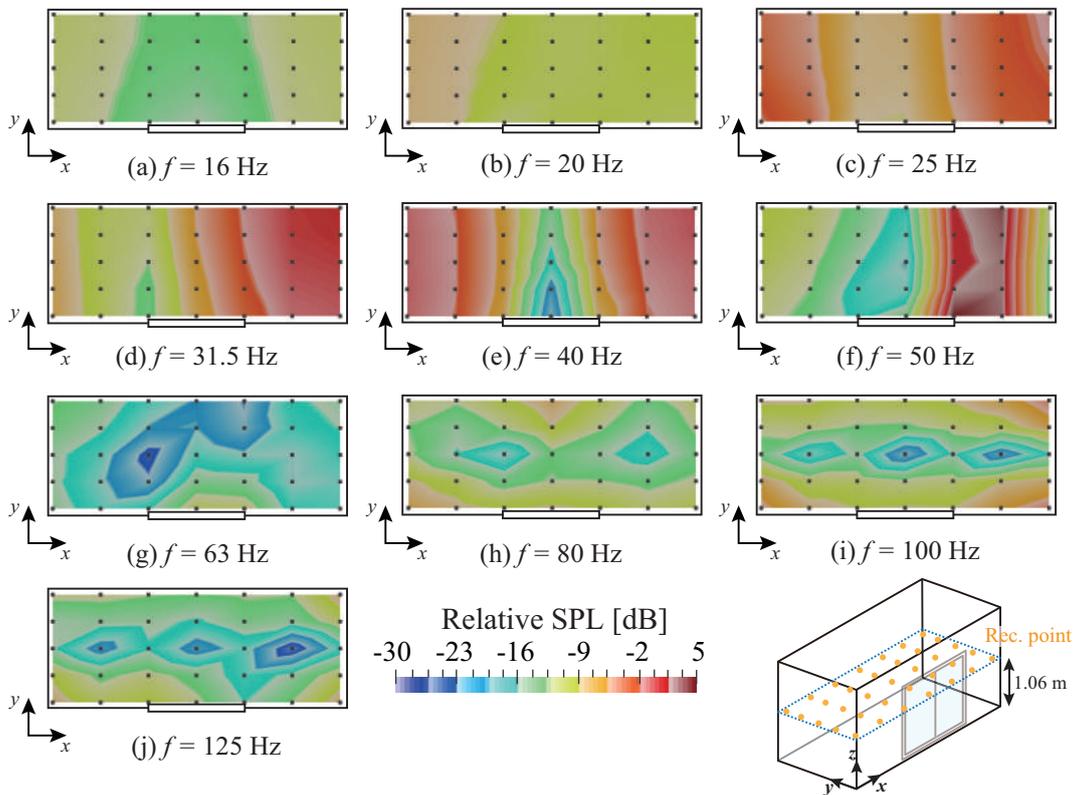


Fig. 4.39: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close+tape", "Src. = Oblique" condition.

4.3.3 音源位置の影響

窓の開放条件ごとに内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ を算出したものを Fig.4.40 に示す。

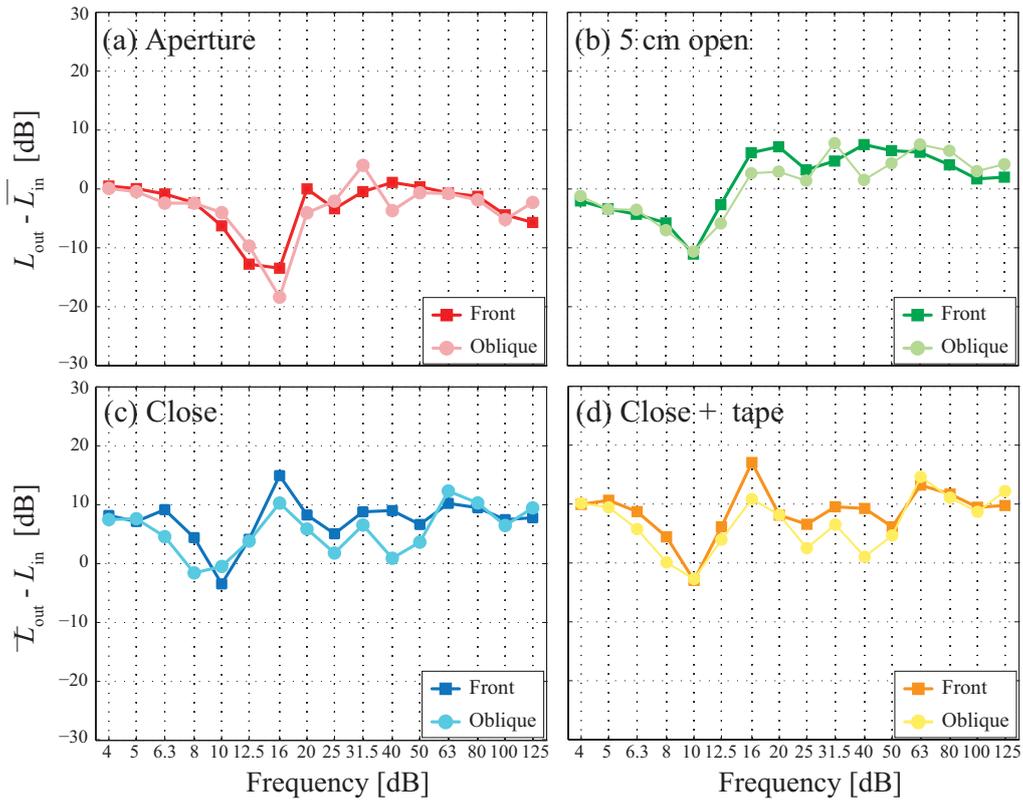


Fig. 4.40: Difference between L_{out} and \bar{L}_{in} with changing sound source's position.

■ 屋内音場の加振条件の変化

全ての窓の開放条件において、音源の位置を斜め方向にすることで、共通して 40 Hz 付近の周波数帯域でディップが生じている。音源位置が斜め方向になることで、 x 軸方向の固有モードが励起されやすく変化したため、家屋内の音圧レベルが上昇したと考えられる。Fig.4.24-4.38 における家屋内の音圧分布からも、 x 軸方向の固有モードが強く励起されていることが確認できる。また、125 Hz の周波数帯域においては、正面方向では x 軸方向に節が 2 つ生じているのに対して、斜め方向では x 軸方向に節が 3 つ生じている。一方で、100, 125 Hz の周波数帯域では、内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ に変化が殆どないように見える。高次の固有モード周波数に比べて、低次の固有モード周波数付近の周波数帯域では、音源位置を斜めにする影響が大きく、家屋内の音圧レベルが上昇すると考えられる。そのため、音源は家屋の外壁面に対称的な位置に配置することが望ましく、低次の家屋内の固有モードが近接する周波数帯域においては、効果的な対策になり得る可能性がある。一方で、全面開放と 5 cm 開放の 31.5 Hz の周波数帯域では、斜め方向にすることで内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ が若干上昇している。音圧分布をみると、正面方向では家屋内で一様な分布となっているが、斜め方向では家屋の中心より右側 ($+x$ 方向) に行くほど音圧レベルが上昇している。また、窓閉じの 8, 10 Hz のような、音源位置を斜めにするすることで、超低音域における共振周波数 f_r が低域側にシフトするような現象が見られる。

4.3.4 換気口（微小な開口部）の影響

第 4.2.3 節で示した通り、窓の開放条件が窓閉じにおいては、模擬家屋の外壁面に直径 75 mm 程度の換気口を想定した穴を開けた状態で測定を行った。測定時間の都合上、換気口を開けた条件では、第 4.2.5 節の測定断面ごとの補正のための計測ができなかった。そのため、まず他の測定条件において、測定断面ごとの補正前後の家屋内の平均音圧レベル \bar{L}_{in} の差を算出した (Fig.4.41)。

各条件において、測定断面ごとの補正前後の家屋内の平均音圧レベル \bar{L}_{in} の差は概ね ± 2 dB 程度であることがわかる。これより、換気口を開けた条件においては、測定断面ごとの補正を行わない代わりに、 ± 2 dB の誤差範囲を表示して、内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ 算出した (Fig.4.42)。

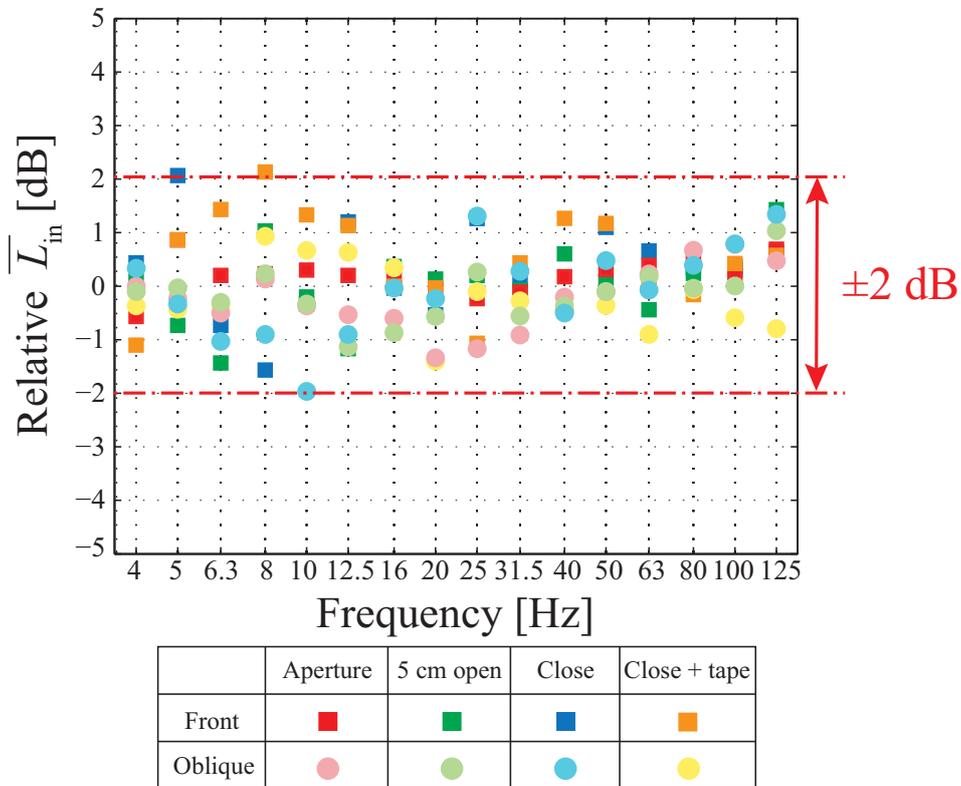


Fig. 4.41: Relative \bar{L}_{in} before and after the correction of each cross section.

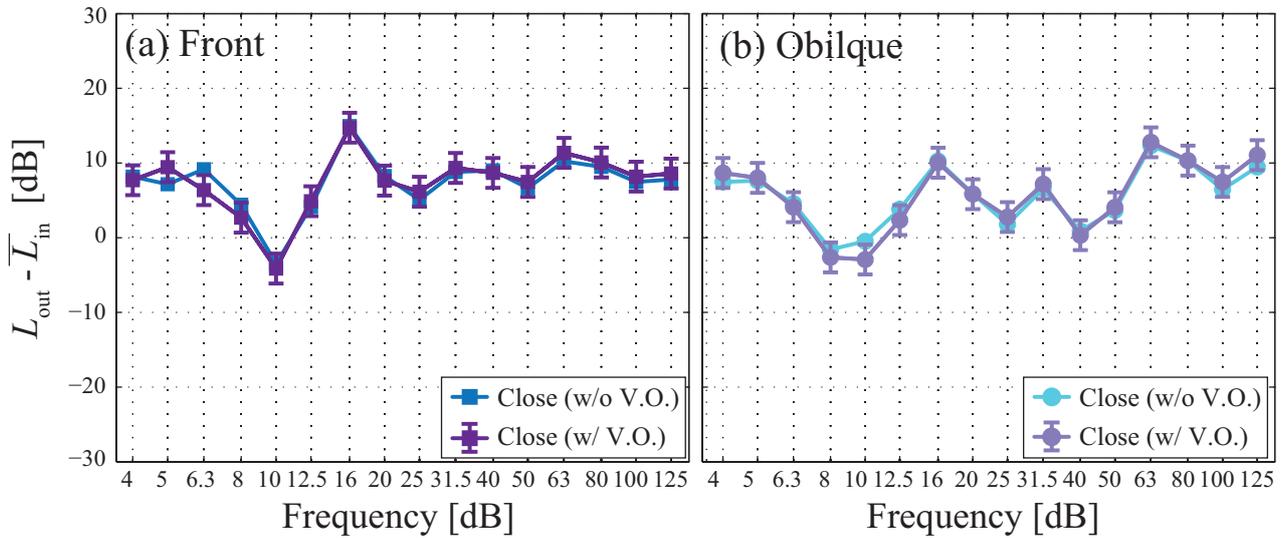


Fig. 4.42: Difference between \bar{L}_{in} and L_{out0} with changing ventilation opening conditions.

■ 換気口の有無による影響

換気口の有無で内外音圧レベル差 $L_{out} - \bar{L}_{in}$ 比較すると、20Hz以下の超低音域においては若干の変化があるように見えるが、 ± 2 dBの誤差範囲を考慮すると、換気口の有無による変化は殆どないものと考えられる。そのため、入射面以外の外壁面に存在する直径75 mm程度の開口部では、屋内音場に与える影響は非常に小さいといえる。

測定断面ごとの補正は行わず、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベル L_{out0} で基準化した家屋内の音圧レベル分布を Fig.4.43-4.46 に示す。家屋内の音圧分布を見ると、換気口がない条件と音圧分布の性状に目立った変化は見られない。第3.4.2節における換気口の影響の検討のように、家屋内に固有モードが発生し始める40 Hz以上の周波数帯域では、家屋内はリアクティブな音場の成分が支配的になっていると考えられ、そのため、換気口の有無によって家屋内の音圧分布には殆ど変化がなかったと推察できる。

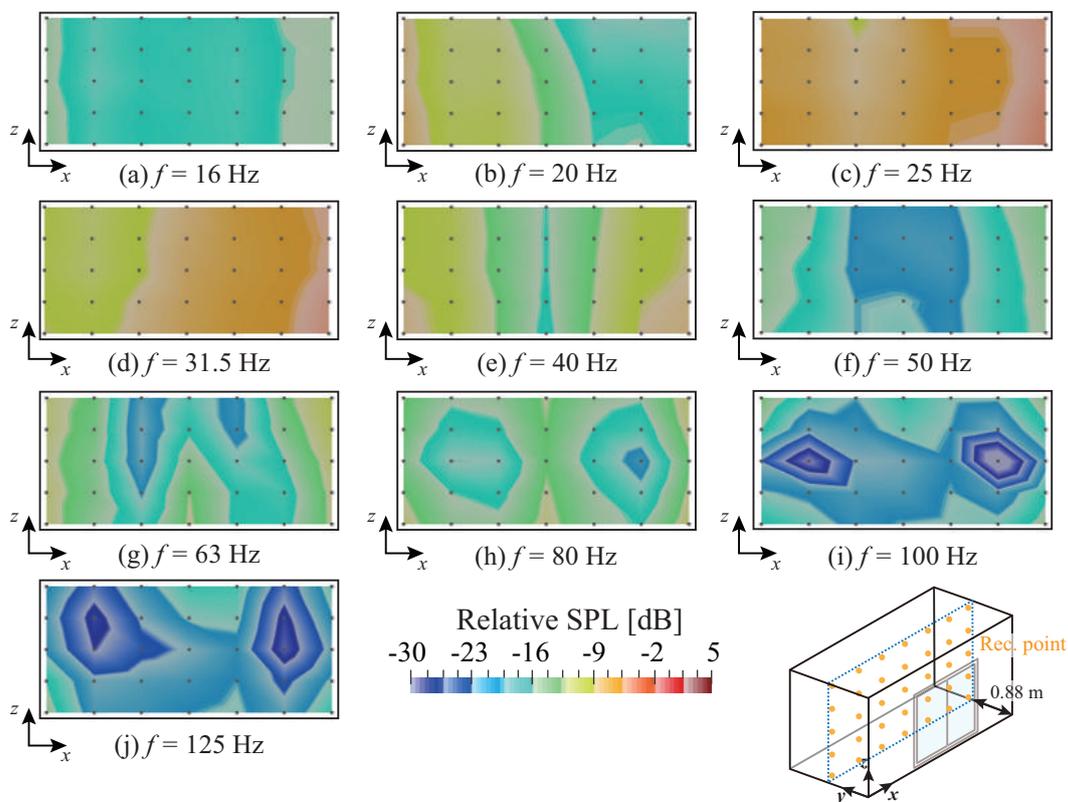


Fig. 4.43: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Front", "w/ V.O." condition.

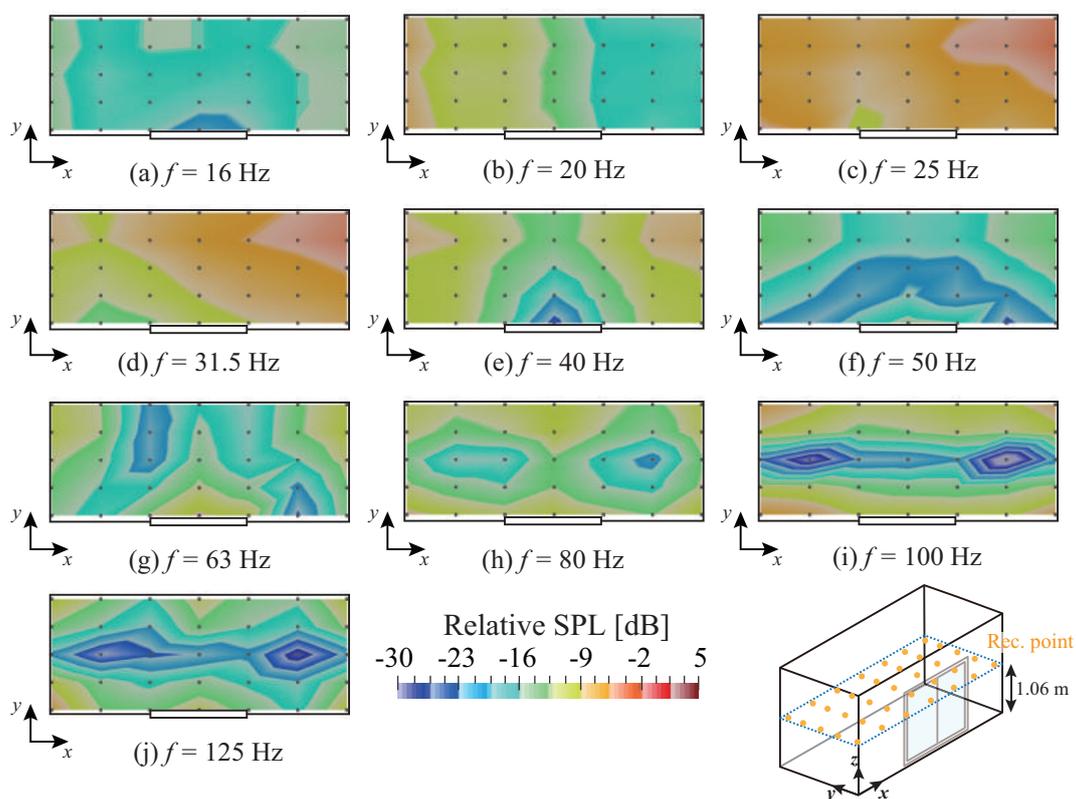


Fig. 4.44: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Front", "w/ V.O." condition.

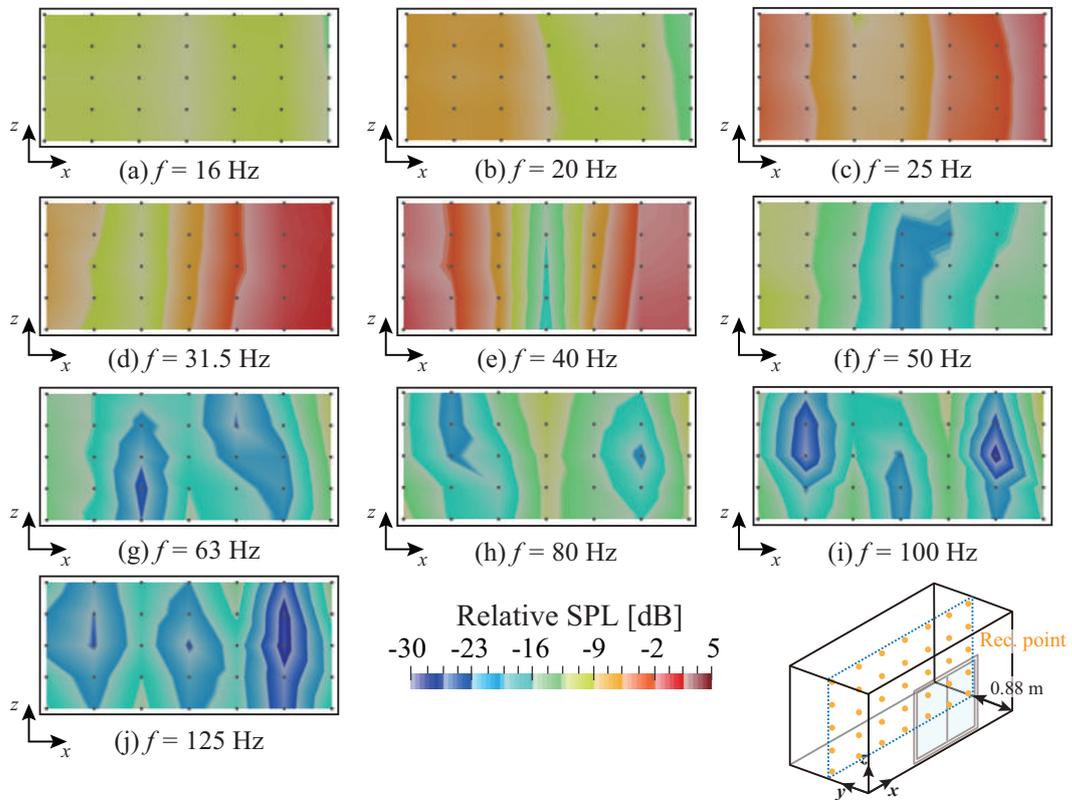


Fig. 4.45: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Oblique", "w/ V.O." condition.

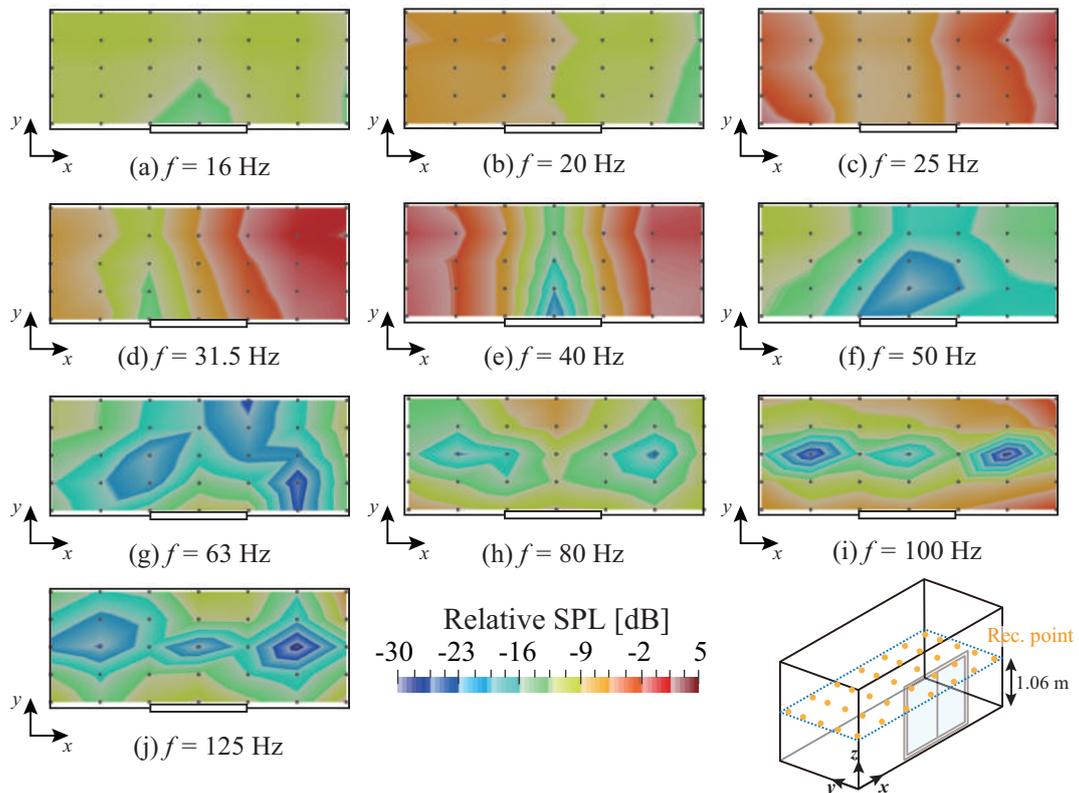


Fig. 4.46: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Oblique", "w/ V.O." condition.

4.4 数値解析との比較

4.4.1 解析モデル及び解析条件

家屋の大きさは、模擬家屋の内寸に合わせて、 $4.8\text{ m} \times 1.8\text{ m} \times 2.15\text{ m}$ の直方体の家屋とする。家屋から 2 m 離れた周囲に PML を設定し、屋外音場領域を打ち切る。音源がある方向については 4 m 離れた位置に PML を設定する。また、コンクリートブロックの上に設置されている状況を想定して、床面は地面から 0.20 m 立ち上がり設けた。床下については音響空気要素は設定せず、剛壁とした。家屋の一面には $1.8\text{ m} \times 1.8\text{ m}$ の窓を設定する。音源モデルは市販のサブウーファー (EV FORCE-iSUB) の大きさを模擬した直方体の一面が振動境界になっているユニット (Fig.4.48) を家屋の一面から 3.0 m 離れた位置に、ユニットの振動境界面が家屋に対向するよう配置する。振動境界面で一様の振動速度を与える。

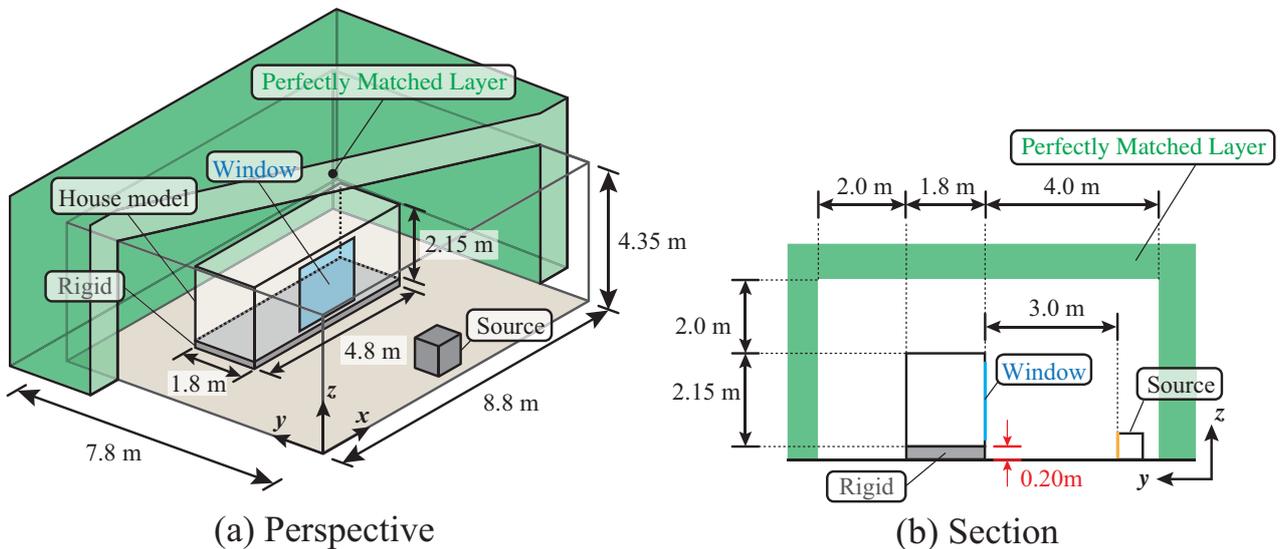


Fig. 4.47: Numerical model of a box-shaped house simulated the experiment.

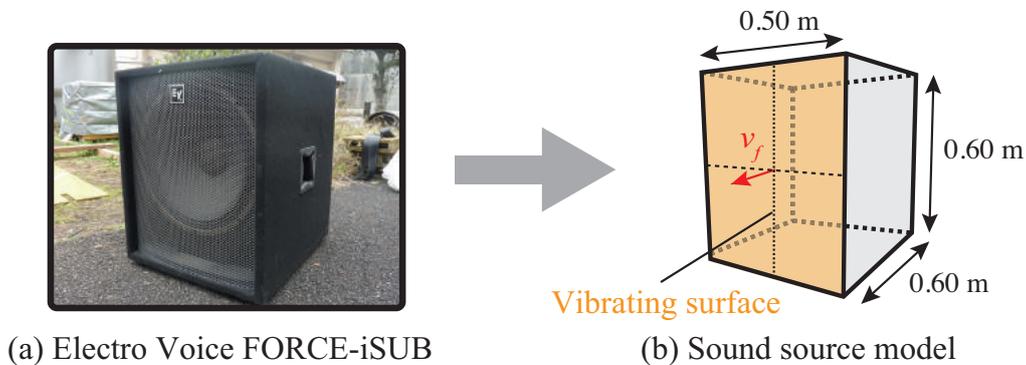


Fig. 4.48: Numerical model of sound source model simulated the woofer.

■ 窓の開放条件の模擬

実測における窓の開放条件を模擬するため、以下に示すような窓の解析モデルを設定する (Fig.4.49)。

- 全面開放 (窓なし) : 窓 (振動場) は設定せず, 開口部分で屋内音場-屋外音場を連成
- 5 cm 開放 : 窓は三次元弾性体要素を設定し, 隙間の空気は粘性を考慮
- 窓閉じ : 窓に (a) 無張力膜要素 (質量のみ), (b) 板要素 (質量 + 剛性) を設定し, 屋内音場-振動場-屋外音場を連成

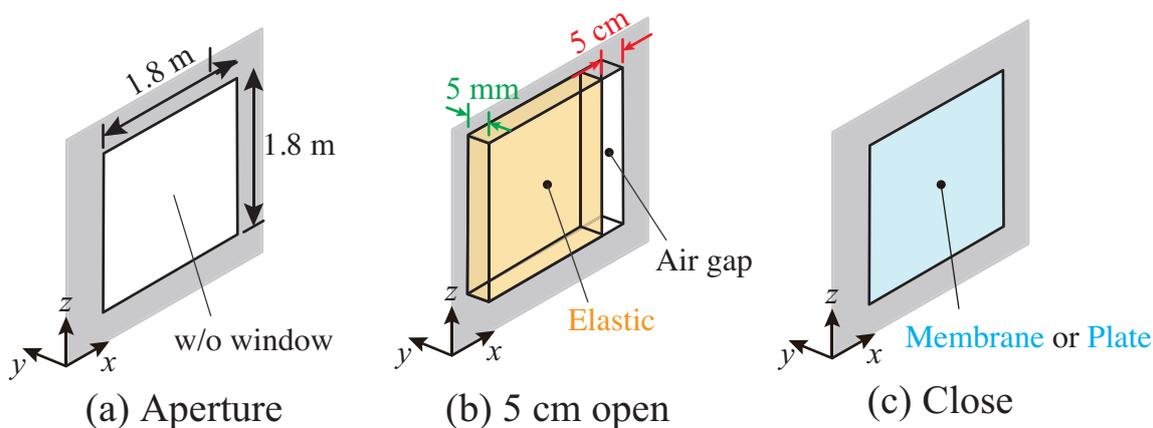


Fig. 4.49: Numerical analysis models of window opening conditions simulated the experiment.

■ 音源位置の模擬

実測における音源の位置を模擬するため、以下の音源配置の解析モデルを設定する (Fig.4.50)。

- 正面方向 : 窓の設定されている外壁面の中心から 3 m 離して配置
- 斜め方向 : 窓の設定されている外壁面の $-x$ 方向の隅から 3 m 離れた位置に窓の中心に向けて配置

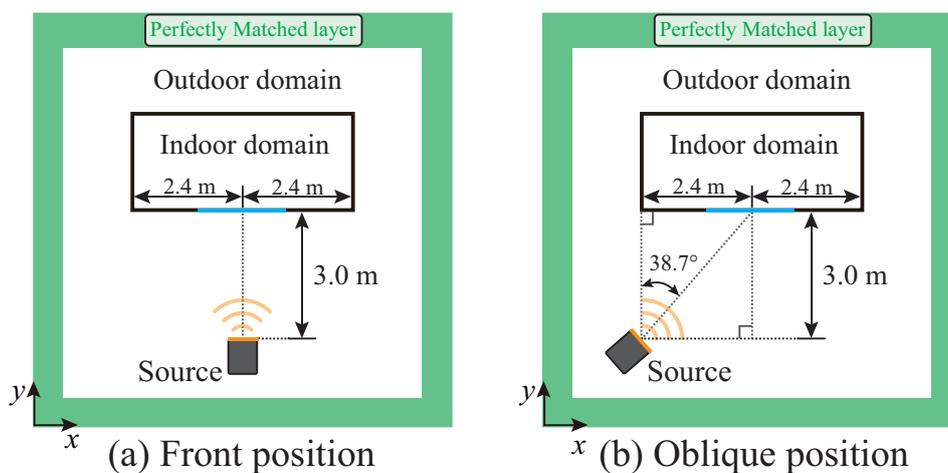


Fig. 4.50: Numerical analysis models of sound source positions simulated the experiment.

■ その他の解析条件

家屋の外壁については、床面以外の全ての外壁面（屋根も含む）について、第 3.3 節のように (a) 無張力膜要素、(b) 剛壁を設定した。無張力膜要素を設定した場合は、面密度 $m = 20, 40$ [kg/m²] とした。各種振動場の物性値及び支持条件を Table.4.3 に示す。

Table. 4.3: Physical properties and support conditions of elastic, air gap, membrane and plate .

Elastic (Window : 5 cm open)	Mass	$m = 40.5$ [kg]
	Young's modules	$E = 7.5 \times 10^{10}$ [N/m ²]
	Poisson's ratio	$\nu = 0.22$ [-]
	Support condition	Free support
Air Gap	Gap width	$w = 5$ [cm]
	Flow resitivity	$\sigma = 0.875$ [Pa · s/m ²]
Plate (Window : Close)	Young's modules	$E = 7.5 \times 10^{10}$ [N/m ²]
	Poisson's ratio	$\nu = 0.22$ [-]
	Density	$\rho_s = 2500$ [kg/m ³]
	Thickness	$t = 5$ [mm]
	Support condition	Simple support
Mambrane	Area Density	$m_{\text{wall}} = 20, 40$ [kg/m ²]
		$m_{\text{window}} = 12.5$ [kg/m ²]
	Support condition	Free support

4.4.2 算出指標

数値解析における家屋の遮音性能を評価する指標は、実測と同様に内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を算出する。家屋がない状態の音圧レベル L_{out0} は、家屋を配置せずに別途解析を行い、家屋前面の点での音圧レベルを算出した。音源の位置が正面方向と斜め方向でそれぞれで算出している。また、屋内音圧レベルは全節点上の音圧レベルのエネルギー平均値 \bar{L}_{in} を算出した (Fig.4.51)。

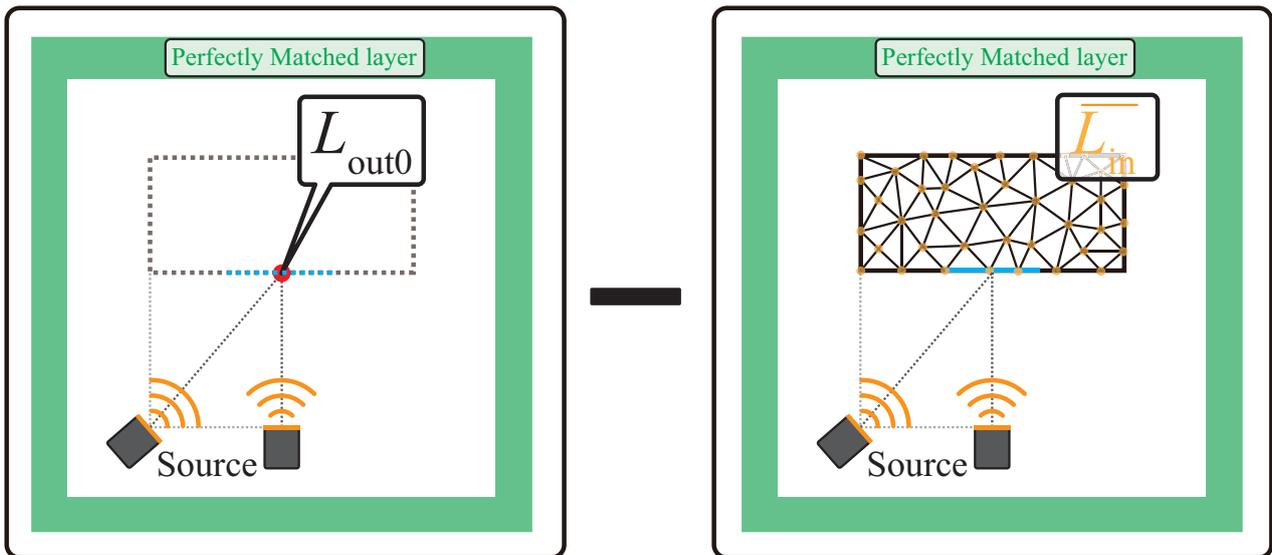


Fig. 4.51: Calculation method of difference between indoor SPL and outdoor SPL for numerical analysis.

4.4.3 窓開放の影響

全面開放（窓なし）

音源位置が正面方向で、窓が全面開放（窓なし）の条件において、外壁の面密度 m_{wall} をパラメータとして、内外音圧レベル差 $L_{\text{out}0} - \bar{L}_{\text{in}}$ を算出した (Fig.4.52)。Eq.(4.3) で与えられる理論式も併記する。1.8 m×1.8 m の矩形板の無限大バフル中における放射リアクタンスを屋内外の両面で考慮し、Eq.(3.6) で与えられる付加面密度 m_{add} を与えた。周波数の離散化は、1/24 オクターブバンド中心周波数で 3.5 Hz(1/3oct. band の 4 Hz の下限周波数) から 140.3 Hz(1/3oct. band の 125 Hz の上限周波数) で解析を行った。1/3 オクターブバンド中心周波数において、上限周波数から下限周波数までの平均値を 1/3 オクターブバンドのレベルとして算出している。1/3 オクターブバンドの内外音圧レベル差 $L_{\text{out}0} - \bar{L}_{\text{in}}$ には、音源位置が正面全面開放（窓なし）の実測値も併記する。

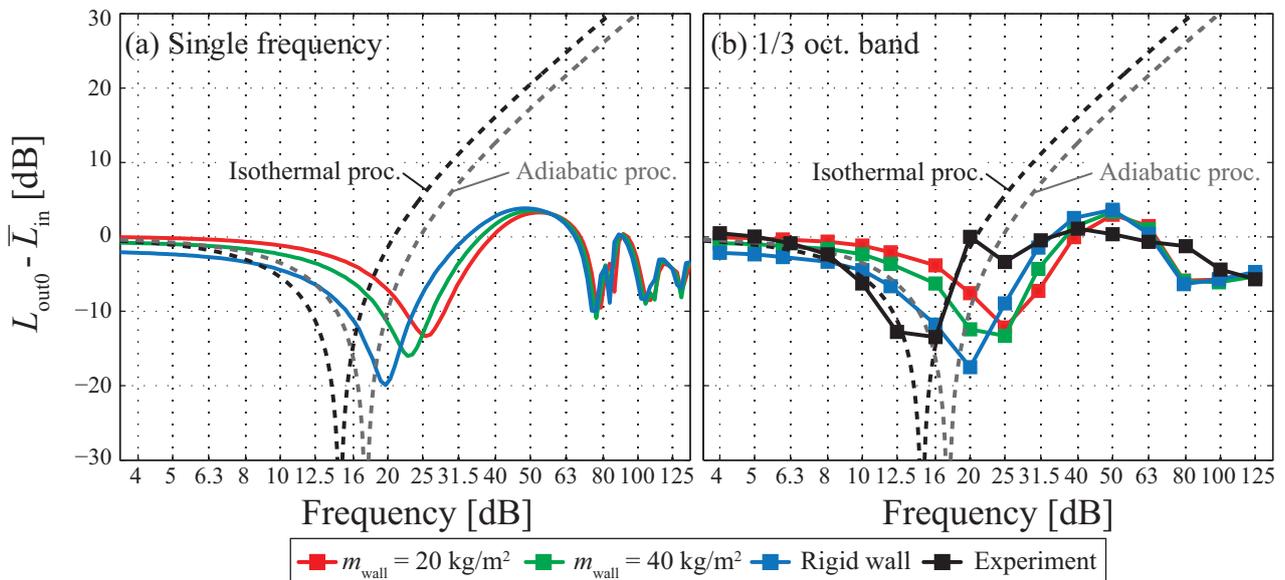


Fig. 4.52: Difference between $L_{\text{out}0}$ and \bar{L}_{in} with changing area density of membrane wall with the result of experiment under "Aperture", "Src. = Front" condition.

■ 外壁質量の影響

各条件において 80 Hz 以上の周波数帯域においてディップが生じており、家屋内の音圧レベルが上昇している。これは家屋内に固有モードが発生しているため、家屋内の音圧レベルが上昇している。外壁質量に関わらず、類似した周波数特性を持っている。特性インピーダンス ρc に対し、壁面のインピーダンス $j\omega m$ が十分に大きい場合は家屋内で反射が生じ、固有モードが発生するため、外壁質量によって周波数特性に変化がないと考えられる。

また、20 Hz 以下の超低音域においてもディップが生じており、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。家屋内空気をばね、外壁、窓を質量とする共振系の形成によるものと考えられる。外壁質量が大きいほどディップが低域側にシフトする傾向が見られ、共振周波数 f_r が外壁質量に依存すると考えられる。また、外壁質量が大きいほど、家屋内の音圧レベルの上昇値が大きい傾向にある。

超低音域の共振周波数 f_r から、発生する低次の家屋内の固有モードまでの周波数帯域では、外壁の質量が大きいほど、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が上昇している。

■ 実測との比較

80 Hz 以上の周波数帯域での家屋内の固有モードの発生や、超低音域での共振系の形成による著しい家屋内の音圧レベルの上昇等、定性的な傾向や発生している現象については共通している。また、超低音域における共振周波数 f_r より低い周波数帯域において、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が 0 に漸近する傾向も対応している。超低音域における共振周波数 f_r が異なっているのは、数値解析では断熱過程の仮定をしているため、Eq.(4.4) からわかるように共振周波数 f_r は等温過程よりも $\sqrt{\gamma}$ 倍になっているため、実測値よりも高域側にディップが生じていると考えられる。また、実環境における 20 Hz 以下の超低音域では、断熱過程の仮定が成立しにくいことが示唆される。そのため、全面開放（窓なし）では、超低音域における Eq.(4.3),(4.4) の理論式を用いることで、共振周波数 f_r や超低音域における内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ の挙動をある程度の精度で予測できる可能性が考えられる。

外壁を剛壁とした条件において、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベルで L_{out0} で基準化した家屋内の音圧レベル分布を 1/3 オクターブバンドの中心周波数ごとに単一周波数で算出した (Fig.4.53,4.54)。屋内音場の加振力が x 軸方向に对称になっているが、窓と外壁の境界面で音波が回折する影響により、(1, 0, 0) の一次元モードに近い音圧分布となっており、実測の分布とも対応している。

一方で、家屋内に固有モードが発生するという現象は共通しているが、家屋内に固有モードが発生する周波数帯域での家屋内の音圧レベルの上昇が著しく、数値解析と実測が定量的に乖離する部分も見られる。

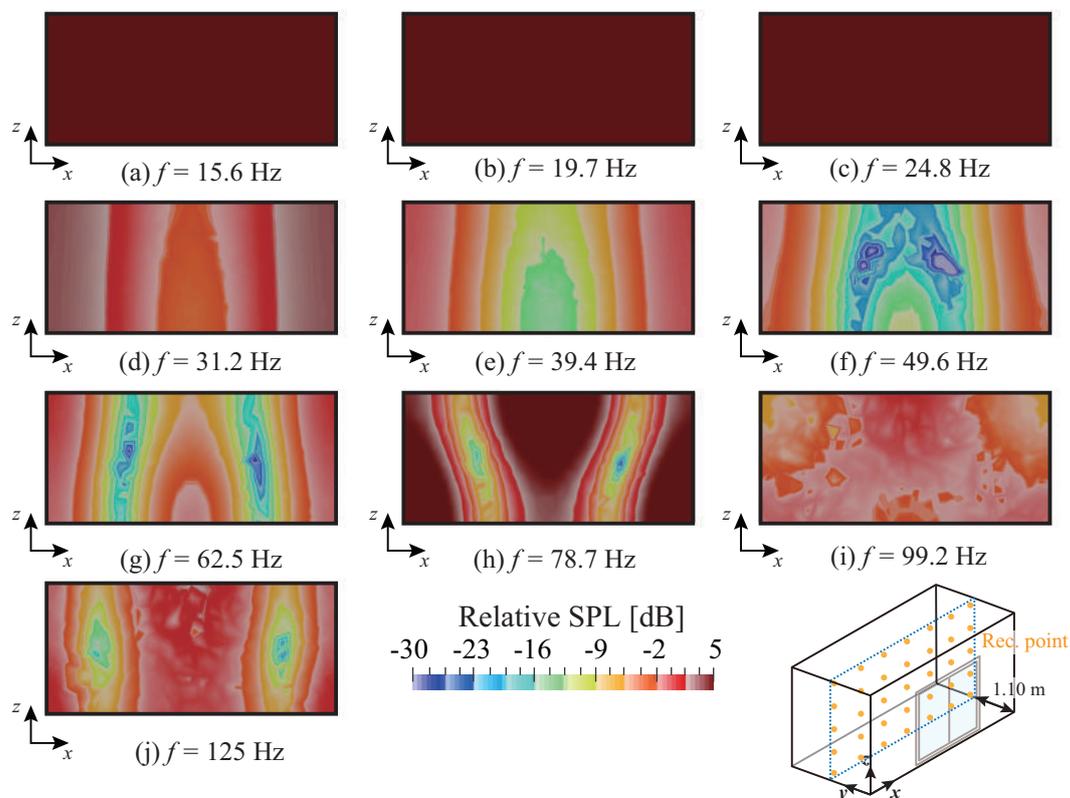


Fig. 4.53: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Front", condition.

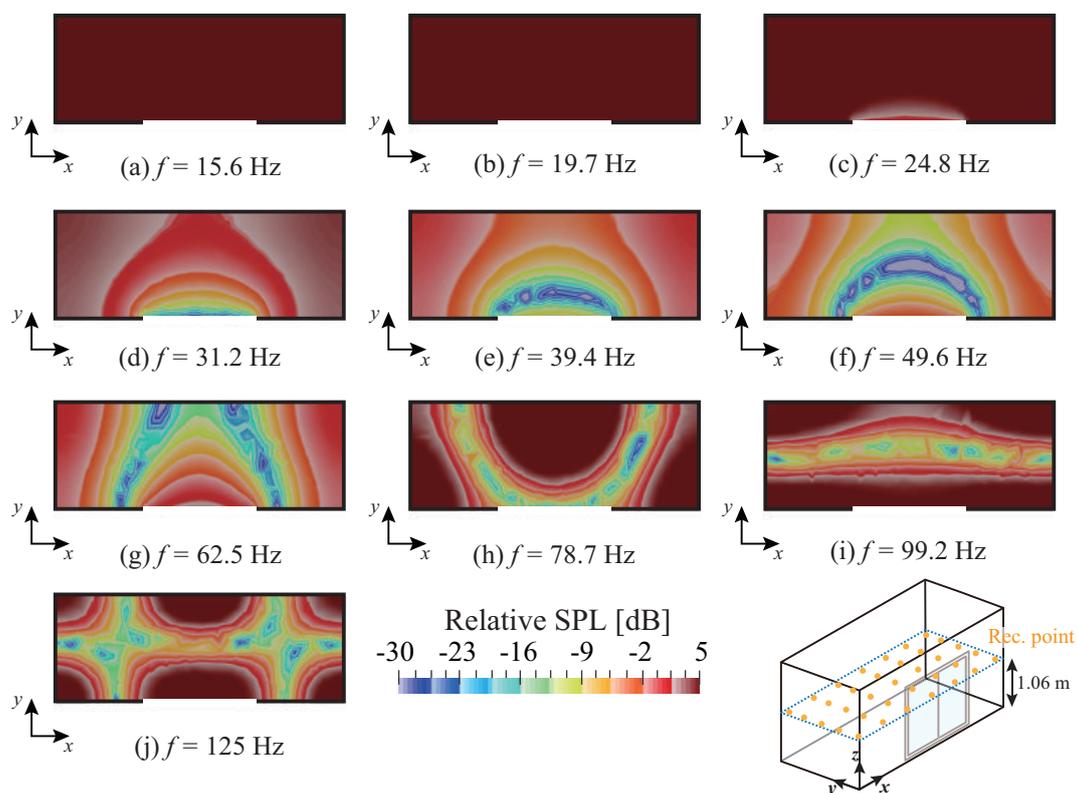


Fig. 4.54: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Front", condition.

窓閉じ

音源位置が正面方向で、窓が窓閉じ（無張力膜要素，板要素）の条件において，内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を，外壁の面密度 m_{wall} をパラメータとして算出した（Fig.4.55）。Eq.(4.3) で与えられる理論式も併記する。5 mm 厚の板ガラス相当の面密度 $m_{win} = 12.5 \text{ kg/m}^2$ に加え，1.8 m×1.8 m の矩形板の無限大バフル中における放射リアクタンスを屋内外の両面で考慮した付加面密度 m_{add} の和 $m_{win} + m_{add}$ を理論式の面密度 m として与えた。周波数の離散化は全面開放（窓なし）の条件と同様とし，1/3 オクターブバンドの内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ には，音源位置が正面の窓閉じの実測値も併記する。

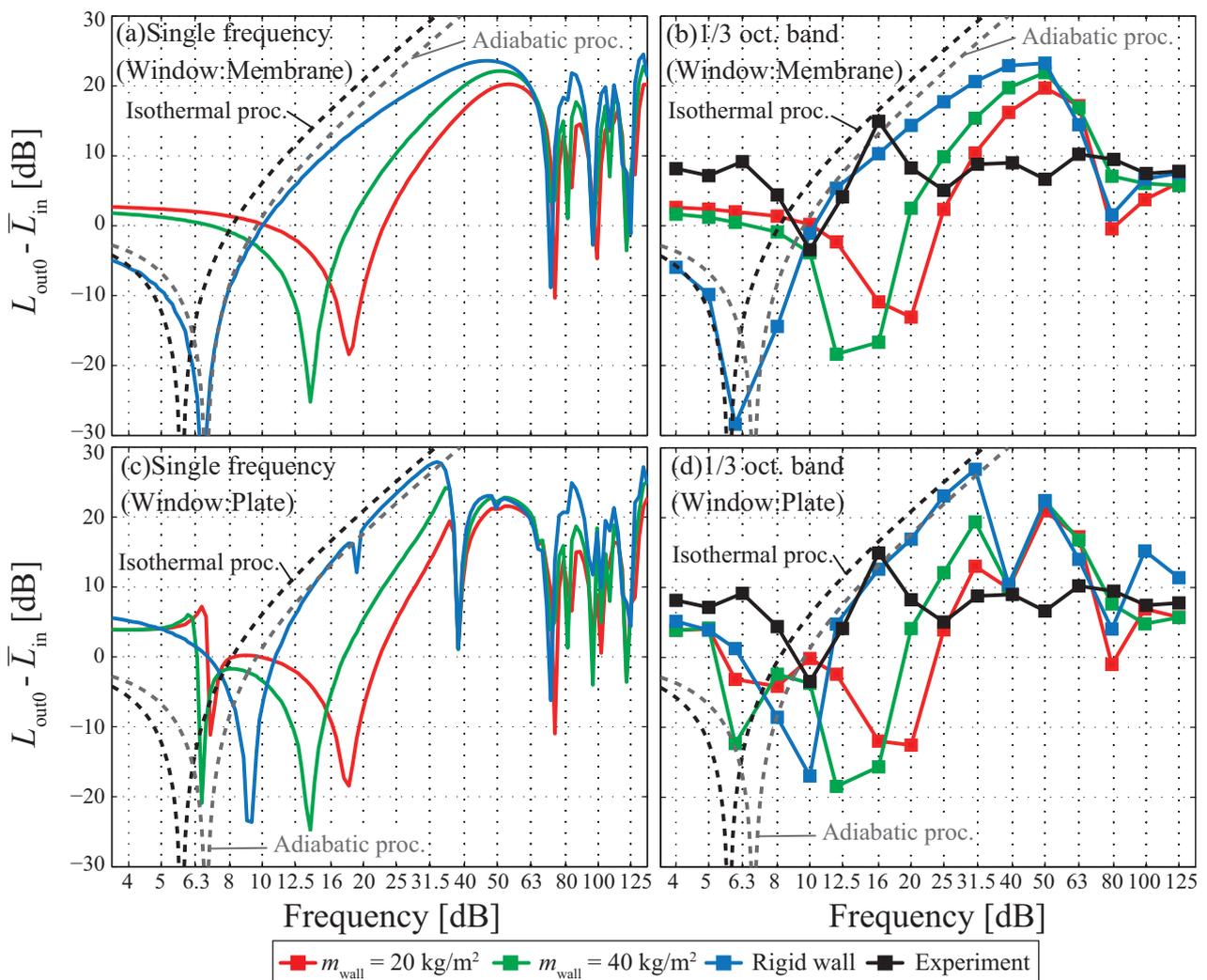


Fig. 4.55: Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing area density of membrane wall with the result of experiment under "Close", "Src. = Front" condition.

■ 外壁質量の影響

全面開放（窓なし）と同様で、80 Hz 以上の周波数帯域において、固有モードの発生によって家屋内の音圧レベルが上昇しており、外壁質量に関わらず類似した周波数特性を持っている。一方で、家屋内に固有モードが発生する周波数帯域では、外壁質量によってディップの深さが異なっており、音圧レベルの上昇値が異なっている。

また、全面開放（窓なし）と同様で、20 Hz 以下の超低音域においてもディップが生じており、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。これは家屋内空気をばね、外壁、窓を質量とする共振系の形成によるものだと考えられる。外壁質量が大きいほど共振周波数 f_r が低域側にシフトする傾向が見られ、外壁質量が大きいほどディップが深く、家屋内の音圧レベルの上昇値が大きいことがわかる。外壁を剛とした条件では、Eq.(4.3) の断熱過程における超低音域の理論式との対応も見られ、理論式に与えた窓部分の面密度 m が妥当であると考えられる。超低音域の共振周波数 f_r から、発生する低次の固有モードまでの周波数帯域では、外壁の質量が大きいほど、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が上昇しており、この周波数帯域では外壁を高重量化することで家屋内への透過音を制御できる可能性が示唆される。

■ 窓の剛性の影響

窓の質量と剛性を考慮することで、8 Hz 以下の周波数帯域において、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が上昇している。これは窓の剛性制御により、家屋内への透過音を制御していると考えられる。外壁が剛壁の条件の 8~10 Hz の間のディップは、第 3.2.2 節の検討と比較すると、板の一次の固有周波数によるものと考えられる。一方で、窓が質量のみの無張力膜要素の条件と比較すると、6.3~8 Hz の周波数帯域で新たにディップが生じている。外壁の質量や振動も考慮することで、板の一次の固有周波数が低域側にシフトしていると考えられる。

外壁を剛壁とした条件において、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベルで L_{out0} で基準化した家屋内の音圧レベル分布を 1/3 オクターブバンドの中心周波数ごとに単一周波数で算出した (Fig.4.56-4.59)。窓を板要素とした条件において、40 Hz 付近の周波数帯域では、窓（板）の面内に分布が生じることにより、窓近傍の音圧分布が複雑になっている。板厚 $t = 5$ mm の 1.8 m×1.8 m 単純支持板の (1,3) モードの理論値が 39.3 Hz であることから、窓（板）が顕著に透過することで、家屋内の音圧レベルが上昇している。

■ 実測との比較

窓の質量と剛性を考慮することで、超低音域における内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ の上昇が共通しており、剛性制御による影響が確認できる。また、40 Hz における固有モード発生も共通している。

一方で、家屋内に固有モードが発生するという現象は共通しているが、固有モードが発生する周波数帯域での家屋内の音圧レベルの上昇が著しく、定量的に乖離する部分も見られる。これは振動場や音場において、減衰を考慮していないことにより、家屋内の音圧レベルの上昇を過大評価している可能性が考えられる。また、20 ~ 40 Hz のような、超低音域の共振周波数から一次の家屋内の固有モード周波数までの非共振帯域では、実測と数値解析で乖離が見られる。この中間的な周波数帯域において、屋内音場に影響を与える他の要素の影響が示唆される。

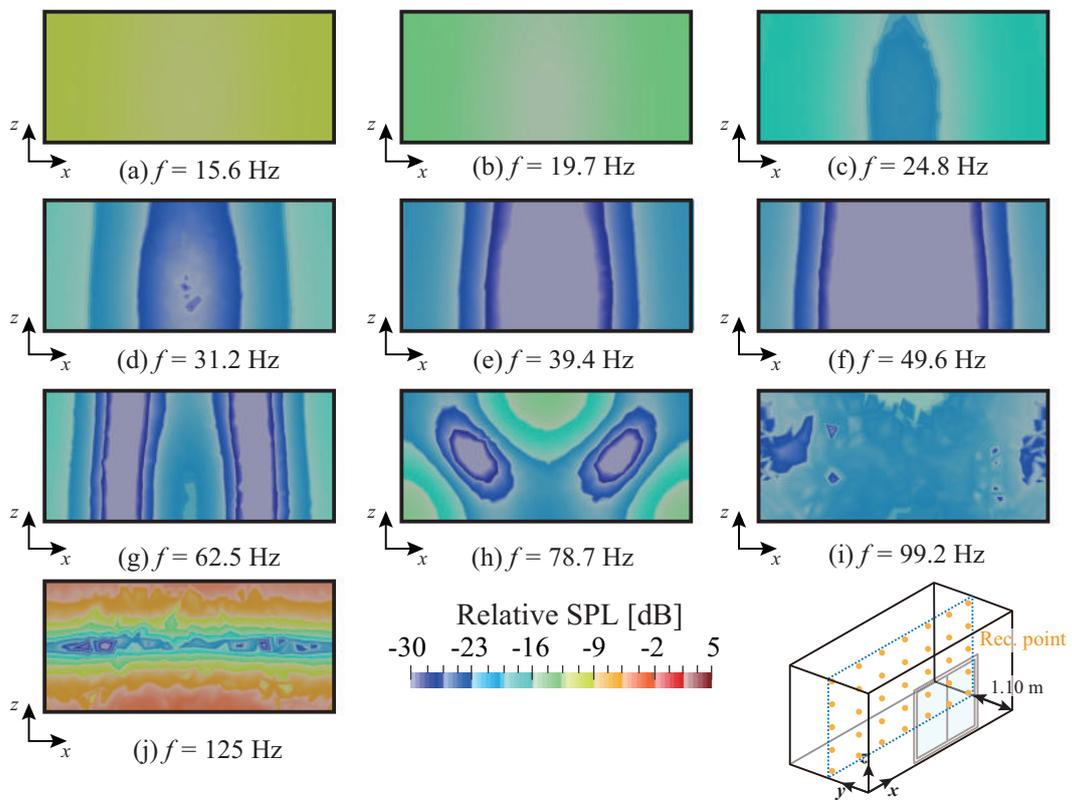


Fig. 4.56: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Membrane)", "Src. = Front", condition.

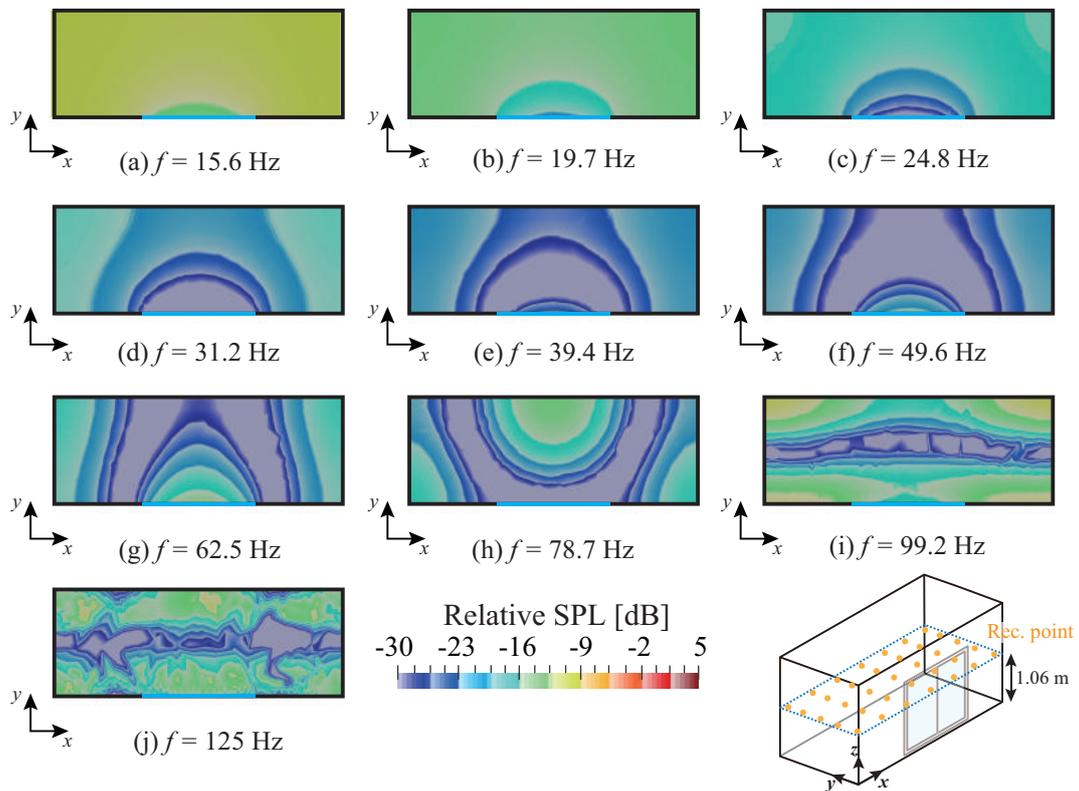


Fig. 4.57: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Membrane)", "Src. = Front", condition.

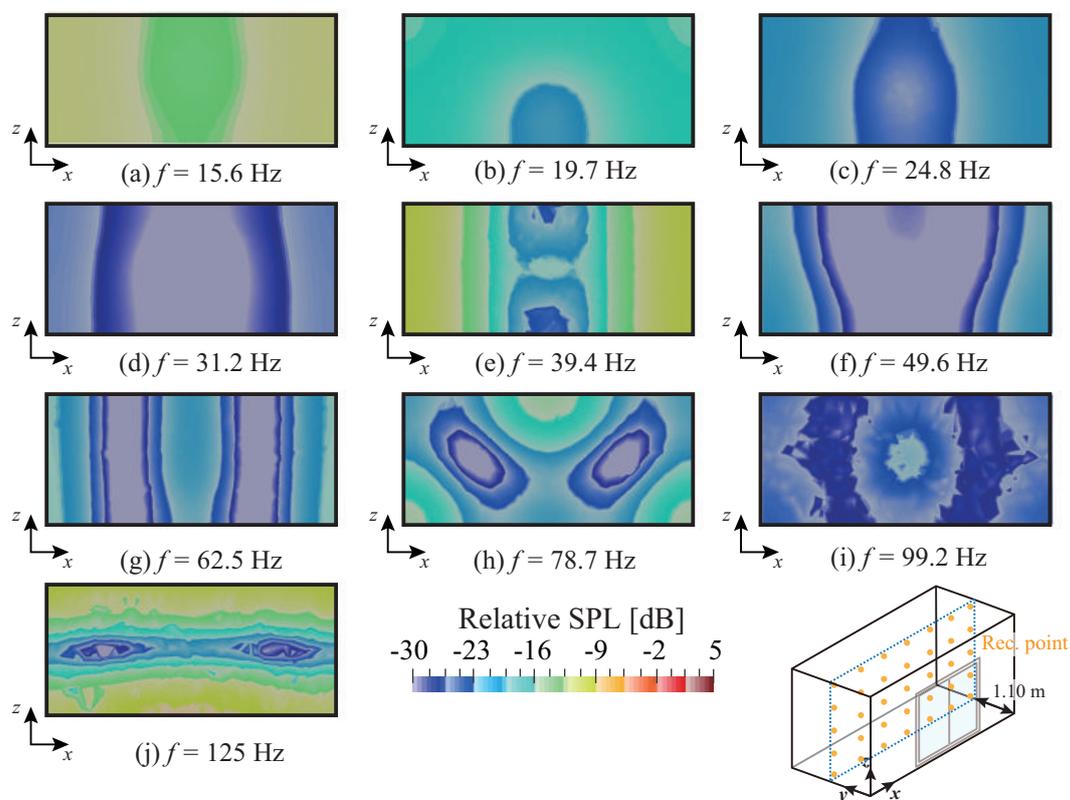


Fig. 4.58: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Plate)", "Src. = Front", condition.

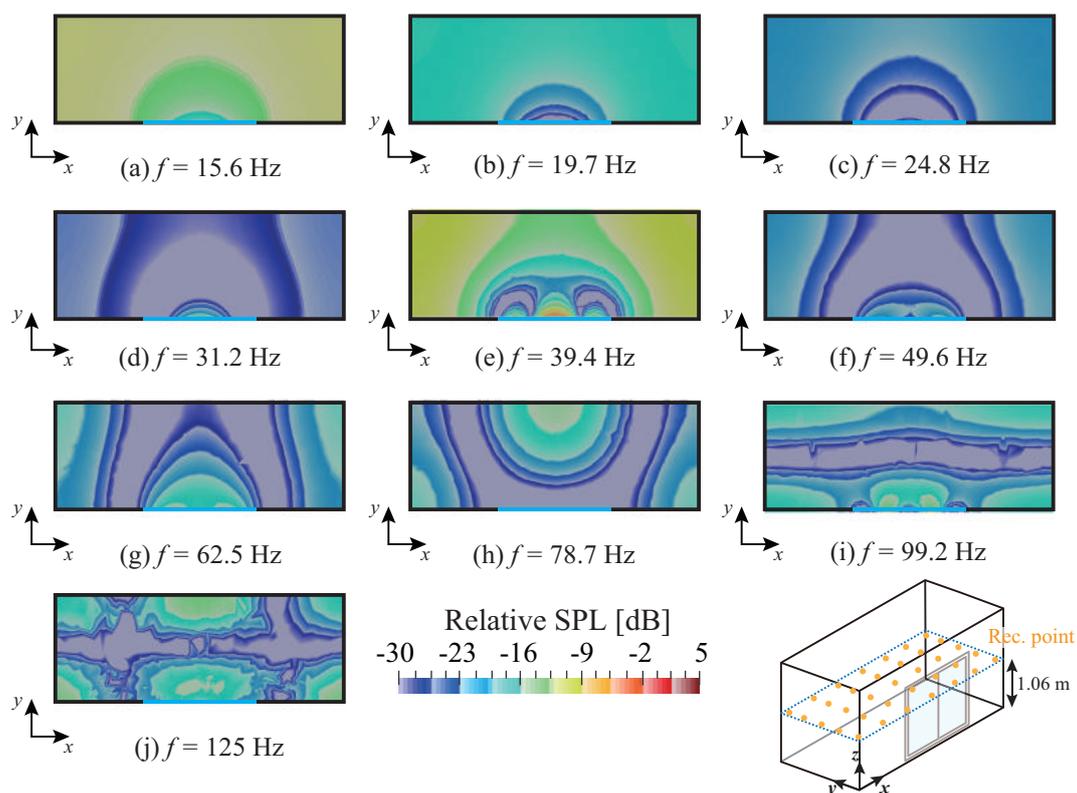


Fig. 4.59: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Plate)", "Src. = Front", condition.

5 cm 開放

音源位置が正面方向で、窓が 5 cm 開放の条件において、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を、外壁の面密度 m をパラメータとして算出した (Fig.4.60)。周波数の離散化は全面開放 (窓なし) の条件と同様とし、1/3 オクターブバンドの内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ には、音源位置が正面の 5 cm 開放の実測値も併記する。

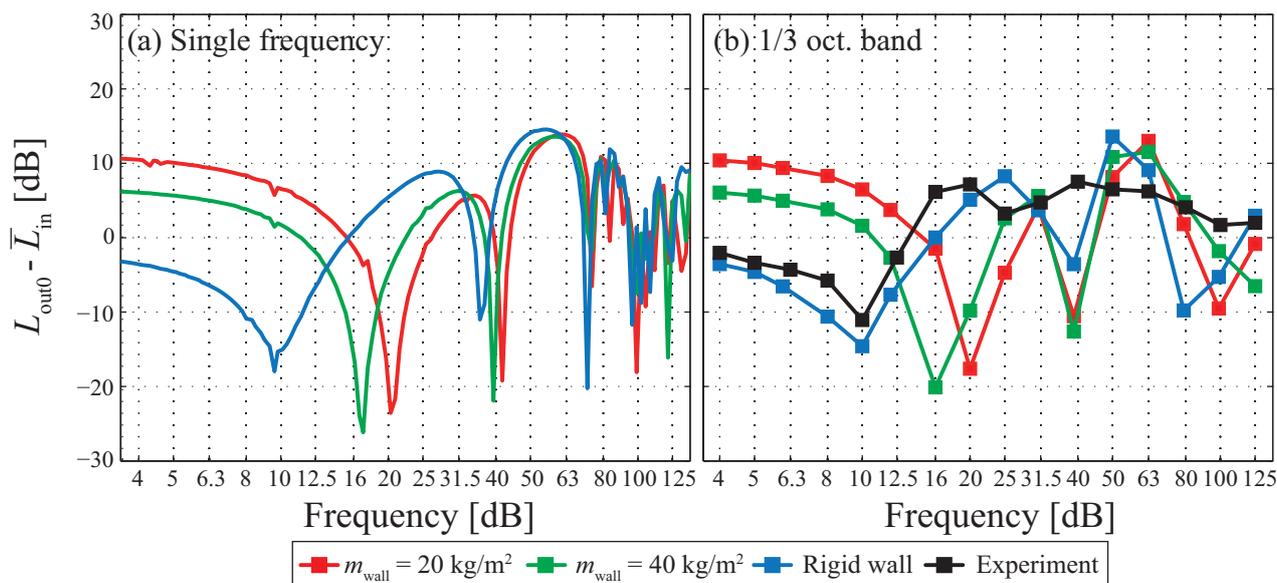


Fig. 4.60: Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing area density of membrane wall with the result of experiment under "5cm open", "Src. = Front" condition.

■ 外壁質量の影響

80 Hz 以上の周波数帯域において、家屋内の固有モードの発生によって家屋内の音圧レベルが上昇しており、外壁質量に関わらず類似した周波数特性を持っている。一方で、家屋内に固有モードが発生する周波数帯域では、外壁質量によってディップの深さが異なっており、音圧レベルの上昇値が異なっている。一方で、40 Hz 付近における (1,0,0) の一次元モード周波数では、ディップの周波数が外壁質量によって、若干変化している。外壁を剛壁とした条件では、家屋内の固有モード周波数の理論値と近い周波数帯域でディップが生じているが、外壁質量が小さい条件ほど、高域側でディップが生じている。これは、特性インピーダンス ρc と壁面のインピーダンス $j\omega m$ の関係より、壁面で反射が生じ、家屋内に固有モードが発生する周波数が外壁質量に依存すると考えられる。これより、低次の家屋内の固有モード周波数は、外壁質量が小さいほど、高域側にシフトすると考えられる。

また、20 Hz 以下の超低音域においてもディップが生じており、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。これは家屋内空気をばね、外壁、窓、微小な隙間の空気を質量とする共振系の形成によるものだと考えられる。外壁質量が大きいほど共振周波数 f_r が低域側にシフトする傾向が見られる。

外壁を剛壁とした条件では、周波数の低下とともに、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が 0 に漸近する傾

向にある。一方で、外壁の面密度 $m = 20, 40 \text{ kg/m}^2$ とした条件では、内外音圧レベル差 $L_{\text{out}0} - \bar{L}_{\text{in}}$ が上昇する現象が見られる。現象のメカニズムについては不明だが、窓や外壁の振動、微小な隙間が存在する条件では、家屋内の音場が複雑な挙動をしている。

■ 微小な隙間の影響

外壁を剛壁とした条件において、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベルで $L_{\text{out}0}$ で標準化した家屋内の音圧レベル分布を 1/3 オクターブバンドの中心周波数ごとに単一周波数で算出した (Fig.4.61,4.62)。

隙間が生じることで、家屋内に音波が顕著に伝搬していることがわかる。そのため、19.7～49.6 Hz の周波数帯域では、家屋の長手方向 (x 方向) に音圧レベルの勾配が生じており、周波数によって音圧レベルが大きい位置が変化している。

■ 実測との比較

外壁を剛壁とした条件では、40 Hz 以下の周波数帯域において、実測との対応が見られる。超低音域における共振周波数 f_r より低い周波数帯域において、内外音圧レベル差 $L_{\text{out}0} - \bar{L}_{\text{in}}$ が 0 に漸近する傾向や内外音圧レベル差 $L_{\text{out}0} - \bar{L}_{\text{in}}$ の急峻な上昇については共通している。一方で、5 cm 開放条件においても、家屋内に固有モードが発生する周波数帯域では、家屋内の音圧レベルの上昇を過大評価する現象が生じている。

また、数値解析における 49.6 Hz の周波数帯域の音圧分布のように、実測における 50 Hz でも、家屋の $+x$ 方向に音圧レベルが著しく上昇している箇所が見られ、音圧分布性状の対応が見られる。

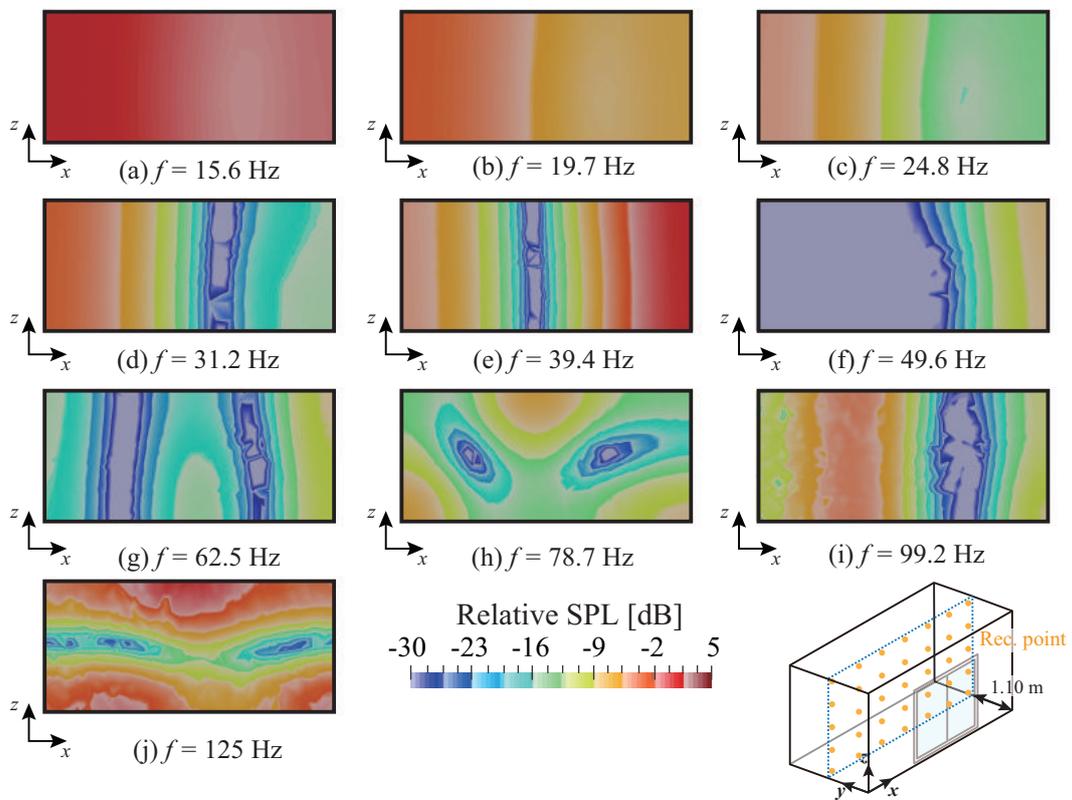


Fig. 4.61: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Front", condition.

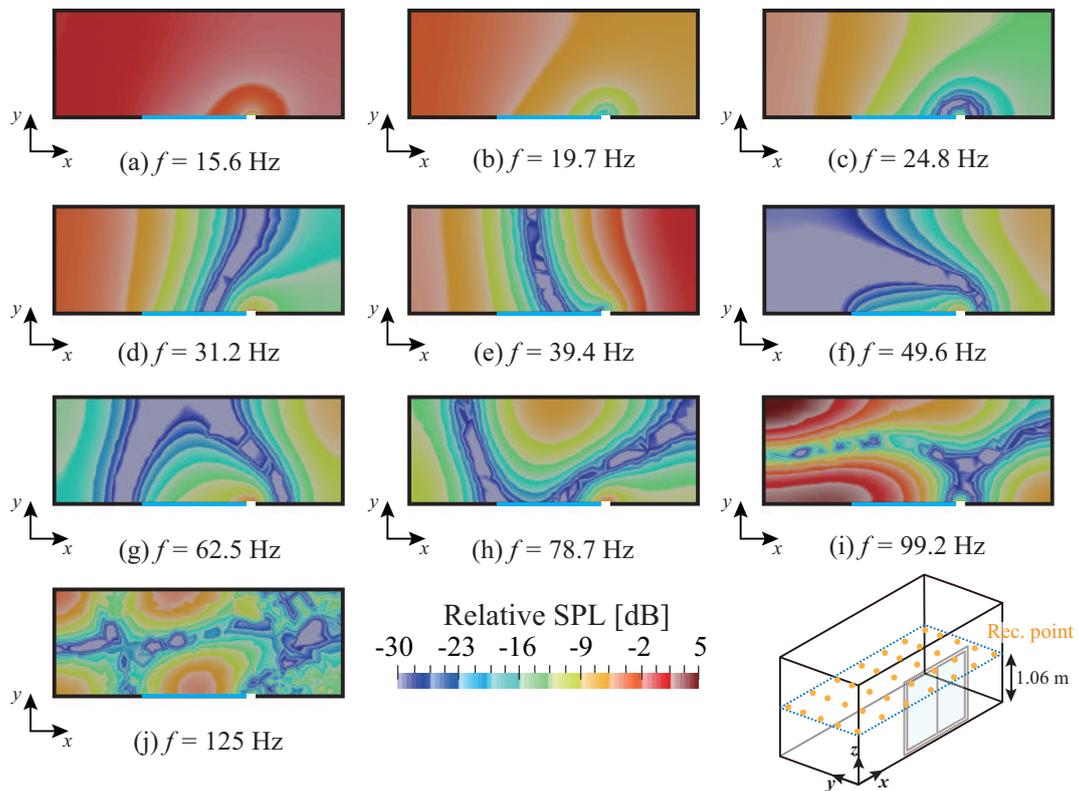


Fig. 4.62: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5 cm open", "Src. = Front", condition.

4.4.4 音源位置の影響

全面開放（窓なし）

音源位置が正面方向及び斜め方向で、窓が全面開放（窓なし）の条件において、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を外壁の面密度 m_{wall} をパラメータとして算出した (Fig.4.63)。周波数の離散化及び、1/3 オクターブバンドのレベル算出については、第 4.4.3 節と同様の条件とする。1/3 オクターブバンドの内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ には、音源位置が正面方向、斜め方向の全面開放（窓なし）の実測値も併記する。

■ 屋内音場の加振条件の変化

音源の位置を斜め方向にすることで、40 Hz 付近の周波数帯域における (1,0,0) の一次元モードの発生により、ディップが生じている。一方で、高次の家屋内の固有モードが密接する 100 Hz 付近の周波数帯域付近では殆ど変化がなく、影響は小さいものと考えられる。

■ 実測との比較

外壁を剛壁とした条件において、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベルで L_{out0} で基準化した家屋内の音圧レベル分布を Fig.4.64,4.65 に示す。音源の位置を斜めにすることで、40 Hz 付近の周波数帯域における (1,0,0) の固有モードが強く励起され、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が低下する傾向については対応している。一方で、実測における 31.5 Hz のような、音源位置を斜めにすることで寧ろ家屋内の音圧レベルが低下するような現象については、数値解析では見られなかった。

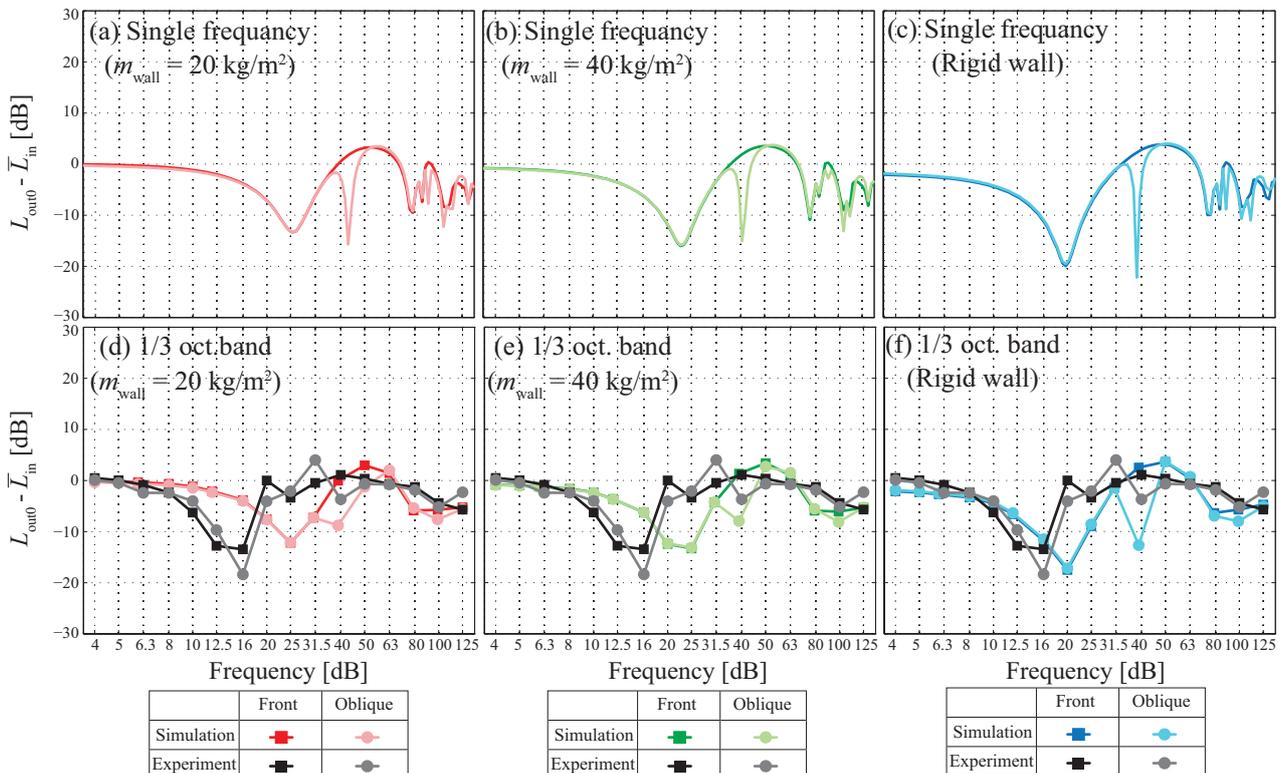


Fig. 4.63: Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source wall with the results of the experiment under "Aperture" condition.

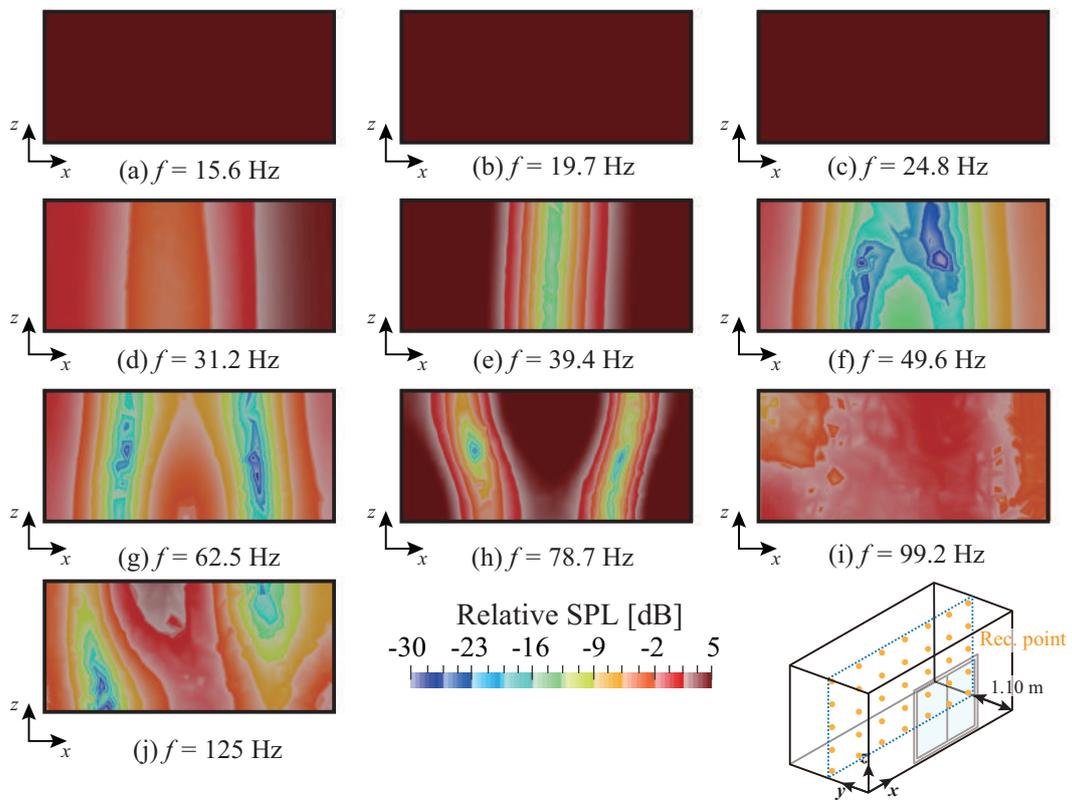


Fig. 4.64: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Oblique", condition.

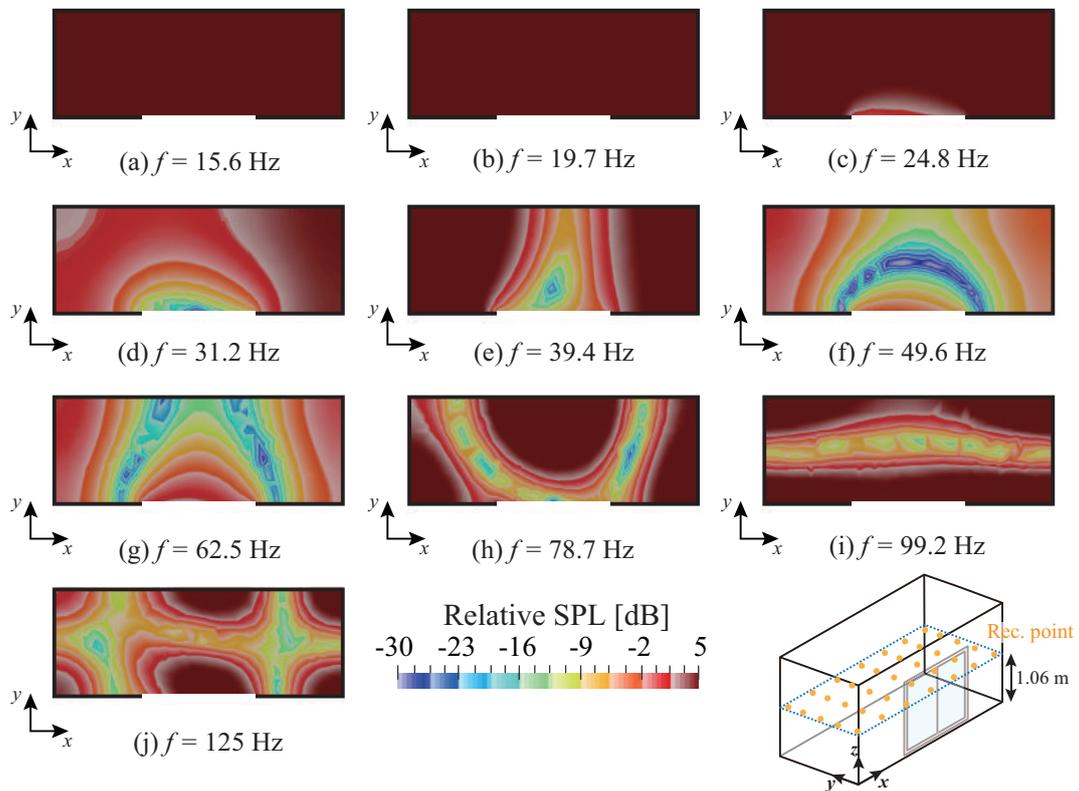


Fig. 4.65: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Oblique", condition.

窓閉じ

音源位置が正面方向及び斜め方向で、窓が窓閉じの条件において、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を外壁の面密度 m_{wall} をパラメータとして、窓が無張力膜要素、板要素のそれぞれで算出した (Fig.4.66, 4.67)。周波数の離散化及び、1/3 オクターブバンドのレベル算出については、第 4.4.3 節と同様の条件とする。1/3 オクターブバンドの内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ には、音源位置が正面方向、斜め方向の窓閉じの実測値も併記する。

■ 屋内音場の加振条件の変化

全面開放 (窓なし) と同様で、音源の位置を斜め方向にすることで、40 Hz 付近の周波数帯域において固有モードの発生によりディップが生じている。一方で、窓閉じ条件においても、高次の家屋内の固有モードが密接する 100 Hz 付近の周波数帯域付近では殆ど変化がなく、音源位置を斜めにする影響は小さい傾向にある。そのため、音源位置を斜めにすることで、一次の家屋内の固有モード周波数付近の周波数帯域で屋内音場に与える影響が大きいと考えられる。外壁を剛壁とした条件において、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベルで L_{out0} で基準化した家屋内の音圧レベル分布を Fig.4.68-4.71 に示す。音源位置が斜め方向になることで、若干不均一な音圧分布になっているように見えるが、音圧分布には殆ど変化がない。

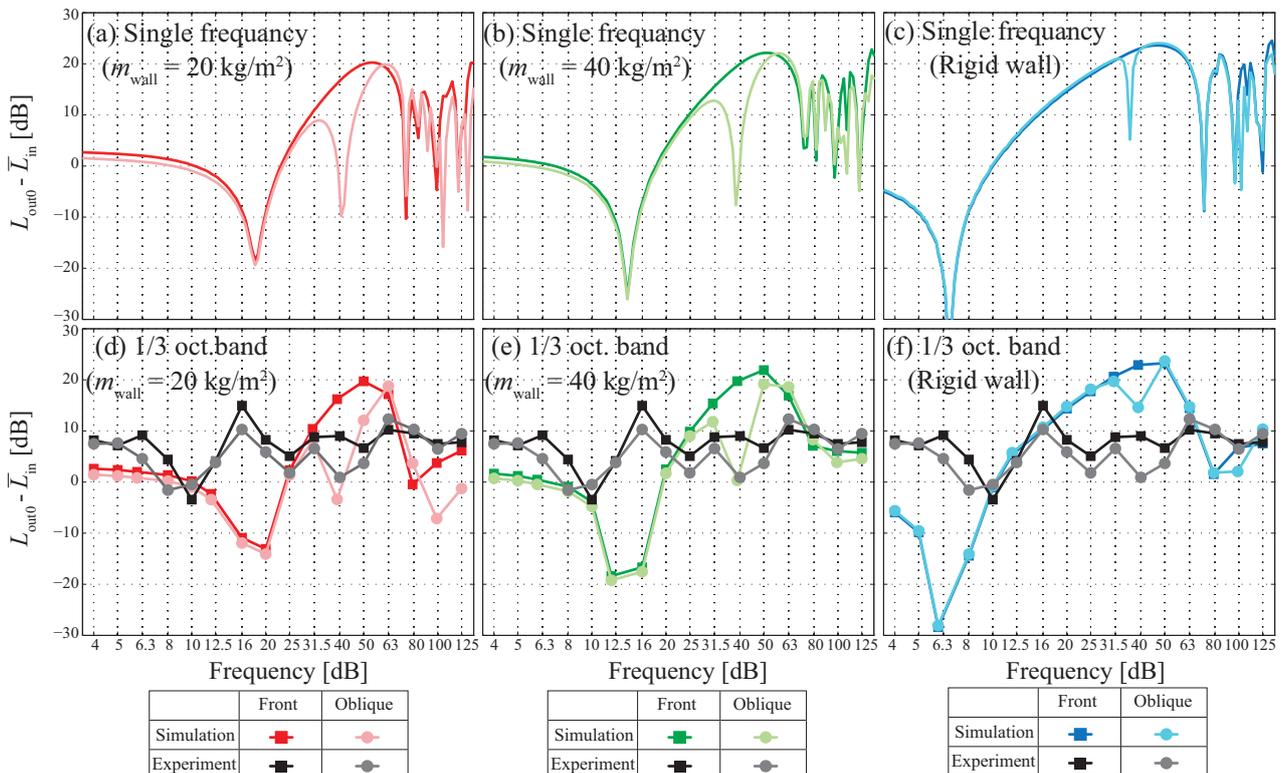


Fig. 4.66: Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source with the results of the experiment under "Close(Window:Membrane)" condition.

■ 窓の剛性の影響

窓の質量と剛性を考慮する板要素の条件では、音源位置が正面の条件でも、40 Hz 付近でディップが生じており、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ の周波数特性は類似している。音源位置が正面方向の条件では、窓（板）の面内に分布が生じることにより、窓近傍の音圧分布が複雑になり、屋内音場の加振条件が変化することで、(1,0,0) の一次元モードが発生している。音源位置が斜め方向の条件では、音源の位置が変化したことによって、屋内音場の加振条件が変化し、(1,0,0) の一次元モードが発生しており、家屋内に固有モードが発生する現象は共通しているが、固有モードが発生するためのメカニズムについては異なっている。

■ 実測との比較

実測における 10 Hz 以下の周波数帯域での内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ の上昇については、窓の質量と剛性を考慮する板要素の条件との対応が見られ、剛性制御の影響によるものと確認できる。音源の位置を斜め方向にすることで、40 Hz 付近の周波数帯域における (1,0,0) の一次元モードが強く励起される影響で、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が低下する傾向については、数値解析と実測で共通している。本条件でも、固有モードが発生する周波数帯域での家屋内の音圧レベルの上昇が著しく、定量的に乖離する部分も見られる。

また、実測における 8, 10 Hz のような、音源位置を斜めにすることで、超低音域における共振周波数 f_r が低域側にシフトするような現象が数値解析では見られず、外壁の剛性の影響等の他の要因の影響が示唆される。

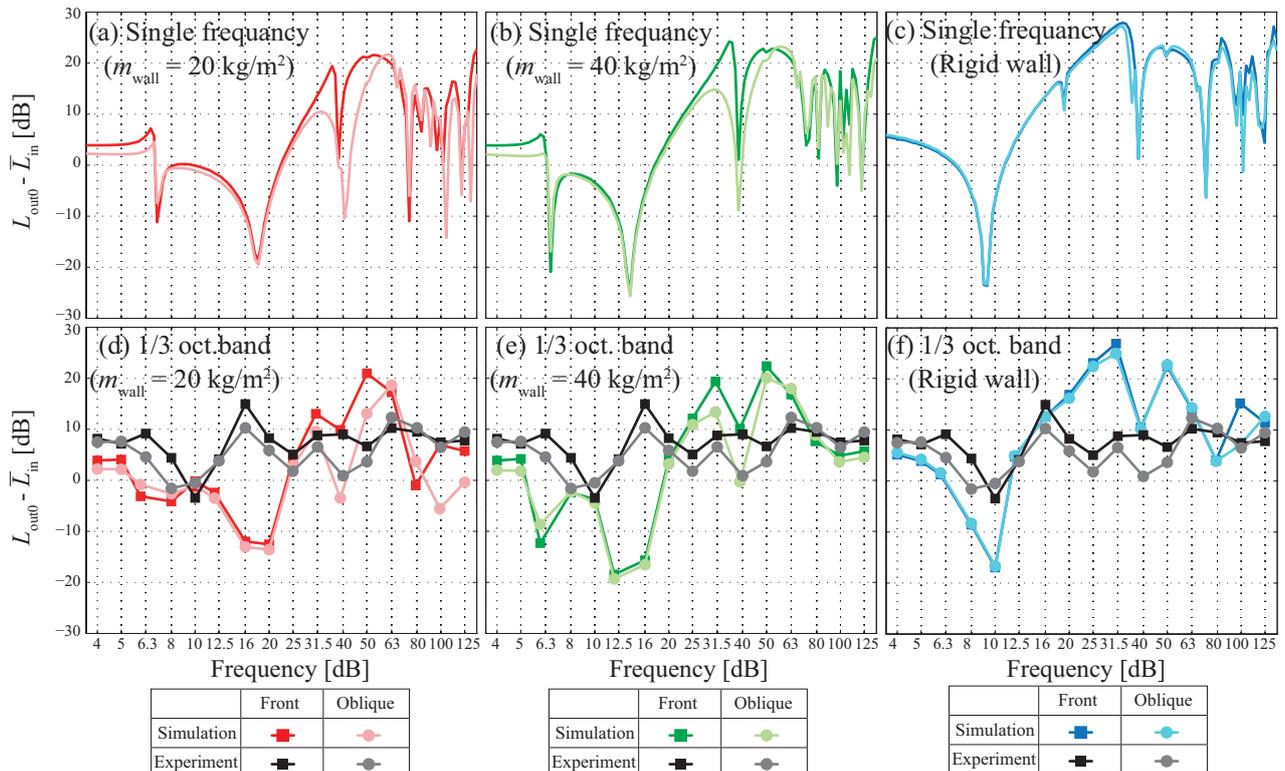


Fig. 4.67: Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source with the results of the experiment under "Close(Window:Plate)" condition.

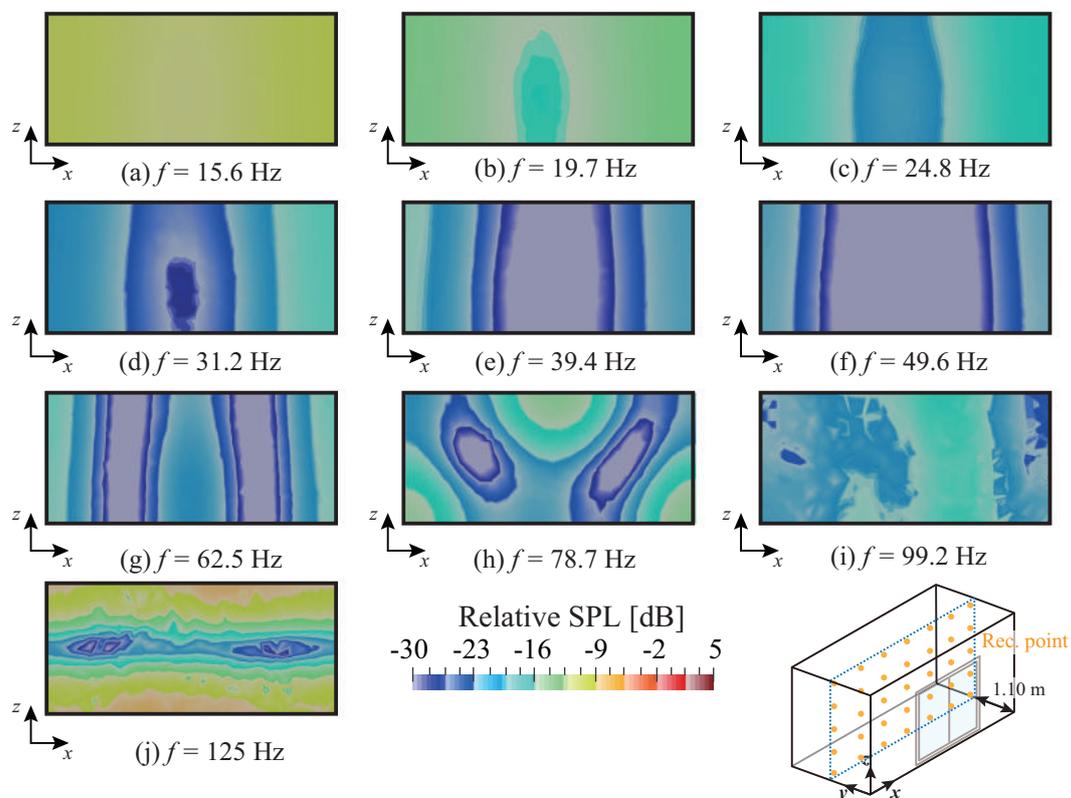


Fig. 4.68: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Membrane)", "Src. = Oblique", condition.

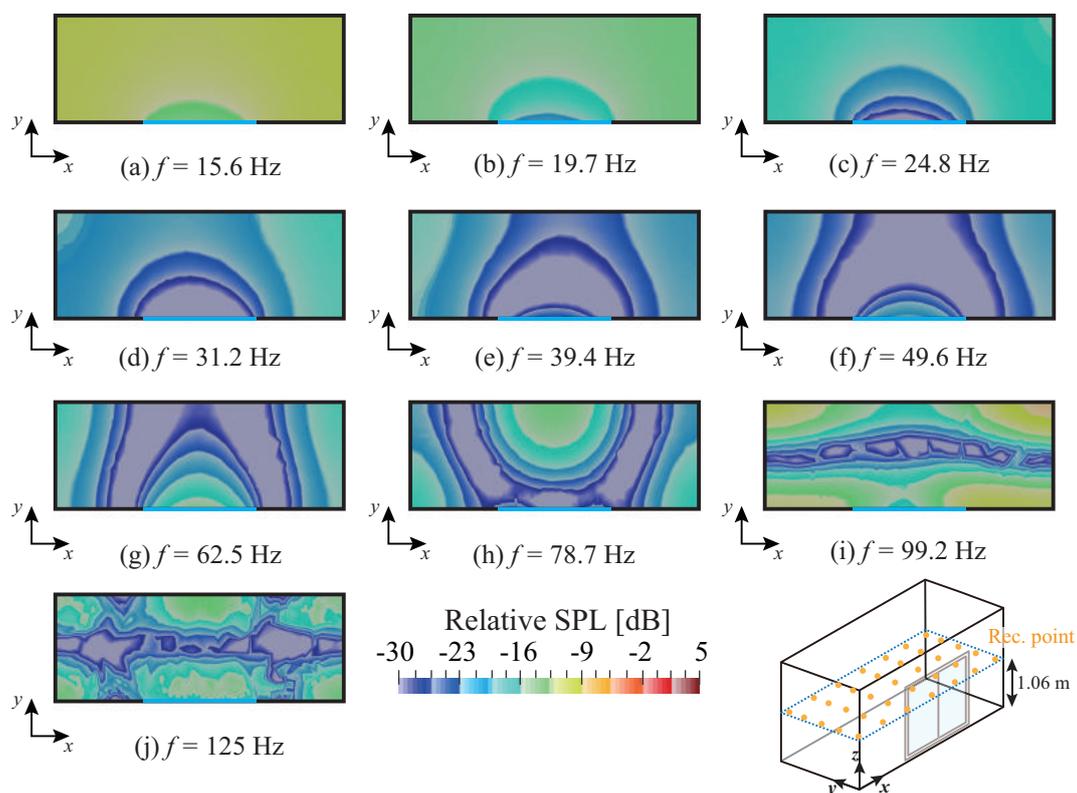


Fig. 4.69: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Membrane)", "Src. = Oblique", condition.

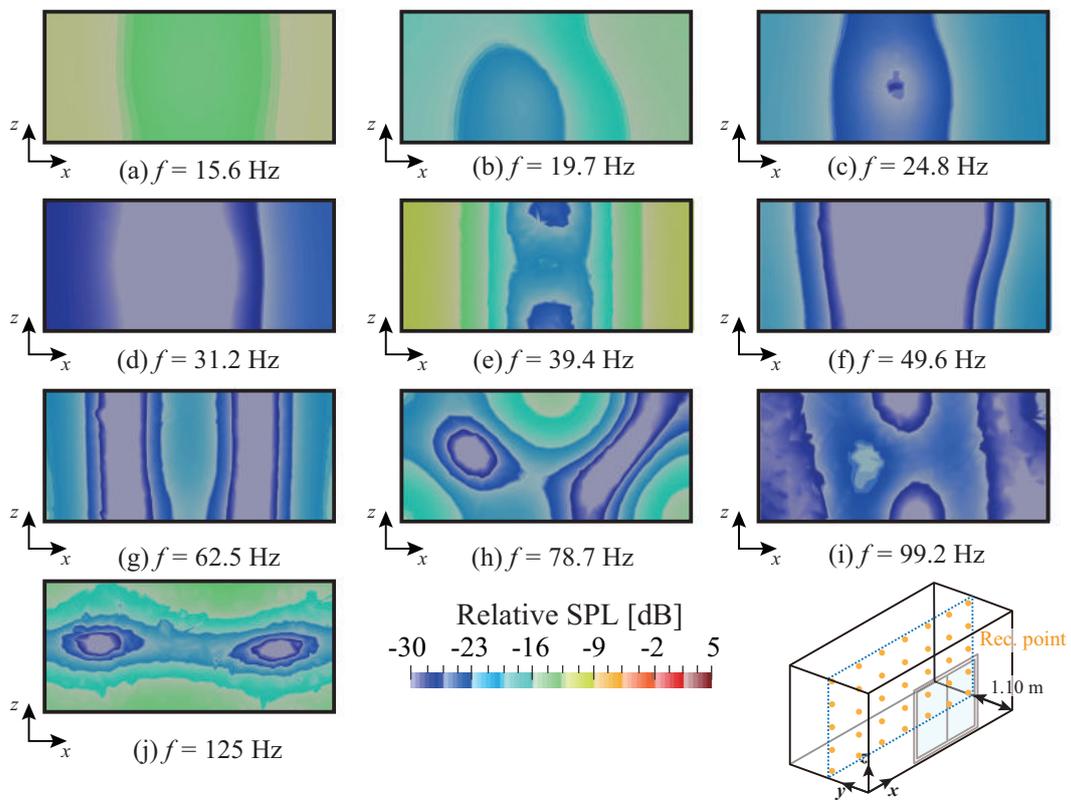


Fig. 4.70: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Plate)", "Src. = Oblique", condition.

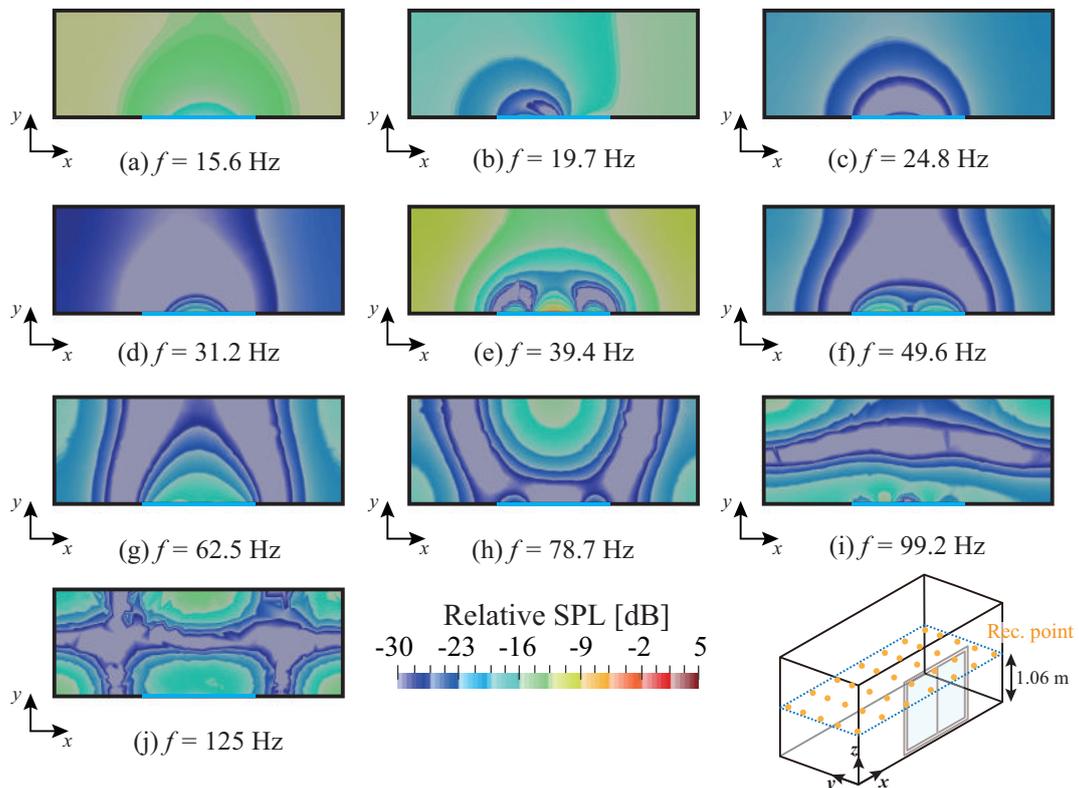


Fig. 4.71: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Plate)", "Src. = Oblique", condition.

5 cm 開放

音源位置が正面方向及び斜め方向で、窓が 5 cm 開放の条件において、内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を外壁の面密度 m_{wall} をパラメータとして、算出した (Fig.4.72)。周波数の離散化及び、1/3 オクターブバンドのレベル算出については、第 4.4.3 節と同様の条件とする。1/3 オクターブバンドの内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ には、音源位置が正面方向、斜め方向の 5 cm 開放の実測値も併記する。

■ 屋内音場の加振条件の変化

40 Hz 以下の一次の家屋内の固有モード周波数より低い周波数帯域では、音源の位置を斜め方向にすることで内外レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が上昇する傾向にある。外壁を剛壁とした条件において、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベルで L_{out0} で基準化した家屋内の音圧レベル分布を Fig.4.73,4.74 に示す。音波の透過が顕著である隙間の部分において、音源位置が斜め方向になることで見かけの面積が小さくなり、家屋内に有効に伝搬するエネルギーが減少したため家屋内の音圧レベルが低下したと考えられる。

■ 実測との比較

実測においても、音源の位置を斜め方向にすることで内外レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ が上昇する傾向にあり、数値解析との対応が見られる。ここでも、固有モードが発生する周波数帯域での家屋内の音圧レベルの上昇が著しく、定量的に乖離する部分も見られるが、外壁を剛壁とした条件では、概ね近い対応をしていることがわかる。

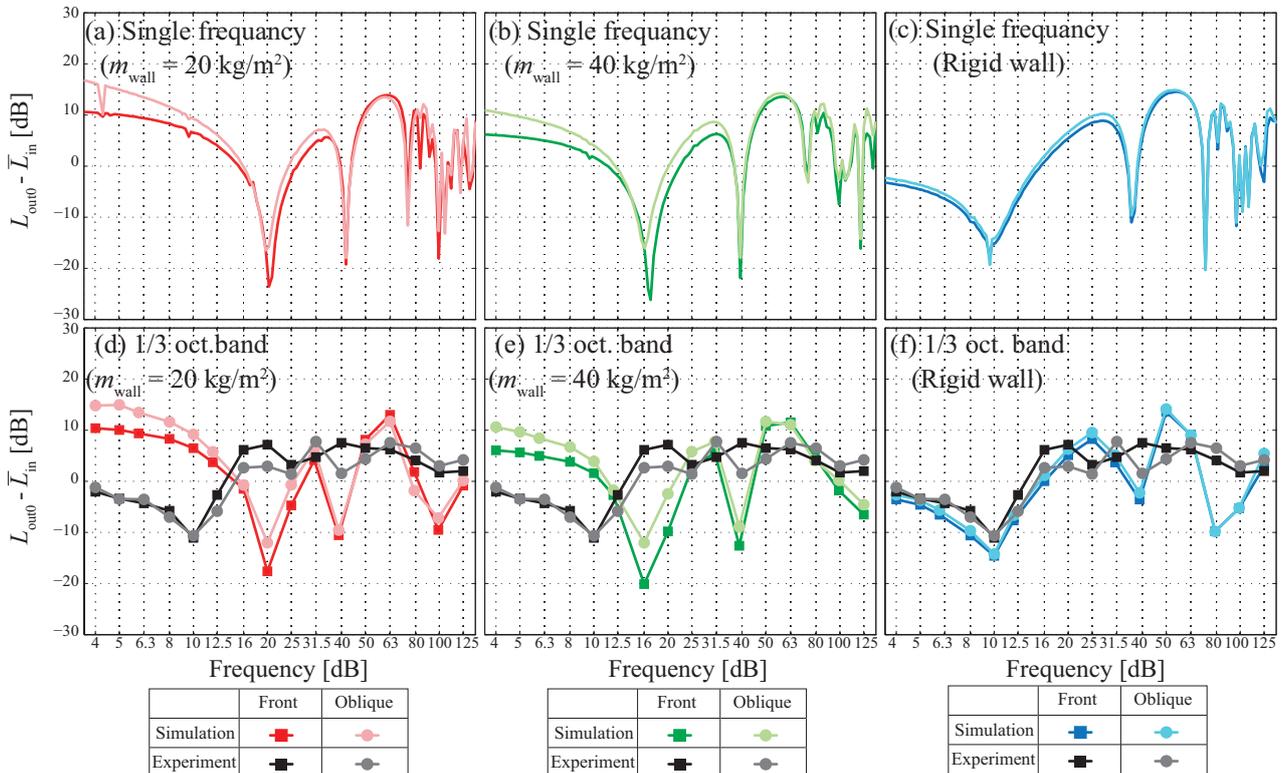


Fig. 4.72: Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source with the results of the experiment under "5 cm open" condition.

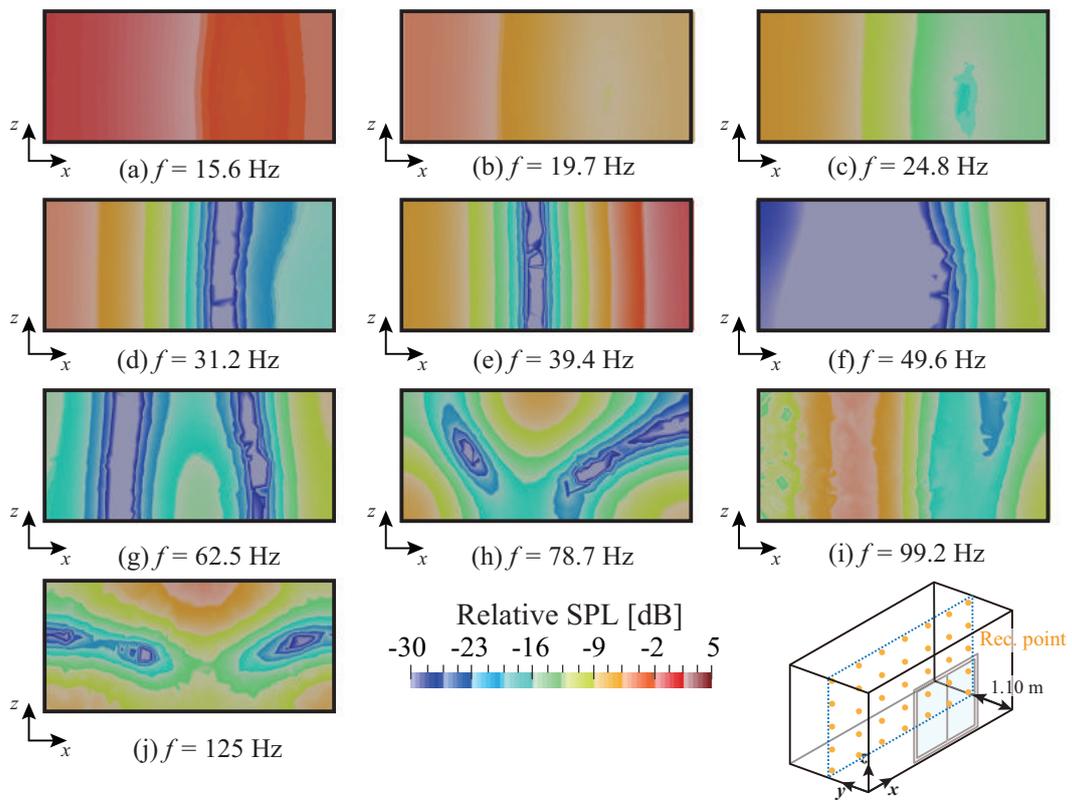


Fig. 4.73: Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Oblique", condition.

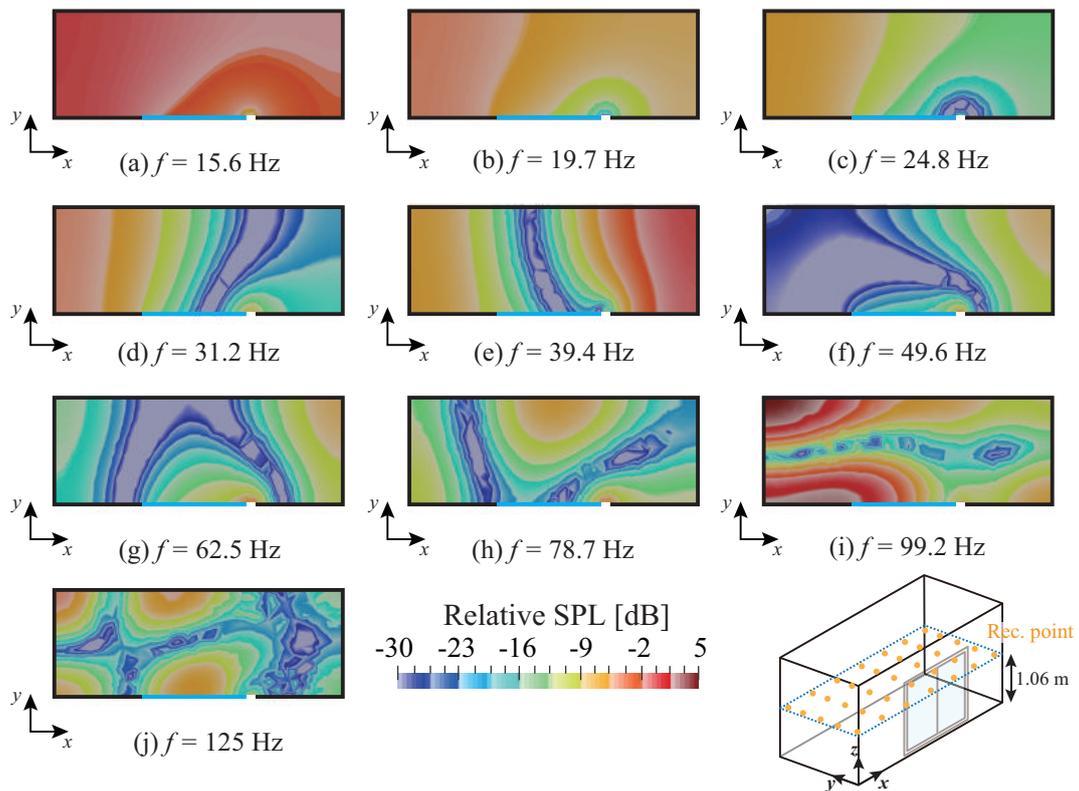


Fig. 4.74: Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5 cm open", "Src. = Oblique", condition.

4.5 まとめ

本章では、模擬家屋を用いて低周波音に対する家屋の遮音性能の測定を行い、実環境における家屋内外における低周波音の伝搬現象の考察を行った。

第2節では、使用した模擬家屋や低周波音源の仕様、パラメータとする測定時の窓の開放条件や音源配置を設定し、音源・測定点の配置や測定環境等の測定概要を示した。また、測定した結果を分析するための補正方法について述べた。

第3節では、本測定における低周波音に対する家屋の遮音性能の評価するために算出指標について述べ、各種音源の距離減衰特性から、音源を点音源と仮定することで家屋がない状態における家屋前面の屋外音圧レベル L_{out0} を算出した。窓開放の影響では、窓の開放条件に関わらず、家屋内に固有モードが発生する周波数帯域において、家屋内の音圧レベルが上昇する傾向にあった。そのため、家屋の寸法比が異なり複数の家屋内の固有モードが近接するような周波数帯域では、家屋内の音圧レベルが上昇する傾向にあると考えられる。

また、窓の開放条件に関わらず、20 Hz 以下の超低音域において著しく家屋内の音圧レベルが上昇する現象が見られた。窓の運動方程式と室内の状態方程式から、超低音域における内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ の理論式を導出し、全面開放（窓なし）の条件では概ね近い対応が見られた。一方、窓閉じでは共振周波数 f_r の予測は煩雑である一方で、共振周波数 f_r より高い周波数帯域における急峻な内外音圧レベル差の上昇や、窓部分に付加する質量が大きくなることで、共振周波数 f_r が低域側にシフトする等の傾向は共通していた。10 Hz 以下の周波数帯域では、家屋全体の剛性制御の影響により透過音を制御するような現象も見られた。

また、窓周囲の微小な隙間をテープで気密することにより、音圧レベル分布や内外音圧レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ に大きな変化は見られず、窓サッシ周辺の微小な隙間が屋内音場に及ぼす影響は小さいと考えられる。

音源位置による影響では、特に屋内音場の加振条件の変化により、固有モードが強く励起されるような現象が見られた。特に 40 Hz の (1,0,0) の一次元モードの付近の周波数帯域では、音源の位置を斜めにすることで家屋内の音圧レベルが 5~10 dB 近く上昇した。そのため、家屋の外壁面に対称的な位置に音源を配置することで、家屋内の固有モードが発生するような周波数帯域では、有効な対策になり得る可能性が示唆された。

換気口のような微小な開口部の影響については、直径 75 mm 程度の開口部では屋内音場に与える影響については非常に小さい可能性が示唆された。特に家屋内に固有モードが発生する周波数帯域では、リアクティブな音場成分が支配的になり、換気口から有効にエネルギーが伝搬せず、換気口の有無による影響は殆どないと考えられる。

第4節では、実測を模擬した数値解析を行い、実測との比較・検討を行った。20 Hz 以下の超低音域における剛性制御や、著しい家屋内の音圧レベルの上昇、家屋内の固有モードの発生による家屋内の音圧レベルの上昇等、定性的な現象については対応が見られた。

一方で、数値解析と実測で定量的に乖離する部分も見られた。1つ目は、数値解析において、超低音域における共振系の形成や固有モード周波数等の共振帯域での家屋内の音圧レベルの上昇を過大評価する傾

向にあった。そのため、振動場や音場の減衰を考慮する必要性が示唆された。2つは低音域の共振周波数から一次の家屋内の固有モード周波数までの非共振帯域では、数値解析において透過音の過小評価が見られた。この共振帯域において、屋内音場に影響を与える他の要素の影響が示唆され、外壁の剛性の考慮や、床の振動等が挙げられる。

第5章

総括

本章では、本研究により得られた成果を総括し、今後の課題について述べる。

5.1 研究の成果

第1章では、研究の背景について概説し、近年の低周波音問題の動向等の低周波音の基礎について述べた。低周波音の騒音伝搬、音響透過等の物理現象の把握や、住宅(受音)側での低周波音対策に関する知見の取得へ向けて、大きく2つの目的を設定した。

- 低周波領域の家屋の遮音性に関わる要素の把握
- 家屋内外における低周波音の騒音伝搬の定性的・定量的知見の取得

第2章では、本論文で用いる有限要素法の基礎理論について述べた。定常状態の音場、PML(Perfectly Matched Layer)、弾性体振動場、板振動場、膜振動場の支配方程式を導出し、有限要素法による解析方法を述べた。さらに、各物理場の連成手法や要素積分について示した。

第3章では、低周波領域における家屋の数値解析モデルの構築を行った。第1節では、本論文で対称とする家屋近傍に配置された定常的低周波音を発生する設備機器について述べ、解析モデル・音源モデルを構築した。さらに、本研究において重要なファクターとなる有限要素法による開領域(屋外音場)の模擬のため、PMLの妥当性検証を行った。

受音系における低周波領域の家屋の遮音性性能に関わる要素として、第2節で窓からの透過・伝搬に関する検討、第3節で外壁からの透過・伝搬に関する検討、第4節で微小な隙間からの透過・伝搬に関する検討を行った。各検討において、家屋内の音圧レベルが上昇する要因として、以下のものが共通して挙げられた。

- (1) 超低音域において、家屋内空気をばね、窓・外壁・開口付近の空気を質量とする共振系の形成
- (2) 家屋内の固有モードの発生

(1)の超低音域での共振系では、家窓や外壁の質量や剛性、換気口等の微小な隙間によって共振周波数 f_r が変化するため、家屋内の音圧レベルが上昇する周波数帯域を厳密に予測することは困難だと考えられる。一方で、室容積や窓、外壁微小な開口部の面積、付加質量等から、ある程度の精度で家屋内の音圧レ

ベルが上昇する周波数帯域を予測できると推察される。

(2)の家屋内の固有モードの発生については、家屋内壁面を剛とした固有モード周波数の理論値と概ね近い値で音圧レベルが上昇しており、周波数帯域をある程度予測できる可能性が示唆された。一方で、固有モード周波数に近接していても、発生しないモードもあったことから、家屋内の固有モードの発生は屋内音場の加振条件に依存する可能性が示唆された。また、家屋の寸法や比にも依存するが、高次の固有モードが密接する100 Hz以上の周波数帯域では、質量則ほどの遮音性能が確保できないと推察される。

また、第2節の窓からの透過・伝搬に関する検討においては、剛性の有無の影響も考慮し、20 Hz以下の超低音域での剛性制御や、板の固有周波数に近接する周波数帯域で家屋内の音圧レベルの上昇が見られた。構造材（窓、外壁）の剛性が屋内音場に影響を与える可能性も示唆された。

第4章では、模擬家屋を用いた低周波音に対する家屋の遮音性能の測定を行った。測定に使用する模擬家屋や低周波音源、実環境でパラメータとする測定条件等の測定概要を示した。

実測結果から、実環境においても超低音域における著しく家屋内の音圧レベルの上昇する現象が見られた。また、その周波数帯域は窓に付加する質量が大きいほど、低域側にシフトする傾向も見られた。そのため、窓部分の質量を変更することで、この著しく家屋内の音圧レベルの上昇する周波数帯域を制御できる可能性が示唆された。

また、音源位置の影響では、屋内音場の加振条件の変化により、一次の家屋内の固有モードの周波数帯域では、音源の位置を斜めにすることで家屋内の音圧レベルが5~10 dB近く上昇する傾向が見られた。誤差を含めても、家屋の外壁面に対称的な位置に音源を配置することで、低次の家屋内の固有モードが発生するような周波数帯域では、家屋内の音圧レベルを数dB下げられる可能性があり、有効な対策になり得ることが示唆された。

家屋の気密性が窓周囲をテープで気密することで、家屋内の音圧レベルには殆ど変化がない結果が得られた。これより、低周波領域では窓の周囲の隙間については、家屋内に殆ど影響がない可能性が示唆された。直径75 mm程度の換気口についても同様で、換気口の有無により屋内音場に目立った変化は見られなかった。

実測を模擬した数値解析との比較では、20 Hz以下の超低音域における剛性制御、著しい家屋内の音圧レベルの上昇、家屋内の固有モードの発生による家屋内の音圧レベルの上昇等、定性的な現象については対応が見られた。一方で、定量的に実測と数値解析が乖離する点も見られた。1つ目に、数値解析においては、固有モード周波数等の共振帯域での家屋内の音圧レベルの上昇を過大評価する傾向にあった。これは、第3章の検討でも示したように、音場や振動場の減衰の考慮することで、より現実にもった解析を行うことができると考えられる。2つ目に、低音域の共振周波数から一次の家屋内の固有モード周波数までの中間的な周波数帯域では、数値解析において透過音の過小評価が見られた。この中間的な周波数帯域において、屋内音場に影響を与える他の要素の影響が示唆された。特に、外壁の剛性の考慮、床下空気の存在や床の振動等が要因として挙げられる。

5.2 今後の課題

ここでは、本論文において残された課題について述べる。

まずは、受音系において、低周波領域の家屋の遮音性能に関わる他の要素の抽出である。実測との比較から、定量的に乖離する点が抽出され、本論文で検討を行った以外の他の要素の影響が考えられる。特に、外壁の剛性の影響や、床下空気の有無・床の振動については検討を行わなかったため、それらの影響については今後詳細な検討が必要である。

次に、音場や振動場における減衰を考慮した解析による検討である。本論文における検討の中で、家屋内に固有モード周波数等の共振帯域において、家屋内の音圧レベルの上昇を過大評価する傾向にあった、そのため、減衰を考慮することで、より現実にもった解析を行うことができると考えられ。

そして、本研究において得られた知見を実際に低周波音に対する遮音対策へ活用するためにも、理想化した測定環境下で実測を行い、実環境における低周波音に対する家屋の遮音性能に関するデータの蓄積も望まれる。特に、超低音域の共振周波数 f_r と家屋の容積や窓・外壁の重量等の関係性を明らかにすることで、この周波数帯域における効果的な制御の方法が見出される可能性がある。

本論文の検討において、家屋内の音圧レベルが上昇する要因の1つとして家屋内の固有モードの発生が挙げられた。特に、高次の家屋内の固有モード周波数帯域では、質量則ほどの遮音効果が見込まれない可能性を示した。測定結果から、音源の配置を外壁面に対して対称的に配置することで、一次の固有モード周波数付近の帯域では、家屋内の音圧レベルを数 dB 下げられる可能性があり、有効な遮音対策になり得ることが示唆された。一方で、高次の固有モードの発生を抑制する方法については不明であり、固有モードをダンピングする方法について、検討することも課題の1つとして挙げられる。

そして、本論文では、家屋の近傍に設置された定常的な低周波音を発生する設備機器を対称として、受音系のような家屋のモデル化に関する検討を中心に行った。一方で、音源系、伝搬系における要素が及ぼす影響についても検討する必要がある。音源系では、風車や航空機、ヘリコプター等の遠方から家屋へ伝搬するような音源を模擬し、音波の入射方向の影響の検討等が挙げられる。伝搬系では、隣家との間の堀との多重反射の影響や周期境界条件を用いて、住宅群を模擬する等が挙げられる。

以上、本論文で残された課題を示した。これらが解決され、低周波音に対する効果的な遮音対策の開発に役立て、低周波音問題解決の一助となることを期待し、本論文を締めくくる。

目次

1.1	Elements affected low-frequency sound insulation performance.	10
1.2	Schematic of geometrical acoustic numerical methods.	13
1.3	Schematic of wave acoustic numerical methods.	14
2.1	Analytical model for acoustic field.	21
2.2	A model case for the assembly step in FEM.	25
2.3	Analytical model for perfectly matched layer.	30
2.4	Perfectly matched layer in x-dimension with each domain's unit vectors.	31
2.5	Analytical model for elastic body field.	34
2.6	Plate kinematics and definition of rotations.	41
2.7	Stresses on infinitesimal element.	42
2.8	Fundamental boundary condition for the bending plate.	48
2.9	Boundary conditions and domain notation for membrane vibration field.	49
2.10	The notation on the acoustic elastic coupling problem.	54
2.11	The notation on the acoustic plate coupling problem.	56
2.12	The notation on the acoustic membrane coupling problem.	58
2.13	The shape of element with nodes.	59
2.14	The coordinate systems of triangle element.	60
2.15	The coordinate systems of tetrahedron element.	62
3.1	A Simple shaped house model on semi-free field and equipment item generating stationary low-frequency sound.	67
3.2	Constitution of heat pump hot water supply machine for home use.	68
3.3	Numerical model of a box-shaped house and acoustic field domain covered with PML.	69
3.4	Numerical model of sound source, supposed a heat pump unit.	69
3.5	Schematic diagram of the insertion loss of before and after the house placement.	70
3.6	Numerical model for verification of accuracy of PML.	71
3.7	Distance attenuation characteristics with the different number of layers of PML.	72
3.8	Numerical model of the box-shaped house endowed with a window.	73
3.9	Insertion loss of house with changing the area density of a membrane window. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.	74
3.10	Schematics for deriving theoretical formula.	75
3.11	Distribution of indoor SPL on y-z plane($x = 0$) under "Aperture" condition.	77
3.12	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z = 1.5$) under "Aperture" condition.	77
3.13	Distribution of indoor SPL on y-z plane($x = 0$) under "Membrane" condition($m = 7.5 \text{ kg/m}^2$).	78
3.14	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z = 1.5$) under "Membrane" condition($m = 7.5 \text{ kg/m}^2$).	78
3.15	Discretization of domain using small elements around window under "Plate" window's condition.	79
3.16	Insertion loss with changing the area density of membrane window and the thickness of plate window. Lines without markers represent mass law and stiffness law in normal incidence condition.	80
3.17	Distribution of relative displacement level of membrane and plate.	81
3.18	Distribution of indoor SPL on y-z plane($x=0$) under "Plate" condition($t = 3 \text{ mm}$).	82
3.19	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.5$) under "Plate" condition($t = 3 \text{ mm}$).	82
3.20	Distribution of indoor SPL on y-z plane($x=0$) under "Plate" condition($t = 5 \text{ mm}$).	83

3.21	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.5$) under "Plate" condition($t = 5$ mm).	83
3.22	Distribution of indoor SPL on y-z plane($x=0$) under "Plate" condition($t = 10$ mm).	84
3.23	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.5$) under "Plate" condition($t = 10$ mm).	84
3.24	Numerical model of a wall modeling house and acoustic field.	85
3.25	Numerical models of the box-shaped house with rigid and membrane walls.	85
3.26	Insertion loss of four types of house model, with changing the area density of membrane walls. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.	86
3.27	Schematics for deriving equation of motion.	87
3.28	Distribution of indoor SPL of four types of house model on y-z plane($x=0$) at $15.6 \sim 39.4$ Hz($m = 12.5$ kg/m ²).	89
3.29	Distribution of indoor SPL of four types of house model on y-z plane($x=0$) at $49.6 \sim 125$ Hz($m = 12.5$ kg/m ²).	90
3.30	Distribution of indoor SPL of four types of house model on x-y plane($z=1.5$) at $15.6 \sim 39.4$ Hz($m = 12.5$ kg/m ²).	91
3.31	Distribution of indoor SPL of four types of house model on x-y plane($z=1.5$) at $49.6 \sim 125$ Hz($m = 12.5$ kg/m ²).	92
3.32	The narrow gap generated by opening a window.	93
3.33	Schematic of viscous boundary layer above flat plate.	94
3.34	Particle velocity distribution above flat plate for different frequencies.	94
3.35	Numerical model of a window opening: (a) perspective, (b) x-z plane and (c) x-y plane.	95
3.36	Insertion loss of the house model with changing the gap width. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.	96
3.37	Effect of the aperture ratio on the indoor SPL relative to the no-gap condition.	97
3.38	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.0$) at $15.6 \sim 39.4$ Hz with changing gap width of window opening under "w/ Flow resistivity" condition.	98
3.39	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.0$) at $49.6 \sim 125$ Hz with changing gap width of window opening under "w/ Flow resistivity" condition.	99
3.40	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.0$) at $15.6 \sim 39.4$ Hz with changing gap width of window opening under "w/o Flow resistivity" condition.	100
3.41	Distribution of indoor SPL on x-y plane($z=1.0$) at $49.6 \sim 125$ Hz with changing gap width of window opening under "w/o Flow resistivity" condition.	101
3.42	Configuration and size of a ventilation opening.	102
3.43	The coordinate system of a cylinder.	102
3.44	Particle velocity distribution of the cylinder cross-section for different radiuses of cylinder.	104
3.45	Numerical models of a box-shaped house with ventilation opening on the a wall.	105
3.46	Insertion loss of four types of house model with ventilation opening, with changing the area density of membrane walls. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.	106
3.47	Relative indoor SPL of before and after setting ventilation opening.	107
3.48	Distribution of active intensity level on y-z plane($x=0$) without ventilation opening on the wall(Type 4, $m = 50$ kg/m ²).	109
3.49	Distribution of active intensity level on y-z plane($x=0$) with ventilation opening on the wall(Type 4, $m = 50$ kg/m ²).	110
4.1	The test house for experiment.	114
4.2	Dimensions of the test house for experiment.	114
4.3	Low-frequency sound sources for the experiment.	115
4.4	Opening conditions of the window of test house.	116
4.5	Conditions of the sound source's position.	116
4.6	Arrangement of the sound sources and the test house.	117
4.7	Conditions of ventilation opening of test house.	117
4.8	Propagation measures of the sound wave from the floor bottom of the test house.	118
4.9	Figure before and after the construction wall in the place where there was the door.	118
4.10	Dimensions of the test house and the arrangement of indoor microphones.	119
4.11	Arrangement of indoor microphones using wooden frame unit.	119
4.12	System diagram of sound pressure level measurement.	120
4.13	Low-frequency sound meters for the experiment.	120
4.14	Characteristic correction of each low-frequency sound level meters.	121
4.15	Measurement for correction of each cross section.	122
4.16	Calculation method of the correction value of each cross section.	122
4.17	Calculation method for SPL difference between indoor and outdoor.	123

4.18	Measurement of distance attenuation of each sound sources.	123
4.19	Sound pressure level at receiving point for measurement of distance attenuation of each sound sources.	124
4.20	Distance attenuation characteristics of each sound sources.	125
4.21	Difference between \bar{L}_{in} and L_{out0} with changing window opening conditions.	126
4.22	Schematics for deriving theoretical formula.	128
4.23	Difference between \bar{L}_{in} and L_{out0} with theoretical formula of infrasound domain.	129
4.24	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Front" condition.	130
4.25	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Front" condition.	130
4.26	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Oblique" condition.	131
4.27	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Oblique" condition.	131
4.28	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Front" condition.	132
4.29	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5cm open", "Src. = Front" condition.	132
4.30	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Oblique" condition.	133
4.31	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5cm open", "Src. = Oblique" condition.	133
4.32	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Front" condition.	134
4.33	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Front" condition.	134
4.34	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Oblique" condition.	135
4.35	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Oblique" condition.	135
4.36	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close+tape", "Src. = Front" condition.	136
4.37	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close+tape", "Src. = Front" condition.	136
4.38	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close+tape", "Src. = Oblique" condition.	137
4.39	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close+tape", "Src. = Oblique" condition.	137
4.40	Difference between L_{out} and \bar{L}_{in} with changing sound source's position.	138
4.41	Relative \bar{L}_{in} before and after the correction of each cross section.	139
4.42	Difference between \bar{L}_{in} and L_{out0} with changing ventilation opening conditions.	140
4.43	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Front", "w/ V.O." condition.	141
4.44	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Front", "w/ V.O." condition.	141
4.45	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close", "Src. = Oblique", "w/ V.O." condition.	142
4.46	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close", "Src. = Oblique", "w/ V.O." condition.	142
4.47	Numerical model of a box-shaped house simulated the experiment.	143
4.48	Numerical model of sound source model simulated the woofer.	143
4.49	Numerical analysis models of window opening conditions simulated the experiment.	144
4.50	Numerical analysis models of sound source positions simulated the experiment.	144
4.51	Calculation method of difference between indoor SPL and outdoor SPL for numerical analysis.	146
4.52	Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing area density of membrane wall with the result of experiment under "Aperture", "Src. = Front" condition.	147
4.53	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Front", condition.	149
4.54	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Front", condition.	149
4.55	Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing area density of membrane wall with the result of experiment under "Close", "Src. = Front" condition.	150
4.56	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Membrane)", "Src. = Front", condition.	152
4.57	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Membrane)", "Src. = Front", condition.	152
4.58	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Plate)", "Src. = Front", condition.	153
4.59	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Plate)", "Src. = Front", condition.	153
4.60	Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing area density of membrane wall with the result of experiment under "5cm open", "Src. = Front" condition.	154
4.61	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Front", condition.	156
4.62	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5 cm open", "Src. = Front", condition.	156
4.63	Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source wall with the results of the experiment under "Aperture" condition.	157
4.64	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Aperture", "Src. = Oblique", condition.	158
4.65	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Aperture", "Src. = Oblique", condition.	158
4.66	Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source with the results of the experiment under "Close(Window:Membrane)" condition.	159

4.67	Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source with the results of the experiment under "Close(Window:Plate)" condition.	160
4.68	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Membrane)", "Src. = Oblique", condition.	161
4.69	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Membrane)", "Src. = Oblique", condition.	161
4.70	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "Close(Plate)", "Src. = Oblique", condition.	162
4.71	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "Close(Plate)", "Src. = Oblique", condition.	162
4.72	Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} with changing positions of sound source with the results of the experiment under "5 cm open" condition.	163
4.73	Distribution of indoor SPL on x-z plane under "5cm open", "Src. = Oblique", condition.	164
4.74	Distribution of indoor SPL on x-y plane under "5 cm open", "Src. = Oblique", condition.	164

表目次

1.1	Accepted reference value about physical complaint by low-frequency noise.	8
1.2	Accepted reference value about mind and body complaint by low-frequency noise.	8
3.1	Physical properties and support condition of membrane and plate.	73
3.2	Natural frequencies of the indoor domain.	74
3.3	Natural frequencies of simple supported plates.	80
3.4	Physical properties and support condition of membrane.	85
3.5	Physical properties and support condition of Elastic and narrow gap.	95
4.1	Using sound sources and signals for the experiment.	115
4.2	Natural frequencies of the test houses.	127
4.3	Physical properties and support conditions of elastic, air gap, membrane and plate	145

参考文献

- [1] A. Bermudez, L. Hervella-Nieto, A. Prieto, R. Rodriguez. An optimal perfectly matched layer with unbounded absorbing function for time-harmonic acoustic scattering problems. *J. Comp. Physics.*, Vol.223, Issue 2, pp. 469-488, 2007.
- [2] Burton. AJ. and Miller. GF. The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundaryvalue problems. *Proceedings of the Royal Society of London*, 323:201220, 1971.
- [3] D.Givoli. Numerical methods for problems in infinite domains. *Elsevier*, Amsterdam, 1992.
- [4] Doi. T, Kaku. J. Investigation of sound insulation of bulidings to low frequency sounds. *Inter Noise 2010*
- [5] Doi. T, Iwanaga, K, Naka. Y. Experimental approach on transmission of low-frequency sound into a buliding. *Inter Noise 2014*
- [6] J.P. Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comp. Physics.*, Vol.114, pp.185-200, 1994.
- [7] J.P. Berenger. Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave-structure interaction problems. *IEEE Trans. on Antennas and Propag.*, Vol.44, No.1, pp.110-117, 1996.
- [8] J.P. Berenger. Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comp. Physics.*, Vol.127, pp.363-379, 1996.
- [9] K. Gerdes. A review of problems infinite element methods for exterior Helmholtz problems. *J. Comp. Acoust.*, Vol.8, pp.43-62, 2000.
- [10] Sakuma, T., Iwase, T. and Yasuoka M. Prediction of sound field in rooms with membrane materials : Development of a limp membrane element in acoustical FEM analysis and its application. . *Archit. Plann, Environ* ,501, 1-8, 1997.
- [11] Schenck, H. A. , Improved integral formulation for acoustic radiation problems., *Acoust. Soc. Am.*, 44 (1), 41-58, 1967.
- [12] Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger,S. Theory of plate and shells (2nd ed.). McGraw-Hill, NewYork. 1959.
- [13] Viggo Tarnow, Airflow resistivity of models of fibrous acoustic materials. *J. Acoust.*, Vol.100, No.6, pp.3706-3713, 1996.
- [14] Zienkiewicz,O. C. 著, 識雅夫, 山田嘉昭監訳 基礎工学におけるマトリックス有限要素法. 培風館, 1975.
- [15] 穴井謙, アクティブ騒音制御技術の住宅換気口への適用. 音響技術 , No.164, Vol.42, No.4, 2013.

- [16] 石塚崇, 特殊エッジ形状を持つ防音壁の遮音性能に関する研究. 九州芸術工科大学博士論文
- [17] 尾本章, 幾何音響学の考え方, 特集:されど幾何音響シミュレーション. 音響技術, No.129, 2005.3.
- [18] 落合博明, 低周波音の評価. 騒音制御, Vol.17, No.6, pp.13 16, 1993.
- [19] 落合博明, 田矢晃一, 低周波音による建具のがたつき始める音圧レベルについて. 騒音制御, Vol.26, No.2, pp.120 128, 2002.4.
- [20] 落合博明, 牧野康一, 低周波音の家屋内外レベル差の測定. 日本音響学会騒音・振動研究会資料, N-2004-37.
- [21] 落合博明, 井上保雄, 今泉博之, 塩田正純, 山田伸志 風車音の家屋内外レベル差の測定事例. 日本騒音制御工学会講演論文集, pp.35-38, 2012.4
- [22] 楠田真也, 井上保雄, 剛性則による低周波音の遮音性能. 日本機械学会第 15 回環境工学総合シンポジウム公演論文集, 39-42, 2005.
- [23] 久保寺祐季, 岩永景一郎, 土肥哲哉, 中右介 家屋内における低周波音の三次元音圧レベル分布 -低周波音発生装置と模擬家屋を用いたフィールド試験-. 日本音響学会講演論文集, pp. 1097-1100, 2014.3.
- [24] 橘秀樹, 風車騒音問題・概論. 日本音響学会講演論文集, pp. 1041-1042, 2014.9.
- [25] 土肥哲哉, 加来治郎, 可搬型低周波音発生装置の開発. 日本音響学会講演論文集, pp. 955-956, 2010.9.
- [26] 土肥哲哉, 加来治郎, 超低周波音に対する家屋の遮音性能. 日本音響学会講演論文集, pp. 1067-1068, 2011.9.
- [27] 土肥哲哉, 中右介, 家屋内外における低周波音の音圧レベル分布 -低周波音発生装置と模擬家屋を用いたフィールド実験-. 日本音響学会騒音・振動研究会資料, N-2012-26.
- [28] 土肥哲哉, 超低周波音の建物内外音圧レベル分布 -超低周波音発生装置を用いたフィールド試験-. 日本音響学会誌, Vol.70, No.11, pp.593-598, 2014.
- [29] 松本浩司, 家庭用ヒートポンプ給湯機から生じる運転音・振動により不眠等の健康症状が発生したとの申出事案 -消費者安全調査委員会報告書の概要-, 日本騒音制御工学会講演論文集, pp.5-8, 2015.4
- [30] 内田茂男, 流体力学序説 基礎理論から応用まで. 森北出版株式会社, 1990
- [31] 前川純一, 森本政之, 阪上公博, 建築・環境音響学 第三版. 共立出版, 2000.
- [32] 環境庁, 昭和 52 年度低周波空気振動等実態調査 (低周波空気振動の家屋等に及ぼす影響の研究) 報告書. 1977.
- [33] 環境庁大気保全局, 低周波空気振動等実態調査報告書 -低周波空気振動の実態と調査-. 1984.
- [34] 環境庁大気保全局, 低周波音の測定方法に関するマニュアル. 2000.
- [35] 環境省環境管理局大気生活環境室, 低周波音防止対策事例集. 2002.
- [36] 環境省環境管理局大気生活環境室, 低周波音問題対応のための手引書. 2004.
- [37] 環境省水・大気環境大気生活環境局, よくわかる低周波音. 2007.
- [38] 社団法人 日本冷凍空調工業会 ヒートポンプ給湯機委員会, 騒音防止を考えた 家庭用ヒートポンプ給湯機の据付けガイドブック. 2011.
- [39] 日本建築学会, 住宅の設備機器を対象とした低周波領域の音と振動問題への対応資料. 2010.
- [40] JIS C 9220: 2011 「家庭用ヒートポンプ給湯機」.

謝辞

本論文は東京大学 大学院新領域創成科学研究科 社会文化環境学専攻修士課程において、同専攻の佐久間哲哉准教授の指導のもとに行った研究をまとめたものであります。研究を行う上でのアイデアや研究に対する姿勢、言葉遣い等、あらゆる面で丁寧にご指導して頂きました。筆者の至らない点にも、厳しくも終始適切な指導をして頂きましたこと、心から感謝致します。

副指導教員である同専攻の佐藤淳准教授には、普段見落としがちな視点からご助言を頂きました。また、同専攻の清水亮准教授には本論文の副査を担当して頂きました。ここに感謝申し上げます。

小林理学研究所 土肥哲也博士には測定のを始め、有益な議論の場を与えていただきました。また、測定時に怪我をした際には、小林理学研究所の皆様大変お世話になりました。ここに感謝申し上げます。

同専攻の井上尚久氏には音響学の基礎から、プログラム作成や技術面の補助、文章作成、発表練習等に対して日々ご指導を賜りました。研究以外の他愛のない相談にも乗っていただき、充実した研究生生活を過ごすことができ、無事に本論文を執筆することができました。心から感謝致します。

東京大学生産技術研究所 坂本慎一准教授には、大学院の授業を始め、筆者の研究を行う上での貴重なご助言を頂きました。

佐久間研究室の先輩である李孝振氏、江田和司氏、土屋裕造氏、石川聡史氏、清家剛氏、竹下圭吾氏、上田脩太郎氏、澤幡麻佑子氏、西村裕喜子氏、後輩である加美梢さん、深町知貴さん、福田雄也さん、藤波南夏子さん、LIMESA Richard Arthur Jeremia さん、大場みず穂さん、志村真人さん、西川宏作さんとは修士課程の短い間でしたが楽しい時間を過ごさせて頂きました。

学習院大学大学院落合研究室の神保美智子さんには、測定や測定データの分析にご協力して頂きました。ここに感謝申し上げます。

東京理科大学工学部第一部建築学科の同期の加藤信一さん、榛葉達彦さん、日根野翔太さん、府川直人さん、水野皓太さんには研究や私生活等の相談に乗って頂き、互いに切磋琢磨し合える存在でした。ここに感謝申し上げます。

最後になりましたが、筆者の学生生活を暖かく見守り、支えてくださった家族に多大なる感謝の意を表します。

2015年1月25日

橋本悌

発表論文一覧

■修士論文梗概

■本研究に関する発表論文

1. 橋本悌, 井上尚久, 佐久間哲哉, ”音響振動連成数値解析による低周波音の屋外から住宅内への伝搬予測,” 日本建築学会研究発表会講演論文集, 40095, pp.189-190, 2015.9.
2. 橋本悌, 井上尚久, 佐久間哲哉, ”低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析 -家屋モデルの基礎的検討,” 日本騒音制御工学会秋季研究発表会講演論文集, 1-3-04, pp.47-48, 2015.9.
3. 橋本悌, 井上尚久, 佐久間哲哉, ”低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析 -開口部モデルの検討,” 日本音響学会秋季研究発表会講演論文集, 1-10-2, pp.795-796, 2015.9.
4. 橋本悌, 井上尚久, 佐久間哲哉, 土肥哲也, ”低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析 -模擬家屋を用いた実測との比較,” 日本音響学会春季研究発表会講演論文集, 1-10-4, 2016.3.

低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析

Numerical analysis of low-frequency noise propagation from outdoor into house

学籍番号 47-146754
氏名 橋本 悌 (Hashimoto, Dai)
指導教員 佐久間 哲哉 准教授

1 はじめに

1.1 研究の背景

低周波音は一般的に 100 Hz 以下の音のことを指し、近年は低周波音に起因する問題が増加傾向にあり、社会問題となっている。騒音源の中には、家庭用ヒートポンプ給湯機や空調室外機のような建築設備機器もあり、一般家庭に広く普及しているものも含まれている。低周波音による影響としては、戸や窓ガラスのような建具の揺れやがたつき等の「物的影響」、人に圧迫感や振動感を与える、睡眠妨害を引き起こす等の「心身に係る影響」が代表的なものとして挙げられる。このような低周波音問題の多くは、家屋内で発生しており、低周波音の予測・制御が求められている。

1.2 研究目的

以上のような状況を踏まえ、低周波領域の家屋の遮音性能に関わる要素の把握を目的として、低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析を行う。本研究から得た知見から、低周波音による物理現象を把握し、低周波音の予測・制御への一助となることを目指す。

2 研究手法概要

2.1 検討対象

半自由空間上に単純な形状の家屋が存在し、近傍に定常的な低周波音を発生する設備機器が設置されている状況を想定する。

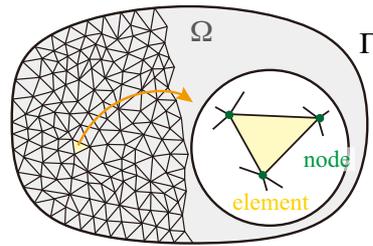


Fig.1 Conceptual diagram of FEM.

2.2 数値解析手法

定常的な低周波音源を対象とし、低周波音の波動的な性質の影響を考慮するため、数値解析手法は、波動音響解析の有限要素法(FEM: Finite Element Method)を用いた音響振動連成定常解析を行う。有限要素法は、領域全体を節点と要素に分割し、要素間の応力や変位を連立させて解く数値解析手法である(Fig.1).

3 窓からの透過・伝搬に関する検討

3.1 検討内容

家屋の遮音性能を決定づける要因の 1 つであり、音波の透過が顕著な窓からの透過・伝搬現象に関する検討を行う。窓は振動場として扱い、屋外音場-振動場-屋内音場の音響振動連成系で定常解析を行う。

3.2 解析条件

解析モデル 家屋モデルは一辺 3 m の剛な中空立方体とし、その一面に 1.8 m × 1.8 m の窓を設定する。なお、有限要素法において、屋外音場のような開領域を模擬するために、家屋モデルから 2 m 離れた周囲に人工吸音層(PML: Perfectly Matched Layer[1])を

設定し、領域を打ち切った (Fig.2). 音源としては、家庭用ヒートポンプ給湯機のヒートポンプユニットを想定し、大きさを模擬した直方体の一面を振動境界としたユニットを、開口部正面の 1.5 m 離れた位置に振動面が対向するように配置し、振動面で一律の振動速度を設定した。

窓の解析モデル 窓には、質量のみ考慮する(a)無張力膜要素と、質量と剛性を考慮する(b)板要素を設定し、解析を行う。窓の質量や剛性が屋内音場に与える影響について検討をする。各モデルにおいて 3, 5, 10 mm の板ガラス相当の物性値を与える。

3.3 解析結果

家屋配置前後の屋内領域の平均音圧レベルの挿入損失(IL [dB])を 4 ~ 125 Hz で算出した。(Fig.3)。挿入損失が小さいほど、家屋内の音圧レベルが大きくなっていることを表す。各条件において、63, 80, 125 Hz 付近の帯域で、家屋内に固有モードが発生し、屋内の音圧レベルが上昇している。また、20 Hz 以下の帯域では、家屋内空気をばね、窓を質量とする共振系により、家屋内の音圧レベルが著しく上昇している。

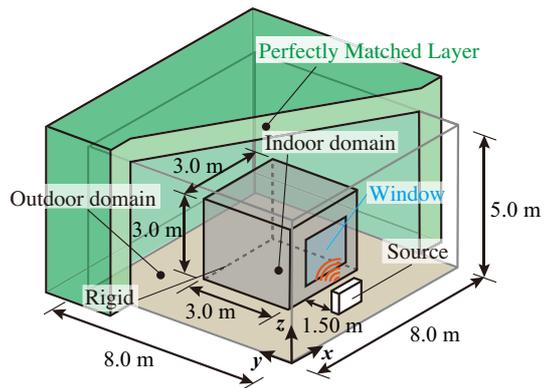


Fig. 2 Numerical model of a box-shaped house.

窓の質量の影響 窓の質量が大きいほど、挿入損失が上昇しており、遮音性能が向上している。また、20 Hz 以下の帯域におけるディップは質量が大きいほど低域側にシフトする傾向にある。

窓の剛性の影響 窓の剛性を考慮することにより、板厚によってディップの周波数が異なっている。板の固有周波数に近接する帯域において、家屋内に音波が顕著に透過する影響だと考えられる。また、20 Hz 以下の帯域では挿入損失が上昇している。これは剛性制御の影響であり、板の一次の固有周波数以下の帯域では、剛性が支配的になっている。

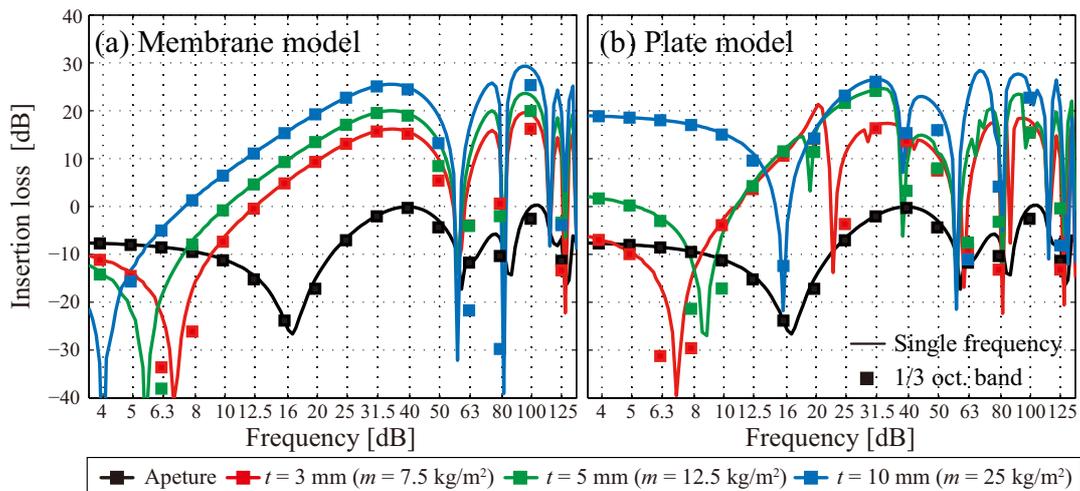


Fig.3 Insertion loss of the house model with changing area density of the window.

4 模擬家屋を用いた低周波音に対する家屋の遮音性能の測定

4.1 実測概要

低周波音源を家屋の近傍に配置し、家屋内の多数点で音圧レベルを計測した。測定は小林理学研究所の敷地内で実施した。

模擬家屋 模擬家屋の大きさは、内寸が 4.8 m×1.8 m×2.15 m であり、家屋の一面に 1.8 m×1.8 m の引き違い窓(ガラス厚 5 mm, アルミサッシ)が設置されている。家屋の外壁は外壁材, 石膏ボード, 吸音材, 合板等で構成されている。

低周波音源 低周波音源には、4~20 Hz の帯域を超低周波音源[2]を使用してスイッチャー純音を発生させ、25~125 Hz の帯域を市販のサブウーファー, スピーカーを使用してピンクノイズを発生させた。家屋の窓が設置されている面に対して正面方向, 斜め方向に音源を配置した(Fig.3)。

家屋内の測定点 家屋内の長手方向(x 方向)に 7 点, 短手方向(y 方向)に 5 点, 高さ方向(z 方向)に 5 点, 測定点を配置し, 全 175 点で音圧レベルを計測した(Fig.4)。

4.2 測定結果

算出指標 評価指標として, 内外レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を算出する。屋外音圧レベルは, 家屋がない状態における家屋前面の音圧レベル L_{out0} とし, 別途, 各種音源の距離減衰を測定した結果から, 音源を点音源と仮定して算出した。屋内音圧レベルは, 全測定点 175 点のエネルギー平均値 \bar{L}_{in} を使用した。

窓開放の影響 家屋の引き違い窓の開放条件として, (1)全面開放(窓なし), (2)5 cm 開放, (3)窓閉じの 3 条件で測定し, 内外レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を算出した(Fig.5(a),(b))。窓を開放するほど内外レベル差が低下しており,

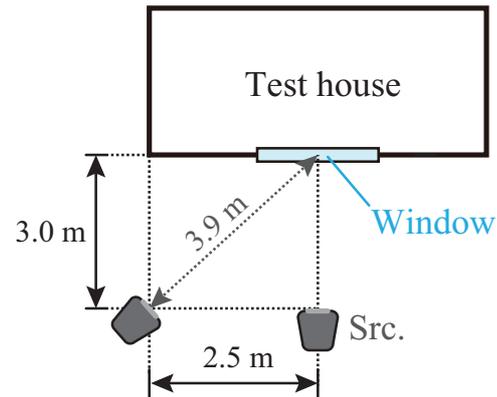


Fig.3 Arrangement of sources and a test house.

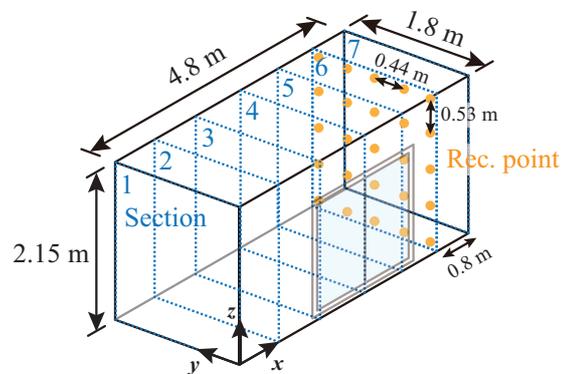


Fig.4 Dimensions of the test house and the arrangement of indoor microphones.

家屋内の音圧レベルが上昇している。40 Hz 以上の帯域では, 家屋内に固有モードが発生しており, 高次のモードが密接する 80 Hz 以上の帯域では, 内外レベル差に落ち込みが見られる。一方で, 家屋内の固有モード周波数は家屋の寸法や比で決定するため, 条件によらず周波数特性は類似している。20 Hz 以下の帯域では, 家屋内空気をばね, 窓を質量とする共振系によりディップが生じており, 著しく家屋内の音圧レベルが上昇している。窓に付加する質量が大きいほど, 共振周波数は低域側にシフトする傾向にある。また, 窓閉じ状態における 10 Hz 以下の帯域での内外音圧レベル差の上昇については, 家屋全体の剛性制御の影響が考えられる。

音源位置の影響 音源の位置が正面から斜めになることで、各条件において内外レベル差が低下する傾向がある。斜めから入射することで屋内音場の加振条件が変化し、 x 方向の固有モードが励起されやすくなったためだと考えられる。

4.3 数値解析との比較

既報のモデル[3,4]を用いて、実測を模擬した数値解析を行った。解析モデルは、外壁を剛壁とし、窓の開放条件は、(1)全面開放(窓なし)、(2)5 cm 開放、(3)窓閉じ(質量のみ:MB)、(4)窓閉じ(質量+剛性)の全4条件で解析を行った(Fig.5(c),(d))。各条件において、40 Hz 以上の帯域での固有モードの発生や、20 Hz 以下の帯域での著しい屋内の音圧レベルの上昇、音源位置の変更による屋内音場の加振条件の変化等、定性的な傾向は一致している。窓閉じでは、窓の質量と剛性を考慮することで、10 Hz 以下の周

波数帯域で内外レベル差の上昇が見られ、実測と対応している。一方で、家屋内に固有モードが発生する帯域付近では、透過音を過大・過小評価している点もあり、定量的に実測との乖離が見られた。

5 おわりに

本研究では、低周波領域の家屋の遮音性能に関わる要素の把握を目的として、数値解析と実測により、低周波音が家屋内に与える影響に関する検討を行った。数値解析と実測で定性的に一致する点もあり、屋内の音圧レベルが上昇する要因に関して知見を得た。低周波音に対する効果的な遮音対策に関する検討が今後の課題である。

参考文献 [1] Bermdez, A., *et al.*, J. Comp.

Physics, pp.469-488, 2007. [2] 土肥他, 音響学会講演論文集(秋), pp.955-956, 2010. [3] 橋本他, AIJ 梗概集, pp.189-190, 2015.[4] 橋本他, 音響学会講演論文集(秋), pp.795-796, 2015.

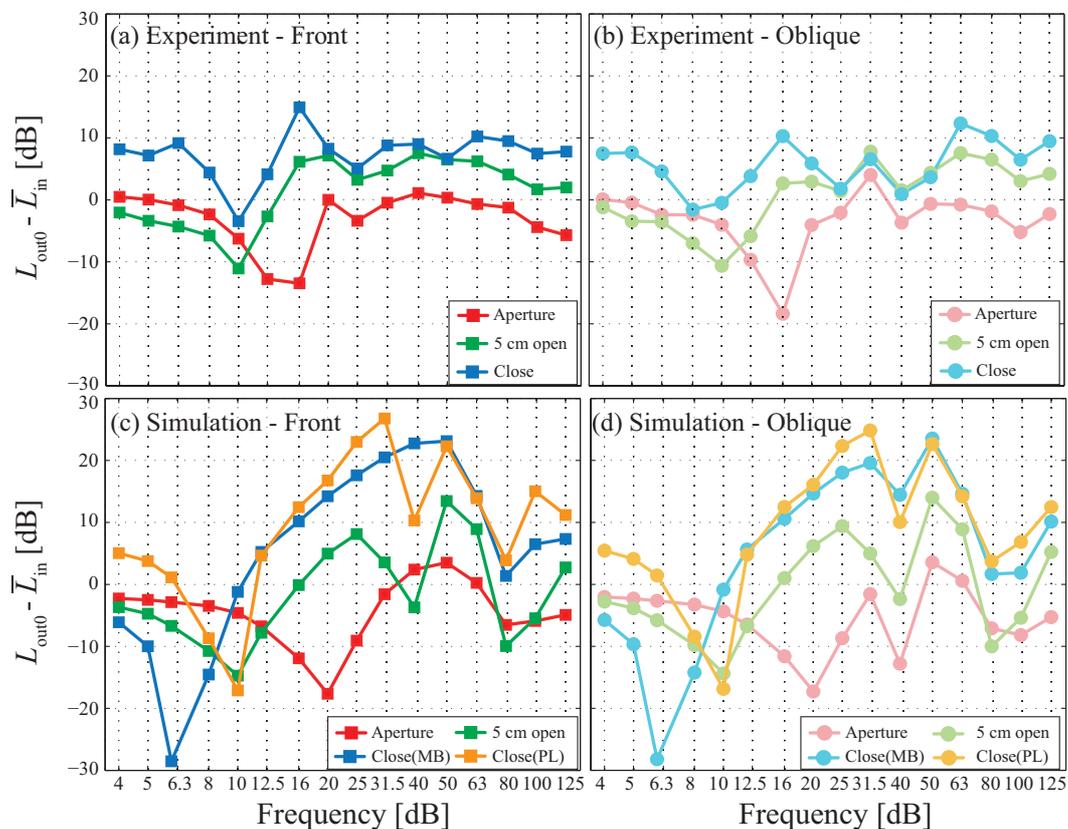


Fig.5 Difference between L_{out0} and \bar{L}_{in} different opening conditions of the window.

音響振動連成数値解析による低周波音の屋外から住宅内への伝搬予測

正会員 ○橋本 悌*
同 井上 尚久**
同 佐久間 哲哉***

低周波音
有限要素法

屋外音場

伝搬予測

1. はじめに

一般に 100Hz 以下の音を指す低周波音は、建具のたつきや人に圧迫感をもたらす一方、遮音対策が困難なことから近年では社会問題となっている。戸建て住宅の周りには、室外空調機、給湯機等の設備機器が設置されており、これらの機器は音や振動を発生し、低周波音の苦情として訴えられることがある。その原因としては、設備機器の設置場所が隣家に非常に近い、あるいは設置面が隣家に向いているなど、設置場所の検討が不十分なことが挙げられる¹⁾。

本報では、設備機器等から発生する低周波音の屋外から室内への伝搬予測を目的として、有限要素法を用いた音響振動連成定常解析を行うものとし、単純な建物モデルにおけるケーススタディを通して、開口部から室内への透過現象を考察する。

2. 解析条件

音源モデル 音源としては、家庭用ヒートポンプ給湯機のヒートポンプユニットの大きさを模擬した直方体 (0.8m×0.3m×0.7m) の一面を面音源とし (図 1)、JIS C 9220「家庭用ヒートポンプ給湯機」に基づき、半自由空間の正面 1m 点における各周波数の音圧レベルが 46dB になるように別途解析を行い、面音源で一律の振動速度を設定した。

解析モデル 建物モデルは剛な薄板からなる 3.0m×3.0m×3.0m の中空立方体とし、その一面に 1.8m×1.8m の開口部を設定した。なお、建物モデルから 3m 離れた周囲には、屋外音場を模擬するために人工吸音層 (Perfectly Matched Layer²⁾) を設定し、音源は開口部正面の 1.5m 離れた位置に振動面が対向するように配置した (図 1)。開口部にはガラスの物性値に相当する弾性薄板を設定し (表 1)、外部音場-板振動場-内部音場の連成系として定常解析を行う。また、比較対象として、開口部を全面開放とした条件についても解析を行う。なお、音場には四面体要素、振動場には三角形要素を使用し、一辺が解析波長の 1/8 以下になるように離散化を行った。

3. 解析結果

半自由空間の音源正面 1m 点に対すると室内平均音圧レベルの差を板厚 3mm~10mm の板ガラスについて算出した (図 2)。まず、板ガラスのない開放時では、60Hz 付近にディップが見られる。室内の音圧レベル分布から、(0,1,0) のモードが発生しており、一次元モードの固有周波数 55.4Hz と概ね近い値となっている。モードの発生により、室内の平均音圧レベルが上昇している。なお、音波が一方向から室内に伝搬しているため、二次元、三次元モードは現れていない。

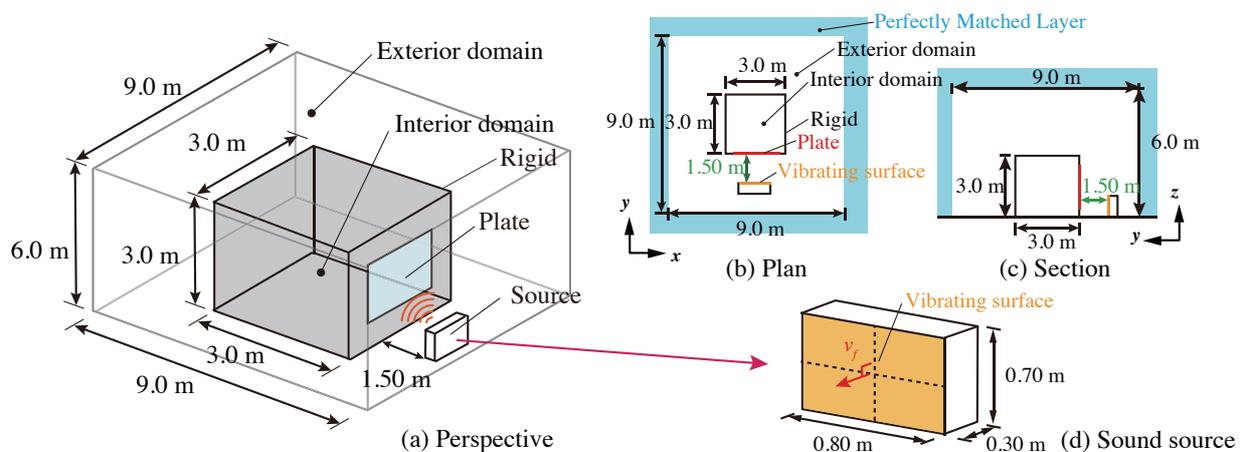


Fig.1 Numerical model of a box-shaped house: (a) perspective, (b) plan, (c) section, (d) sound source.

板ガラスを設置した条件では、開放時に比べて全体的に 10~25dB 程度レベル差の上昇が生じ、板厚が大きくなるにつれて概ね増加する傾向にあるが、板厚によってディップの周波数が変化している。単純支持板における奇数モードの固有周波数の理論値を表 2 に示す。板の固有周波数と音圧レベル差のディップとは一部対応するように見えるが、必ずしも明確ではない。図 3 に板厚 8mm, 10mm のディップ周波数における板振動の変位分布を示すが、板の固有モードと対応しない類似の分布が現れている。また、図 4 にはそれらの条件における建物内外の音圧分布を示す。室内では奥行き方向のみに分布が生じているが、開口部近傍では板振動分布に対応した複雑な音圧分布が現れている。以上より、室内透過音場は開口

部の板ガラスの振動場と相互作用が強く、音響振動連成系としての解析が不可欠であることが示唆される。

4. おわりに

本報では、住宅の設備機器を想定した音源モデルと単純な建物モデルにおいて、低周波音の屋外から室内への伝搬数値解析を行い、開口部の板ガラスの振動と室内透過音場の関係を考察した。今回は板ガラスの周辺支持条件を単純支持としたため、板の剛性が強く作用し、室内透過音を過小推定したと考えられる。今後はより現実に即した支持条件や隙間の影響を検討する予定である。

参考文献 1) 日本建築学会, 住宅の設備機器を対象とした低周波領域の音と振動問題への対応資料, 2010. 2) Bermúdez, A. et al., (2007). *J. Comp. Physics*, 223(2), 469-488.

Table.1 Physical property and condition of plate.

Size	$A = 1.8 \times 1.8$	$[m^2]$
Young's modules	$E = 7.5 \times 10^{10}$	$[N/m^2]$
Poisson's ratio	$\nu = 0.22$	$[-]$
Density	$\rho_s = 2500$	$[kg/m^3]$
Thickness	$t = 3, 4, 5, 8, 10$	$[mm]$
Support condition	Simple support	

Table.2 Natural frequencies of simple supported plates.

		Natural frequency [Hz]				
		3mm	4mm	5mm	8mm	10mm
Mode	(1,1)	4.71	6.28	7.86	12.6	15.7
	(1,3)	23.6	31.4	39.3	62.9	75.6
	(3,3)	42.4	56.6	70.7	113.6	141.4
	(1,5)	61.3	81.7	102.2	163.4	204.3
	(3,5)	80.2	106.9	133.6	213.7	267.1

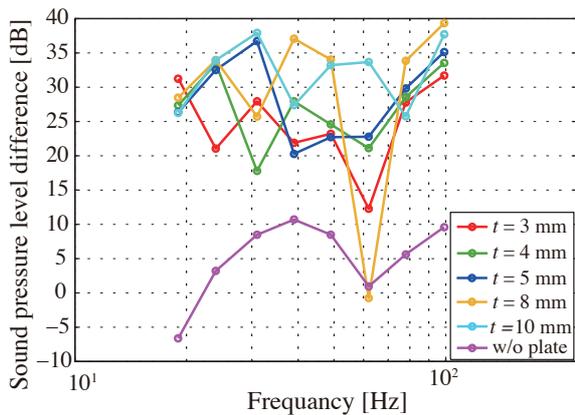


Fig.2 SPL difference from the reference point to indoor average for glass plates with different thicknesses.

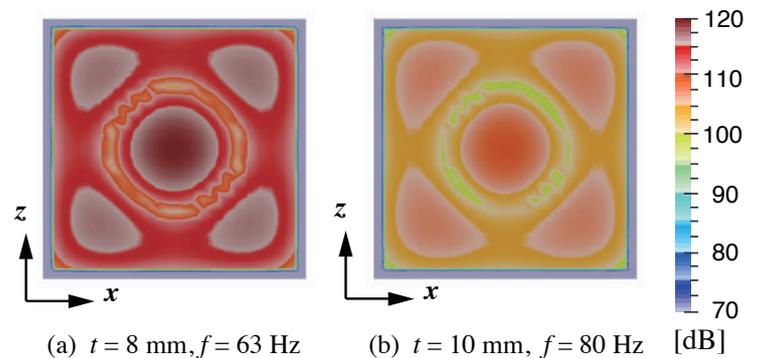


Fig.3 Distributions of relative displacement level on glass plate.

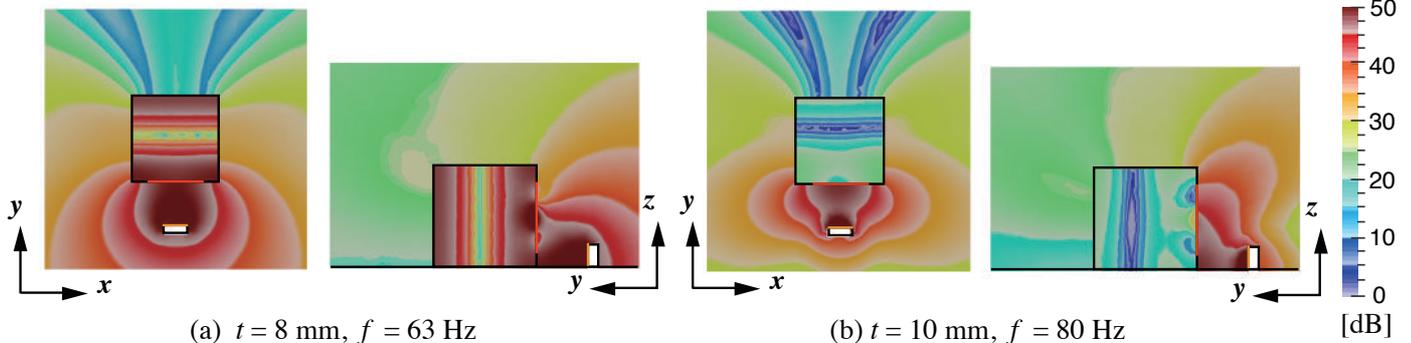


Fig.4 Distribution of sound pressure level on x-y plane ($z = 0$) and y-z plane ($x = 0$).

* 東京大学大学院新領域創成科学研究科 修士課程
 ** 同 特任研究員・博士 (環境学)
 *** 同 准教授・博士 (工学)

* Grad. Student, Grad. Sch. of Frontier Sciences, Univ. of Tokyo
 ** Project Researcher, Dr, Environ.
 *** Assoc.Prof, ditto, Dr. Eng.

低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析 -家屋モデルの基礎的検討*

◎橋本悌, 井上尚久, 佐久間哲哉 (東大・新領域)

1. はじめに

一般に 100 Hz 以下の音を指す低周波音は、建具のがたつきや人に圧迫感をもたらす一方、遮音対策が困難なことから近年では社会問題となっている。このような低周波音の制御においては物理現象の把握が不可欠であるが、実測や解析の困難さから不明な点が多いのが現状である。

本研究は、家屋内外における低周波音の騒音伝搬の定性的・定量的知見の取得を目的として、有限要素法を用いた音響振動連成数値解析を行う。本報では単純な家屋において、外壁のモデル化を行い、低周波音の家屋内外の伝搬現象を考察する。

2. 解析条件

2.1 解析モデル

家屋モデルは一辺 3.0 m の中空立方体とした。なお、屋外音場を模擬するため、家屋モデルの 3.0 m 離れた周囲には人工吸音層 (Perfectly Matched Layer[1]) を設定し、領域を打ち切った (Fig.1)。音源として、家庭用ヒートポンプ給湯機のヒートポンプユニットを想定し、大きさを模擬した直方体の一面を振動境界としたユニットを、家屋モデルから 1.5 m 離れた位置に振動面が対向するように配置した。半自由空間の正面 1 m 点における各周波数の音圧レベルが 46 dB となるように別途解析の上、振動境界で一様の振動速度を設定した。

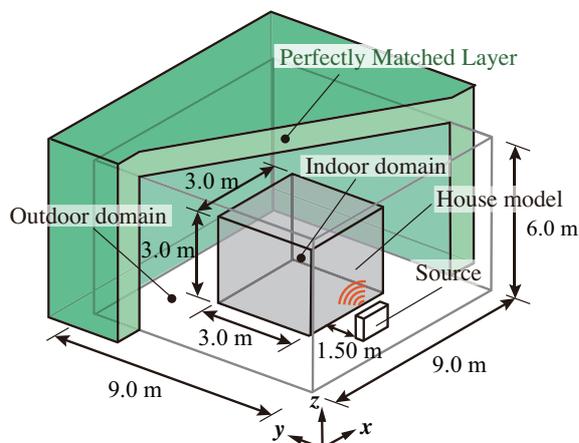


Fig.1 Numerical model of a box-shaped house.

2.2 家屋モデル

中空立方体の家屋モデルにおいて、壁全体からの音波の透過を想定し、一様な面密度 m [kg/m^2] の外壁を有する家屋モデルを設定する。壁は剛性を無視して、質量のみを考慮し、無張力膜振動場として扱う。屋外音場-膜振動場-屋内音場の音響振動連成系で定常解析を行う。Fig.2 に示す(a)~(d)の 4 つの条件について、面密度 m をパラメータとして解析を行った。各条件で膜要素を指定しない面については剛壁とする。

3. 解析結果

各条件において、家屋配置前後の屋内領域の平均音圧レベル差を挿入損失 (IL [dB]) として算出した (Fig.3)。また、面密度 m をパラメータとした垂直入射透過損失 R_0 [dB] の理論値も併記する。

20 Hz 以上の傾向 各条件において、25~40 Hz の帯域では透過損失の理論値との対応が見られる。一方で、63, 125 Hz 付近ではディップが生じている。それぞれ(0,1,0), (0,2,1)モードに近い音圧分布が生じており、屋内のレベルが上昇していると考えられる。これらは全面剛な室の固有周波数の理論値とも概ね近い値となっている。これより、家屋内のモード周波数付近で屋内のレベルが上昇すると考えられる。なお、本解析条件では、家屋への加振力が yz 面对称であるため 100 Hz 付近の(1,1,1)モードが励起されず、質量則程度となっている。20 Hz 以上の周波数帯域では、面密度が大きいものは条件間の差が小さく、周波数特性も同傾向にある。

20 Hz 以下の傾向 20 Hz 以下の周波数帯域では膜を質量、家屋内空気をバネとした共振系による IL の著しい低下が見られる。これらのディップは質量が 2 倍になると $1/\sqrt{2}$ 倍程度の周波数で生じる傾向がある。また、ディップ以下の周波数では、壁面による遮音はほぼ見られず、 IL は 0 に漸近する傾向が見られる。一方で、条件間でのディップの周波数が異なり、また IL の変化量に差が生じている。

*Numerical analysis of low-frequency noise propagation from outdoor into house – Basic study on a house model. By HASHIMOTO Dai, INOUE Naohisa and SAKUMA Tetsuya (Univ of Tokyo).

4. おわりに

本報では単純な家屋モデルにおいて、壁全体からの音波の透過を想定し、家屋内外の低周波音の伝搬現象を考察した。全体的な傾向として、室の固有モードの発生により、家屋内のレベルが上昇する傾向がある。20 Hz 以下の周波数帯域では、膜の質量と家屋内空気の共振系により、レベルの上昇がみられた。一方で、家屋モデルの条件間で差が大きく、

不明瞭な部分が残っている。音源からの音波の入射条件によって、低周波音の伝搬性状が変化すると考えられ、今後は音源の配置による検討や、遠距離からの平面波入射を想定した解析を行う予定である。

参考文献 [1] Bermúdez, A. *et. al.*, *J. Comp. Physics*, 469-488, 2007.

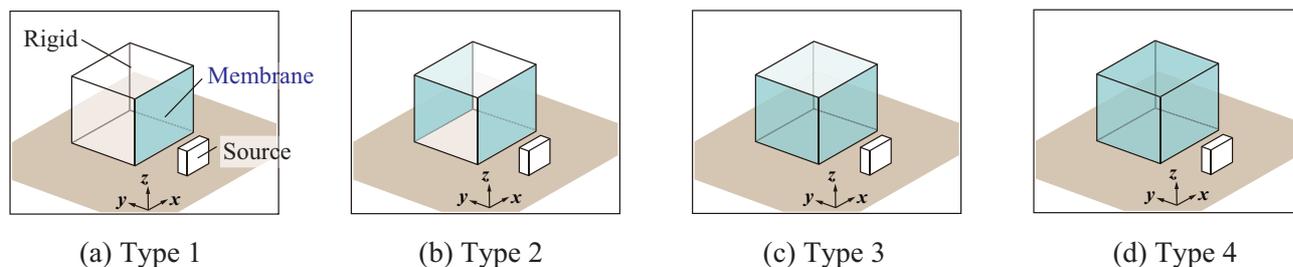


Fig.2 Numerical models of a box-shaped house with rigid and membrane walls.

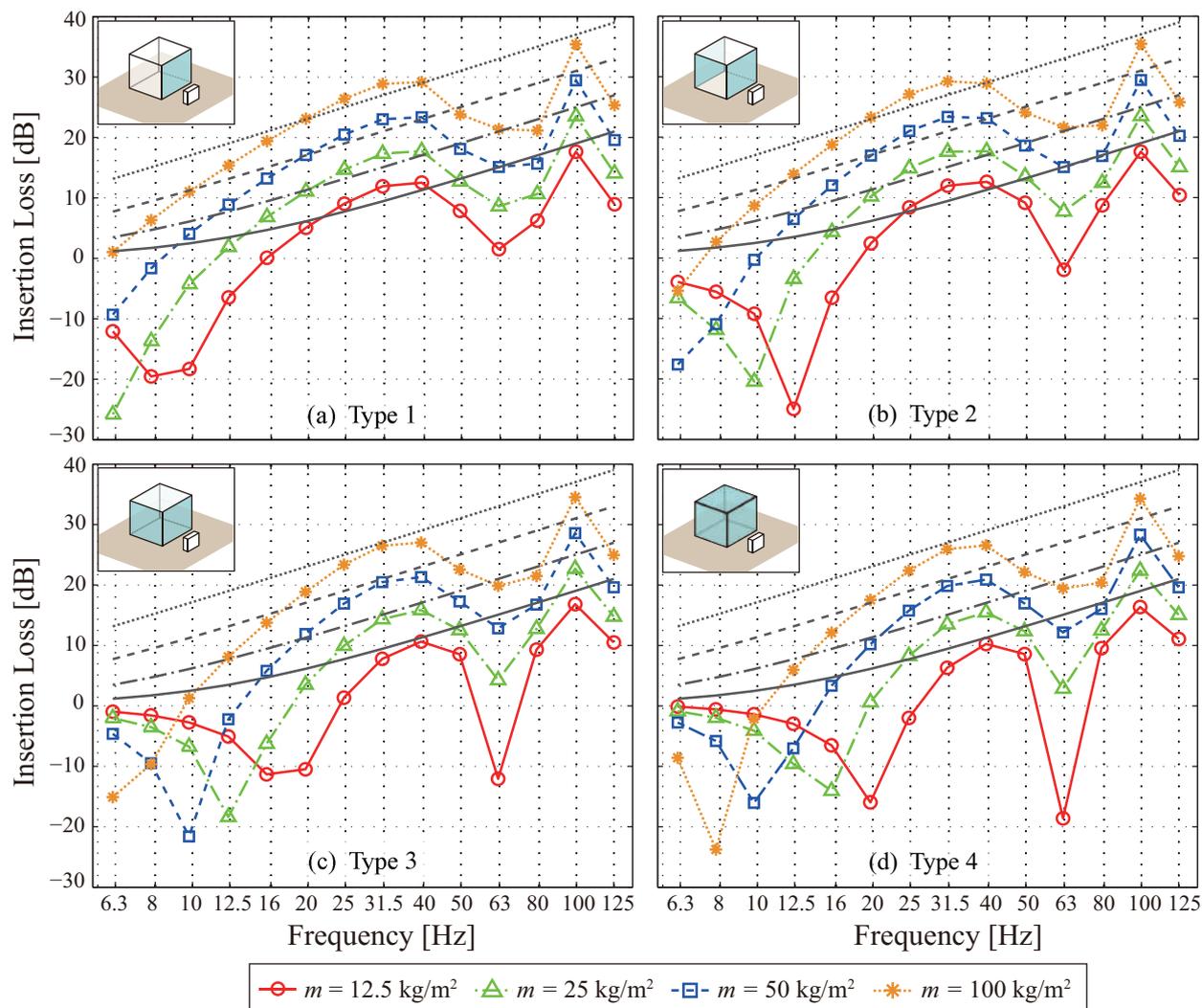


Fig.3 Insertion loss of four types of house model, with changing the area density of membrane walls. Lines without markers represent mass law in normal incidence condition.

低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析 -開口部モデルの検討- *

☆橋本 梯, 井上尚久, 佐久間哲哉 (東大・新領域)

1 はじめに

一般に 100 Hz 以下の音を指す低周波音は、建具のがたつきや人に圧迫感をもたらす一方、遮音対策が困難なことから近年では社会問題となっている。このような低周波音の制御においては物理現象の把握が不可欠であるが、実測や解析の困難さから不明な点が多いのが現状である。

本研究では低周波音の家屋内外の騒音伝搬の定性的・定量的知見の取得を目的として、有限要素法を用いた音響振動連成数値解析を行う。本報では、単純な家屋の外周壁開口部における隙間及び窓開放のモデル化方法について検討を行うと共に、低周波音の家屋内外の伝搬現象を考察する。

2 解析条件

2.1 解析モデル

家屋モデルは剛な薄板からなる一辺 3.0 m の中空立方体とし、その一面に開口部を設定した。なお、家屋モデルの 3 m 離れた周囲には、屋外音場を模擬するために人工吸音層 (Perfectly Matched Layer^[1]) を設け、領域を打ち切った (Fig.1)。音源として、家庭用ヒートポンプ給湯機のヒートポンプユニットを想定し、直方体の一面を振動境界としたユニットを、開口部正面の 1.5 m 離れた位置に振動面が対向するように設置した。半自由空間の正面 1 m 点における各周波数の音圧レベルが 46 dB となるように別途解析の上、面音源で一様の振動速度を設定した。

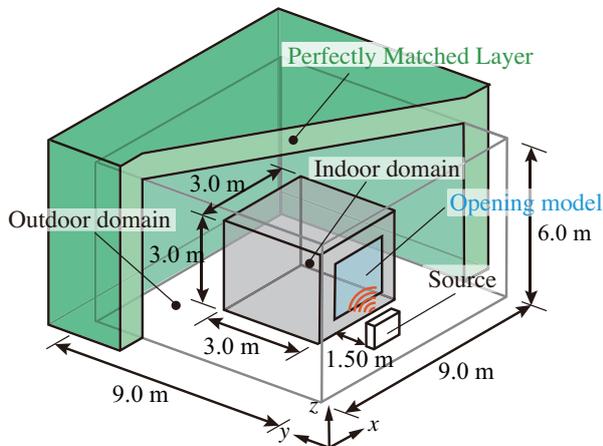


Fig. 1 Numerical model of a box-shaped house.

2.2 開口部モデル

Fig.2(a) のような引違い窓を想定し、窓ガラスと隙間の両方が存在するモデルを設定した。

窓ガラス 窓ガラスは三次元弾性体要素を設定し、弾性体振動場として扱った。板ガラス 5 mm 相当の物性値を設定し、境界条件は自由支持とした。引違いによる窓の重なりを考慮し、全体の質量 m が 40.5 kg で一定になるよう、開放する隙間の幅に応じて密度 ρ [kg/m^3] を与えた。

開口部の隙間 開口部の隙間は音響要素を設定した。微小な隙間部分における音響伝搬では空気の粘性が強く作用するため、粘性の考慮の有無による 2 つのモデル (a, b) について解析を行った。ここでは実効密度 ($\rho_{\text{eff}} = \rho_0 + \sigma/j\omega$) により、粘性を考慮することとした。流れ抵抗 σ [$\text{Pa}\cdot\text{s}/\text{m}^2$] については Eq.(1) で与えられる平行した平板間における流れ抵抗 σ の理論値^[2]を使用した。

$$\sigma = 12\eta/w^2 \quad (1)$$

η [$\text{Pa}\cdot\text{s}$] は空気の粘性係数、 w [m] は隙間幅である。

3 解析結果

半自由空間の音源正面 1 m 点に対する室内平均音圧レベルの差を開口部の隙間幅 w をパラメータとして算出した (Fig.3)。開放なし条件 ($w = 0$ mm) では 63 Hz において (0, 1, 0) モードが発生しており、室内の音圧レベルが上昇している。

隙間・窓開放の影響 隙間が生じることにより家屋内に音波が透過し、隙間幅 w が大きいほど各周波数帯域において室内のレベルが上昇している。隙間面積に対する窓ガラス部の面積の比を開口率として、開口率に対する室内平均レベルの変化量を算出した結果を Fig.4 に示す。概ね開口率の増加に対して室内のレベルも上昇し、全面開放 (窓無し) の値に収束していく傾向にある。しかし、63, 100Hz などの室内の固有周波数付近では、全面開放にすることで寧ろ室内のレベルが低下する傾向も見られる。

流れ抵抗の有無の影響 流れ抵抗を考慮しないモデルにおいては、微小な隙間でも室内音圧レベルが急峻に上昇しており、現実に対して過大評価の可能性が考えられる。このような微小な隙間の解析にあたっては、流れ抵抗を考慮することが推奨される。

*Numerical analysis of low-frequency noise propagation from outdoor into house - Consideration of an opening model. By HASHIMOTO Dai, INOUE Naohisa and SAKUMA Tetsuya (Univ of Tokyo).

4 おわりに

本報では、単純な家屋の開口部モデルにおいて家屋内外の低周波音の伝搬現象を考察した。空気の粘性を考慮しないモデルでは、微小な隙間において家屋内への透過音を過大評価することが示された。今後、家屋のモデル化において、通気口や開口部周辺の隙

間などの微小な開口や隙間では、空気の粘性を考慮する必要があると推察される。

参考文献

- [1] Bermdez, A., *et al.*, J. Comp. Physics, 469-488, 2007. [2] Tarnow, V., J. Acoust. Soc. Am., Vol. 100, No. 6, 3706-3713, 1996.

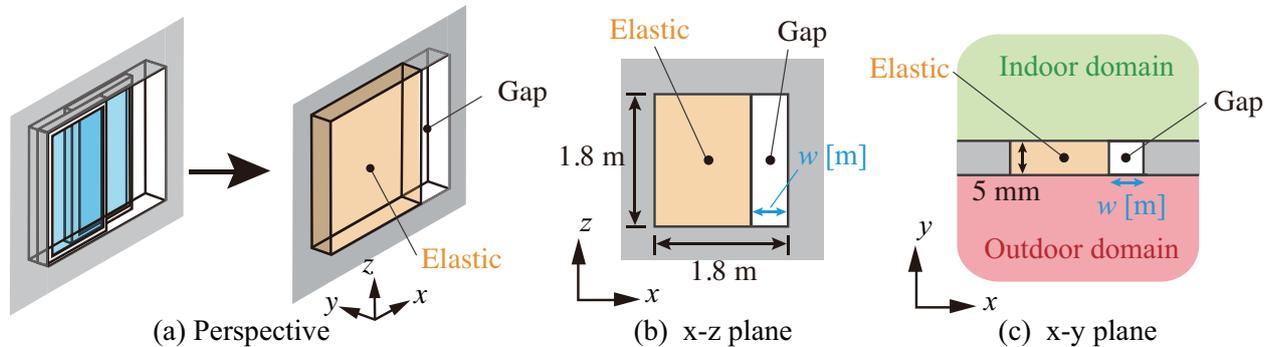


Fig.2 Numerical model of a window opening : (a) perspective, (b) x-z plane and (c) x-y plane.

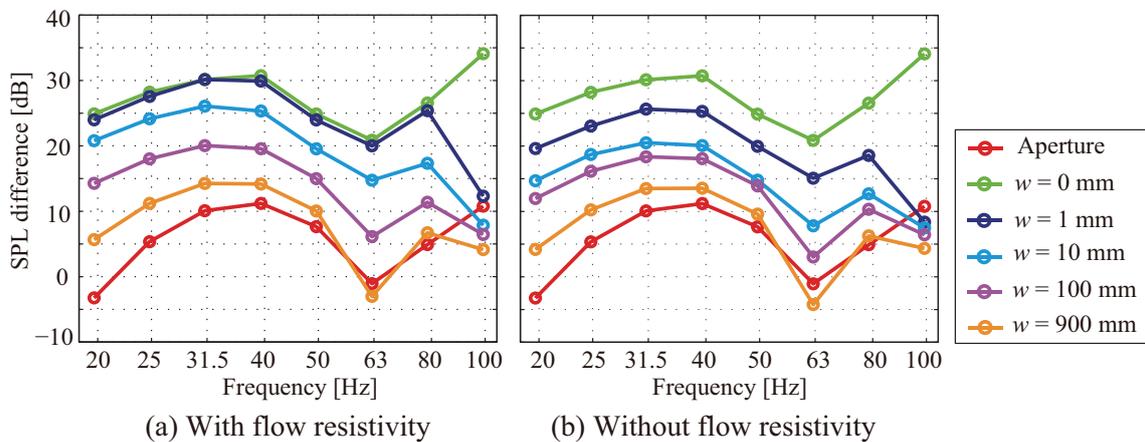


Fig.3 SPL difference between the reference point and indoor average for different gap widths .

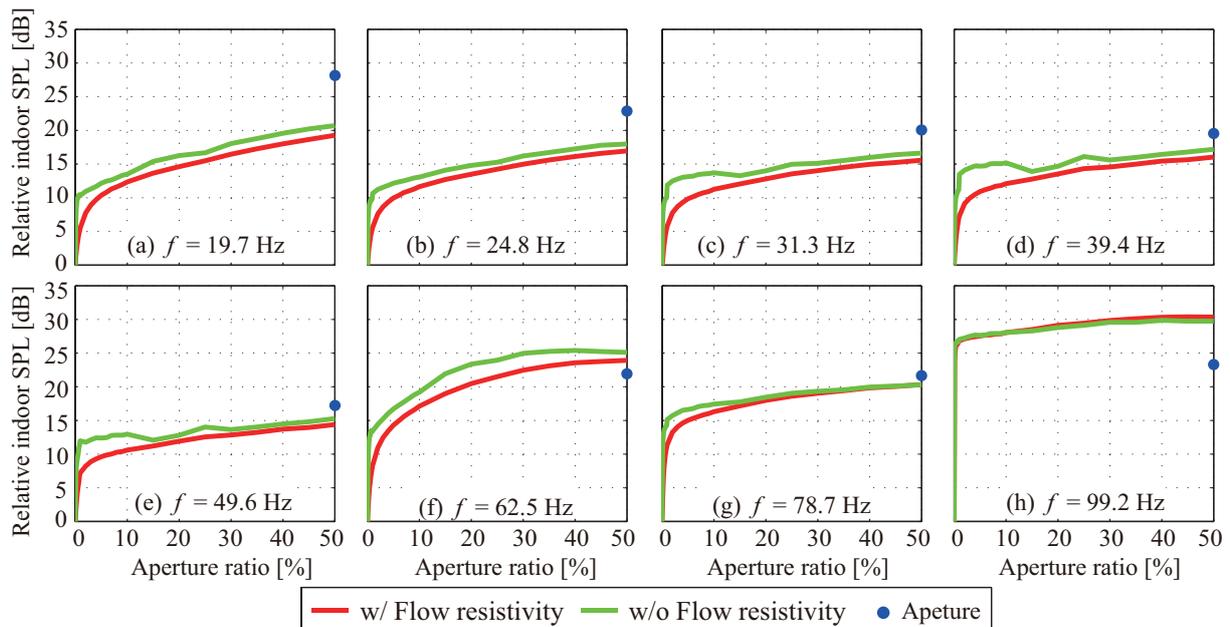


Fig.4 Effect of the aperture ratio on the indoor SPL relative to the no-gap condition.

低周波音の家屋内外伝搬に関する数値解析 -模擬家屋を用いた実測との比較- *

◎橋本悌, 井上尚久, 佐久間哲哉 (東大・新領域), 土肥哲也 (小林理研)

1 はじめに

筆者らは、家屋内外における低周波音の騒音伝搬の定性的・定量的知見の取得を目的として、低周波領域の数値解析における家屋のモデル化に関する基礎的検討を行ってきた [1-3]。本報では、模擬家屋を用いた実測結果と数値解析の比較を行うと共に、実環境での家屋内外における低周波音の伝搬現象を考察する。

2 実測概要

低周波音源を家屋の近傍に配置し、家屋内の多数点で音圧レベルを計測した。測定は小林理学研究所の敷地内で実施した。

模擬家屋 模擬家屋の大きさは、内寸が 4.8 m × 1.8 m × 2.15 m であり、家屋の一面に 1.8 m × 1.8 m の引き違い窓 (ガラス厚 5 mm, アルミサッシ) が設置されている。家屋の外壁は外壁材, 石膏ボード, 吸音材, 合板等で構成されている。

低周波音源 低周波音源には、4 ~ 20 Hz の帯域を超低周波音源 [4], 25 ~ 125 Hz の帯域を市販のサブウーファー, スピーカーを使用した。4 ~ 20 Hz の帯域はスイープ純音, 25 ~ 125 Hz の帯域はピンクノイズを発生させた。家屋の窓が設置されている面に対して正面方向, 斜め方向に音源を配置した (Fig.1)。

家屋内の測定点 家屋内の長手方向 (x 方向) に 7 点, 短手方向 (y 方向) に 5 点, 高さ方向 (z 方向) に 5 点, 測定点を配置し, 全 175 点で音圧レベルを測定した (Fig.2)。

3 測定結果

算出指標 指標として、内外レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を算出する。屋外音圧レベルについては、家屋がない状態における家屋前面の音圧レベル L_{out0} として、別途、各種音源の距離減衰を測定した結果から、音源を点音源と仮定して算出した。屋内音圧レベルについては、全測定点 175 点の平均値 \bar{L}_{in} を使用した。

窓開放の影響 家屋の窓の開放条件として、(1) 全面開放 (窓無し), (2) 5 cm 開放, (3) 窓閉じの 3 条件で測定し、内外レベル差 $L_{out0} - \bar{L}_{in}$ を Fig.3(a),(b) に示す。窓を開放するほど内外レベル差が低下しており、屋内のレベルが上昇している。40 Hz 以上の帯域では固有モードが励起され、特に高次のモードが密接する

80 Hz 以上の帯域では内外レベル差の落ち込みが見られる。また、各条件において超低音域でディップが生じており、その帯域も異なっている。ここで、超低音域における屋内のレベル上昇について理論的考察を行う。超低音域においては、家屋内外の絶対圧力 P_{in} , P_{out} [Pa] が一様であると仮定すると、以下の窓の運動方程式 Eq.(1) と等温過程における室内の状態方程式 Eq.(2) が導出できる。

$$mS \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (P_{in} - P_{out})S \quad (1)$$

$$P_{in}(0)V_{in}(0) = P_{in}(t)V_{in}(t) \quad (2)$$

ここで、 m [kg/m²], S [m²], u [m] 窓の面密度, 面積, 変位であり、 V_{in} [m³] は屋内の容積である。Eq.(1),(2) より、内外レベル差の理論式が下式で表せる。

$$L_{out} - L_{in} = 20 \log_{10} \left(1 - \frac{\omega^2 m V_0}{P_0 S} \right) \quad (3)$$

Eq.(3) において、(1) 全面開放 (窓無し) では、開口部 (矩形板) の無限大バフル中の放射リアクタンスを屋内外両面で考慮し、等価面密度 $m = \frac{8}{3\pi} \sqrt{\frac{S}{\pi}} \rho_0 = 2.15$ kg/m² を与えた。理論式と比較すると、概ね近接した帯域でディップが生じており、前後の帯域での挙動も類似している。(3) 窓閉じ条件では 5 mm の板ガラス相当の面密度 $m = 12.5$ kg/m² を与えた。窓に付加する質量が大きくなると、ディップが低域側にシフトする傾向は見られるが、ディップの帯域が異なっている。一方でディップ以降の帯域における内外レベル差の急峻な上昇については共通している。10 Hz 以下の帯域での内外レベル差の上昇については、家屋全体の剛性制御の影響が考えられる。

音源位置の影響 音源位置が正面から斜めになることで、各条件において内外レベル差が低下する傾向にある。これは斜めから入射することで屋内音場の加振条件が変化し、 x 方向の固有モードが励起されやすくなったためだと考えられる。

数値解析との比較 既報 [1-3] のモデルを用いて、実測を模擬した解析を行った。ここでは外壁を剛とし、(1) 全面開放 (窓無し), (2) 5 cm 開放, (3) 窓閉じ (質量のみ:MB), (4) 窓閉じ (質量+剛性:PL) の 4 条件で解析を行った (Fig.3(c),(d))。各条件において、超低音域

* Numerical analysis of low-frequency noise propagation from outdoor into house - Comparison with experiment using a test house. By HASHIMOTO Dai, INOUE Naohisa, SAKUMA Tetsuya (Univ of Tokyo) and DOI Tetsuya (Kobayashi Institute of Physical Research).

でのディップや固有モードの励起による内外レベル差の落ち込み、音源位置の変更による屋内音場の加振条件が変化等の定性的な傾向は一致している。窓閉じ(質量+剛性:PL)では、窓の剛性を考慮することで、超低音域における内外レベル差の上昇が見られ、実測と対応している。一方で、固有モードが発生する40 Hz以上の帯域では、透過音を過小、過大評価している点もあり、定量的に実測と乖離する部分も見られた。

4 おわりに

本報では実測と数値解析を比較し、実環境での低周波音の家屋内外の伝搬現象を考察した。超低音域で

の音圧上昇や固有モードの励起等、解析と実測で定性的な傾向が一致した。一方で、定量的に乖離する部分もあり、外壁の剛性やサッシ周囲の隙間、床下空気や床の振動等、他の要素の影響が示唆された。

謝辞 本実験の測定にあたり、岩永景一郎氏、加美梢氏、神保実智子氏にご協力頂きました。この場を借りて謝意を表します。

参考文献 [1] 橋本他, AIJ 梗概集, 40095, pp.189-190, 2015. [2] 橋本他, INCE-J 講論集 (秋), 1-3-04, pp.47-48, 2015. [3] 橋本他, 音講論 (秋), 1-10-2, pp.795-796, 2015. [4] 土肥他, 音講論 (秋), 1-6-14, pp.955-956, 2010.

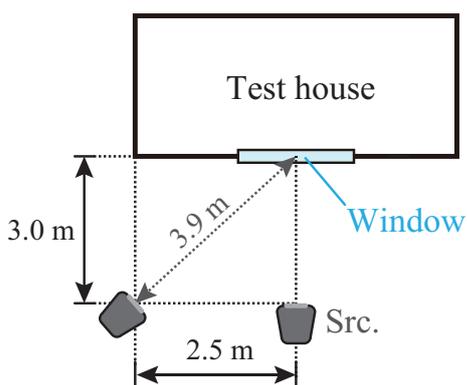


Fig.1 The arrangement of sound sources and a test house.

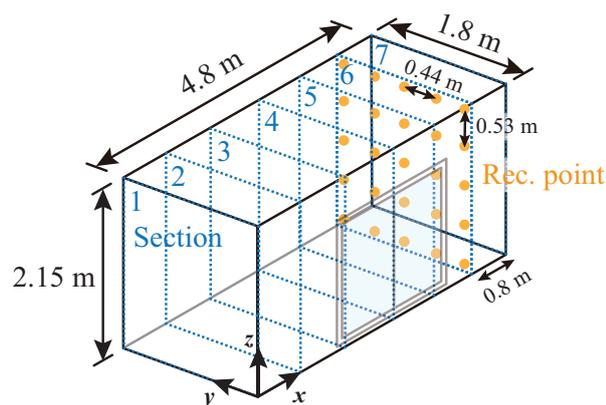


Fig.2 Dimensions of the test house and the arrangement of indoor microphones.

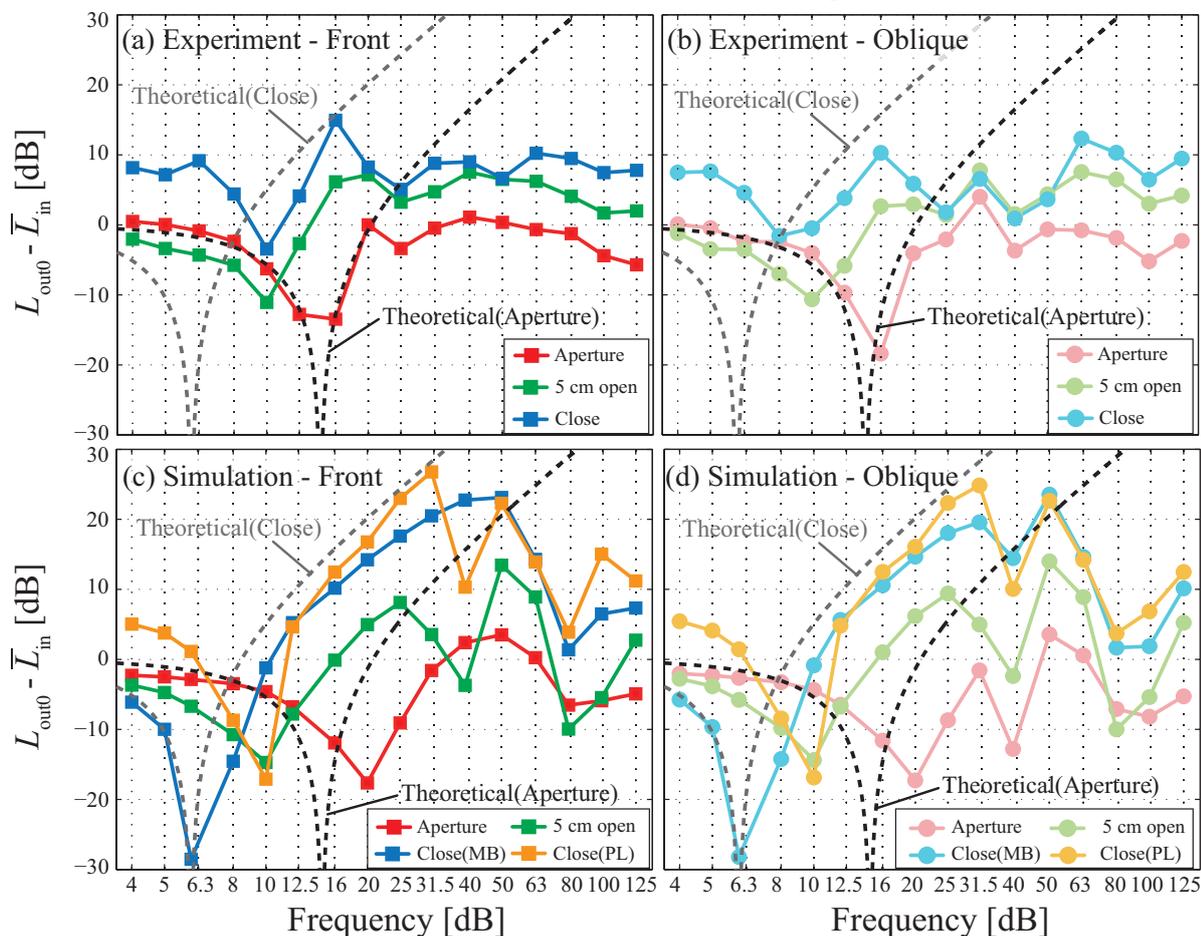


Fig. 3 Difference between L_{out0} and L_{in} with different opening conditions of window.